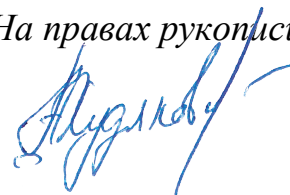


*На правах рукописи*



**ХУДЯКОВА Анастасия Дмитриевна**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЦИКЛИЧЕСКОГО  
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО  
ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор **Темис Юрий Моисеевич**

Официальные оппоненты: **Бондарь Валентин Степанович**, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский политехнический университет»

**Мельников Борис Евгеньевич**, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тверской государственный технический университет»

Защита диссертации состоится «22» июня 2021 г. в 14:00 часов на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», по адресу 300012, Тула, пр. Ленина, 92 (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», по адресу 300012, Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте [http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/Khudyakova\\_AD/](http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/Khudyakova_AD/).

Автореферат разослан «28» апреля 2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



Флаголев Вадим Вадимович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Совершенствование газотурбинных двигателей идет по пути снижения массы деталей при одновременном росте рабочих температур и требовании обеспечения заданного ресурса. Циклический характер воспринимаемых деталями роторов и корпусов двигателя высоких механических и температурных нагрузок может приводить к возникновению знакопеременных упругопластических деформаций в зонах концентрации напряжений, что становится причиной зарождения и развития трещин малоциклового усталости (МЦУ).

Проблеме создания и уточнения моделей и методов оценки ресурса термомеханической МЦУ деталей, изготавливаемых из поликристаллических сплавов, посвящено большое количество работ. Эта проблема является комплексной и требует выполнения специальных экспериментальных исследований свойств пластичности, создания методов обработки результатов испытаний и математических моделей, описывающих поведение конструкционных материалов при высокотемпературном изотермическом и неизотермическом циклическом нагружении.

Математические модели для описания поведения материалов обычно содержат наборы коэффициентов, для определения которых требуются эксперименты специального вида. Проведение этих экспериментов является дорогостоящей и трудной задачей. При этом могут отсутствовать методики определения параметров и верификации моделей. Реализованные в коммерческих конечно-элементных комплексах программ модели пластичности не всегда способны описывать особенности поведения материалов. Некоторые из них применимы только для качественного анализа процессов деформирования.

Таким образом, создание эффективной математической модели для дальнейшего применения в расчетах напряженно-деформированного состояния (НДС) высоконагруженных деталей энергетического машиностроения и программ ее верификации является актуальной проблемой. Одним из подходов к построению неизотермических моделей пластичности является инвариантная теория пластического течения, предложенная И.В. Демьянушко и Ю.М. Темисом.

**Целью работы** является разработка на основе инвариантной теории пластического течения варианта математической модели конструкционного материала, алгоритмов и комплекса программ, позволяющих осуществлять моделирование процессов деформирования и верификацию модели на основе результатов испытаний сплошных и трубчатых цилиндрических образцов из поликристаллических сплавов по различным программам циклического термомеханического нагружения.

Для достижения поставленной цели потребовалось решение следующих **основных задач**:

1. На основе соотношений инвариантной теории пластического течения разработка эффективного и с ограниченным числом параметров варианта модели, позволяющего достоверно описывать поведение материала в условиях упруго-

пластического деформирования по программам пропорциональных и непропорциональных термомеханических нагружений.

2. Создание алгоритмов и программ обработки результатов базового эксперимента и определения на их основе параметров пластичности модели.

3. Разработка шагового алгоритма, предназначенного для реализации соотношений инвариантной теории пластического течения с учетом ползучести.

4. Верификация модели на основе сравнения результатов расчетов с экспериментальными результатами по испытанию образцов по программам пропорциональных и непропорциональных изотермических и неадиабатических нагружений.

**Методы исследования.** Основой для построения модели служили представления инвариантной теории пластического течения. При работе с экспериментальными данными были применены методы непараметрического выравнивания, методы регуляризации и аппроксимации. Для обеспечения точности счета при моделировании процессов сложного деформирования использованы самокорректирующиеся шаговые алгоритмы и метод Хаусхолдера при решении систем алгебраических линейных уравнений (СЛАУ).

**Достоверность научных результатов** подтверждается корректным использованием методов исследования, построением обоснованных математических моделей, описывающих упругопластическое поведение материала, и удовлетворительным соответствием результатов моделирования с результатами расчетов других авторов и экспериментальными данными, опубликованными в научно-технических изданиях.

**Научная новизна** работы состоит в следующем:

1. Разработан частный вариант модели пластического течения с одним скалярным и одним тензорным структурными параметрами, не зависящими от температуры и отражающими влияние истории механического деформирования, для материалов, свойства которых изотропно изменяются под воздействием температур. Обоснована применимость разработанной модели к описанию неадиабатического упругопластического поведения ряда конструкционных материалов.

2. Показано, что выбор полной системы инвариантов при построении соотношений класса моделей с одним скалярным и с одним тензорным структурными параметрами не изменяет общий вид определяющих соотношений инвариантной теории пластического течения.

3. Показано, что из соотношений модели при изотермическом деформировании для определенных комбинаций параметров можно получить ряд известных изотермических вариантов моделей теории пластического течения с анизотропным упрочнением.

4. Предложены методы определения параметров пластичности для ряда конструкционных сталей, никелевых и титановых сплавов.

5. Разработан самокорректирующийся алгоритм для реализации соотношений модели с учетом ползучести, позволяющий на каждом шаге расчета воз-

вращать точку, изображающую процесс в пространстве напряжений, на поверхность нагружения.

6. Разработан комплекс программ, позволяющий на основе экспериментальных петель «жесткого» циклического деформирования и кривых ползучести определять параметры математической модели и производить моделирование процессов испытаний сплошных и трубчатых цилиндрических образцов по различным программам пропорционального и непропорционального термомеханического нагружения.

**Теоретическая значимость работы** заключается:

– в детализации универсальной структуры соотношений инвариантной теории пластического течения при построении варианта модели неизотермического упругопластического деформирования материалов; сформулированы ограничения на параметры модели;

– в разработке самокорректирующегося шагового алгоритма для реализации соотношений инвариантной теории неизотермического пластического течения с учетом ползучести для моделирования неизотермического деформирования по сложным программам нагружения;

– в выявлении особенностей описания упругопластического поведения материалов с использованием предложенной модели пластического течения.

**Практическая значимость работы** заключается:

– в создании комплекса программ, позволяющего осуществлять обработку экспериментальных результатов, определять параметры и производить моделирование процессов испытания сплошных и трубчатых цилиндрических образцов по программам пропорционального и непропорционального термомеханического нагружения;

– в получении параметров пластичности для ряда конструкционных материалов, применяемых в авиадвигателестроении и аэрокосмической технике.

**На защиту выносятся следующие положения:**

1. Вариант неизотермической модели пластического течения и методы определения ее параметров.

2. Алгоритм и комплекс программ для численной реализации соотношений разработанной модели с учетом ползучести при расчете напряжений и деформаций сплошных и трубчатых образцов при программном термомеханическом деформировании.

3. Результаты верификации предложенной модели с использованием разработанного комплекса программ при численном моделировании процессов испытаний сплошных и трубчатых образцов в условиях пропорционального и непропорционального, изотермического и неизотермического деформирования.

**Апробация работы.** Основные результаты и положения диссертационной работы докладывались на Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых и специалистов «Новые решения и технологии в газотурбостроении» (Москва, 2015), 2-ой Всероссийской научно-технической конференции «Механика и математическое моделирование в технике» (Москва, 2017), XXIV Международном симпозиуме «Динамические и технологические

проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Москва, Вятчи, 2018), XI Всероссийской школе-семинаре современные проблемы механики в Московском политехническом университете (Москва, 2018), Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых и специалистов «Авиационные двигатели и силовые установки» (Москва, 2019), XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019) и на Международной инновационной конференции молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения МИКМУС-2019 (Москва, 2019).

**Публикации.** Основные результаты диссертации отражены в 10 научных работах, в том числе в 4 статьях в журналах, входящих в Перечень российских рецензируемых научных изданий, и 1 научной публикации в изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science.

**Личный вклад соискателя.** Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, получены лично соискателем в процессе научной деятельности. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

**Структура и объем работы.** Работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка использованных источников и приложения. Диссертационная работа изложена на 184 страницах, содержит 88 рисунков, 8 таблиц и 1 приложение. Список использованных источников включает в себя 201 наименование.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, изложены цель работы и основные задачи, перечислены методы исследования, сформулированы научная новизна, положения, выносимые на защиту, достоверность, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, а также приведены сведения об апробации работы, публикациях и структуре диссертации.

**В главе 1** приведен обзор существующих подходов к моделированию упругопластического поведения металлических поликристаллических конструкционных материалов. Среди всех макромоделей упругопластичности можно выделить три основные группы.

Первая – *модели теории процессов* А.А. Ильюшина, получившие развитие в работах В.Г. Зубчанинова, Р.А. Васина, В.С. Бондаря, А.А. Маркина, В.И. Малого, И.Н. Молодцова, В.А. Пелешко, и др. Соотношения теории процессов являются весьма общими и конкретизируются путем выбора функционалов процесса для различных классов траекторий деформирования. Вариант теории процессов для неизотермических нагружений предлагается в работах В.С. Бондаря. Но в должной мере проработанных и верифицированных вариантов неизотермической теории процессов пока нет. Частным случаем теории процессов является деформационная теория пластичности, модели которой используются, как правило, для описания процессов пропорционального деформирования и близких к ним. Модели деформационной теории пластичности развивались в работах G. Masing, В.В. Москвитина, С.В. Серенсена и С.М. Шнейдеровича, И.А. Биргера.

Вторая группа – *структурные модели*. При их построении предполагают, что тело составлено из элементарных объемов, состоящих из структурных элементов, которые обладают заданными свойствами. Такие модели нашли свое применение для построения моделей поликристаллического материала микроуровня, примеры которых описаны в работах В.С. Зарубина, С.А. Христиановича.

Модели третьей группы – *модели типа течения* – в инженерных расчетах используют наиболее часто. Согласно представлениям теории течения приращения компонент тензора полных деформаций  $d\varepsilon_{ij}$  складываются из приращений компонент тензоров упругих и неупругих деформаций. Неупругие деформации являются чувствительными к скорости процесса, реагируют на временные выдержки. Наиболее полный обзор таких моделей можно найти в работах В.С. Бондаря и J.-L. Chaboche. Подход позволяет учесть взаимовлияние пластичности и ползучести, однако требует проведения некоторого объема дополнительных экспериментов для идентификации моделей.

Другой подход состоит в условном разделении приращений неупругих деформаций на две независимые составляющие: приращения деформаций пластичности  $d\varepsilon_{ij}^p$  и деформаций ползучести  $d\varepsilon_{ij}^c$ . Деформациями пластичности в этом случае считают необратимые деформации, развитие которых не зависит от скорости деформирования. При таком подходе возможно использовать различные комбинации моделей пластичности и ползучести, обеспечивая большую гибкость в формировании модели.

Примеры моделей пластического течения, в основном, для изотермических процессов деформирования и частично для неизотермических процессов, опубликованы в работах Ю.И. Кадашевича, В.В. Новожилова, Р.А. Арутюняна, А.А. Вакуленко, И.А. Биргера, В.С. Бондаря, Ю.Г. Коротких, И.В. Демьянушко, Ю.М. Темиса, Б.Е. Мельникова, А.С. Семенова, P.J. Armstrong, C.O. Frederick, J.-L. Chaboche, N. Ohno, J.-D. Wang, A. Benallal, D. Marquis, E. Tanaka и др.

В работе И.В. Демьянушко и Ю.М. Темиса разработан подход к построению моделей пластического течения, учитывающий воздействия физических полей – инвариантная теория пластического течения. Ее структура соотношений в настоящей работе использована в качестве теоретического фундамента для построения и совершенствования частного варианта модели пластического течения конструкционных материалов и сплавов при неизотермическом циклическом нагружении.

**Глава 2** посвящена разработке частного варианта модели инвариантной теории пластического течения при неизотермическом циклическом нагружении и формулированию гипотез, лежащих в основе его построения. *Гипотеза I* состоит в разделении приращений неупругих деформаций на независимые между собой приращения деформаций пластичности и деформаций ползучести, а *гипотеза II* предполагает упругое изменение объема, что отражает общие представления теории пластического течения для поликристаллических металлических сплавов.

Согласно *гипотезе III* изменение пластических свойств материала под воздействием температуры происходит изотропно.

*Гипотеза IV* предполагает существование гиперповерхностей: пластического деформирования в каждой точке тела; нагружения, являющейся подповерхностью гиперповерхности пластического деформирования в пространстве компонент тензора напряжений и температуры:

$$\begin{aligned} g(\sigma_{ij}, T, \varepsilon_{ij}^p, \chi, \xi_{ij}) &= 0 - \text{гиперповерхность деформирования,} \\ f = g(\sigma_{ij}, T; \underbrace{\varepsilon_{ij}^p, \chi, \xi_{ij}}_{\text{const}}) &= 0 - \text{гиперповерхность нагружения,} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $T$  – температура;  $\varepsilon_{ij}^p$  – компоненты тензора пластических деформаций;  $\chi$  и  $\hat{\xi}$  – скалярный и тензорный структурные параметры, предназначенные для описания изотропного и анизотропного изменений свойств материала, возникающих в результате механического пластического деформирования, при этом

$$d\chi = \left(2/3 d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p\right)^{1/2} \text{ и } d\xi_{ij} = K(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \chi) d\varepsilon_{ij}^p, \quad (2)$$

где  $K(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \chi)$  – функция материала, единая для всех значений температур. Функцию гиперповерхности пластического деформирования  $g$ , согласно инвариантной теории пластичности, предполагающей инвариантность уравнения гиперповерхности пластического деформирования относительно системы физических координат, следует представить как функцию полной системы инвариантов тензоров  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{\varepsilon}^p$  и  $\hat{\xi}$ , входящих в (2), и скаляров  $T$  и  $\chi$ .

Для построения структуры соотношений модели использована часть инвариантов из работы И.В. Демьянушко и Ю.М. Темиса, представляющая полную систему инвариантов тензоров  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{\varepsilon}^p$  и  $\hat{\xi}$ :

$$\begin{aligned} J_1 &= \sigma_{ij} \delta_{ij}, & E_1 &= \varepsilon_{ij}^p \delta_{ij}, & H_1 &= \xi_{ij} \delta_{ij}, & D_1 &= s_{ij} \varepsilon_{ij}^p, & P_1 &= s_{ij} \xi_{ij}, \\ J_2 &= s_{ij} s_{ij}, & E_2 &= \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p, & H_2 &= \xi_{ij} \xi_{ij}, & D_2 &= s_{ij} s_{jk} \varepsilon_{ki}^p, & P_2 &= \varepsilon_{ij}^p \xi_{ij}, \\ J_3 &= s_{ij} s_{jk} s_{ki}, & E_3 &= \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{jk}^p \varepsilon_{ki}^p, & H_3 &= \xi_{ij} \xi_{jk} \xi_{ki}, & D_3 &= s_{ij} \varepsilon_{jk}^p \varepsilon_{ki}^p, & P_3 &= s_{ij} s_{jk} \xi_{ki}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $s_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений. В диссертационной работе показано, что использование полной системы инвариантов (3) для построения определяющих соотношений модели в рамках рассматриваемых гипотез не изменяет общую структуру соотношений, предложенных И.В. Демьянушко и Ю.М. Темисом. Одним из вариантов моделей рассматриваемого класса является модель с гиперповерхностью нагружения вида

$$f = J_2 - 2a_1 D_1 - 2a_2 P_1 + 2a_1 a_2 P_2 + a_1^2 E_2 + a_2^2 H_2 - \sigma_T^2 = 0. \quad (4)$$

Модель инвариантной теории пластичности с такой гиперповерхностью нагружения содержит четыре функциональных параметра материала: параметры  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\sigma_T$ , которые являются функциями инвариантов системы (3) и скаляров  $T$  и  $\chi$ , а также параметр  $K$ , который является функцией инвариантов тензоров  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\varepsilon}^p$  из системы (3) и скаляра  $\chi$ .

Из ассоциированного с гиперповерхностью нагружения закона пластического течения и (3), (4) следует, что



$$d\varepsilon_{ij}^p = C_{ijkl}^p d\sigma_{kl} + \Psi_{ij}^p dT,$$

$$C_{ijkl}^p = -\frac{1}{\phi} \sigma_{ij}^0 \sigma_{kl}^0 \text{ и } \Psi_{ij}^p = -\frac{1}{\phi} \frac{\partial f}{\partial T} \sigma_{ij}^0, \text{ если } df > 0 \wedge f = 0 - \text{ активное нагружение};$$

$$C_{ijkl}^p \equiv 0 \text{ и } \Psi_{ij}^p \equiv 0 \text{ если } df = 0 \wedge f = 0 - \text{ нейтральное нагружение или} \quad (5)$$

$$(df < 0 \wedge f \leq 0) \vee (df \geq 0 \wedge f < 0) - \text{ разгрузка/нагрузка в упругой области};$$

$$\sigma_{ij}^0 = 2(s_{ij} - \rho_{ij}), \quad \rho_{ij} = a_1 \varepsilon_{ij}^p + a_2 \xi_{ij},$$

где  $\phi$  – функция упрочнения;  $\sigma_{ij}^0$  – компоненты тензора активных напряжений;  $\rho_{ij}$  – компоненты тензора микронапряжений.

В диссертации показано, что при выборе функциональных параметров пластичности в виде  $a_1 = a_1(\chi, T)$ ,  $a_2 = a_2(\chi, T)$ ,  $\sigma_T = \sigma_T(\chi, T)$  и  $K = K(J_2, \chi)$  ряд известных изотермических моделей (модель с изотропным упрочнением, модели с кинематическим упрочнением А.Ю. Ишлинского, Ю.И. Кадашевича и В.В. Новожилова, Р.А. Арутюняна и А.А. Вакуленко, W. Prager, M.A. Eizenberg и A. Phillips, G. Backhaus) вписываются в структуру соотношений (1)-(5). Таким образом, разработанный неизотермический вариант модели инвариантной теории пластичности можно рассматривать как обобщение перечисленных известных моделей на случай неизотермического нагружения.

Для определения параметров пластичности  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\sigma_T$  и  $K$  для набора базовых температур в качестве базового эксперимента выбраны испытания на одноосное циклическое «жесткое» изотермическое растяжение/сжатие с достаточно высокой скоростью, чтобы проявление эффектов ползучести было не существенно.

Условие расположения точки, изображающей процесс нагружения, на гиперповерхности пластического деформирования в процессе активного нагружения для разработанной модели в случае одноосного деформирования принимает вид

$$dg = 2(s_{11} - a_1 \varepsilon_{11}^p - a_2 \xi_{11}) (d\sigma_{11} - 3/2(a_1 + Ka_2) d\varepsilon_{11}^p) + \partial g / \partial \chi d\varepsilon_{11}^p = 0. \quad (6)$$

В соотношении (6) второе слагаемое характеризует изменение свойств материала от цикла к циклу. Рассматривая конкретный цикл нагружения, можно принять в рамках этого цикла  $\partial g / \partial \chi \approx 0$ , ставя в соответствие каждому циклу значение  $\chi$ , достигнутое к моменту его начала. Тогда для изотермического цикла ( $T = T^i = \text{const}$ ), характеризуемого некоторым достигнутым значением  $\chi = \tilde{\chi}$ , из (6) получаем

$$\tilde{E}_{кас}^i(J_2) = E_{кас}(J_2, \tilde{\chi}, T^i) \approx d\sigma_{11} / d\varepsilon_{11}^p = 3/2 a_1(\tilde{\chi}, T^i) + 3/2 K(J_2, \tilde{\chi}) a_2(\tilde{\chi}, T^i), \quad (7)$$

где  $\tilde{E}_{кас}^i$  – касательный модуль нелинейной части кривой деформирования, построенной в координатах  $\varepsilon_{11}^p - \sigma_{11}$ . Характерный вид графиков функции  $\tilde{E}_{кас}^i(J_2)$  для полуциклов растяжения «жесткого» симметричного изотермического деформирования, соответствующих разным значениям  $\tilde{\chi}$ , продемонстрирован на рис. 1.

Для двух значений температур  $T^1$  и  $T^2$  при фиксированном значении  $\tilde{\chi}$ , избавляясь от  $K(J_2, \tilde{\chi})$ , из (7) получаем соотношение связи между  $\tilde{E}_{кас}^1(J_2)$  и  $\tilde{E}_{кас}^2(J_2)$ :

$$\tilde{E}_{кас}^1(J_2) = \left( a_2(\tilde{\chi}, T^1) / a_2(\tilde{\chi}, T^2) \right) \tilde{E}_{кас}^2(J_2) + 3/2 a_1(\tilde{\chi}, T^2) - 3/2 a_1(\tilde{\chi}, T^1). \quad (8)$$

Так, гипотеза о независимости функции  $K$  от температуры приводит к линейной зависимости (8) между параметрически зависящими от  $J_2$  касательными модулями  $\tilde{E}_{кас}^1$  и  $\tilde{E}_{кас}^2$  кривых деформирования, полученных при различных температурах  $T^1$  и  $T^2$ , но при едином значении  $\tilde{\chi}$ .

В диссертационной работе осуществлена проверка

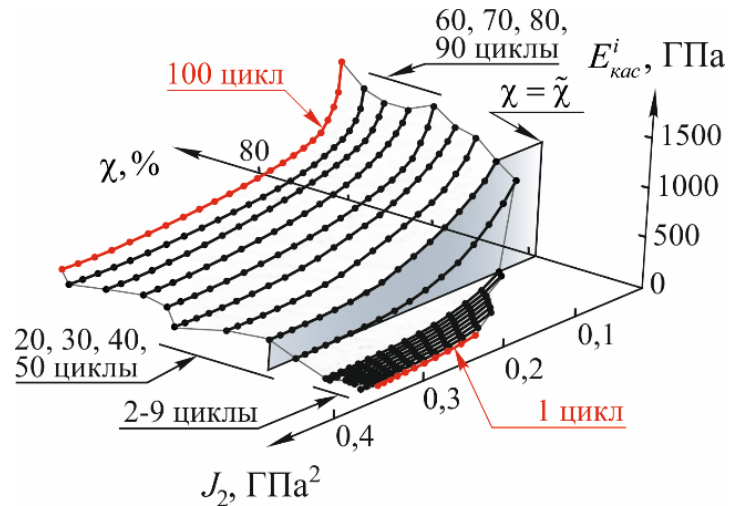


Рис. 1. Характерный вид графиков зависимости (7), никелевый сплав, 450 °С, размах деформаций 1,08%

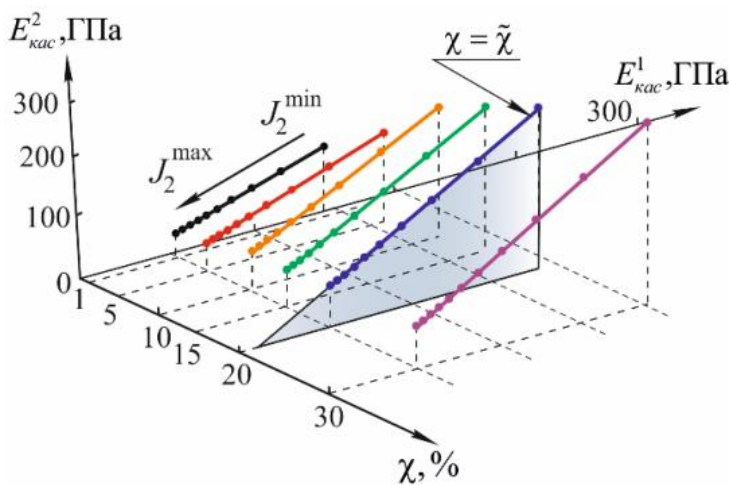


Рис. 2. Результаты проверки соотношения (8) для никелевого сплава

соотношения (8) для никелевого и титанового конструкционных сплавов и некоторых рабочих температур. На рис. 2 приведены результаты такой проверки для никелевого сплава,  $T^1 = 20$  °С,  $T^2 = 450$  °С и  $\tilde{\chi} = 1, 5, 10, 15, 20$  и  $30$  %, точки – обработанные экспериментальные данные, сплошные линии – линейные зависимости, построенные по этим точкам с использованием метода наименьших квадратов.

Хорошее приближение точек, полученных в результате обработки эксперимента, линейными зависимостями говорит о соответствии представлений инвариантной теории пластичности и разработанной модели реальным свойствам материала.

Предложенный подход позволяет при уже известных для температуры  $T^1$  параметрах  $a_1$  и  $a_2$  получить параметры  $a_1$  и  $a_2$  для температуры  $T^2$ , записав соотношение (8) для двух различных  $J_2$  и решая полученную систему двух линейных уравнений относительно  $a_1(\tilde{\chi}, T^2)$  и  $a_2(\tilde{\chi}, T^2)$ .

**Глава 3** диссертации посвящена разработке алгоритмов определения параметров моделей пластичности и ползучести.

Алгоритм определения параметров пластичности для набора базовых температур приведен в виде схемы на рис. 3. В комбинации с разработанной моделью пластичности использован вариант модели ползучести типа течения:

$$\dot{\varepsilon}_i^c = B(t)\sigma_i^{m(T)}, \quad d\varepsilon_{ij}^c = 3/2 \dot{\varepsilon}_i^c / \sigma_i s_{ij} dt, \quad (9)$$

где  $\dot{\varepsilon}_i^c$  – интенсивность скоростей деформаций ползучести;  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений;  $B(t)$  и  $m(T)$  – параметры материала;  $t$  – время.

В главе приведены параметры пластичности для сплавов IN738LC (для рабочих температур в диапазоне от 24 °С до 950 °С) и 12X18Н10Т (20 °С) и сталей 45 (20 °С), 40X16Н9Г2С (20 °С), 304 (20 °С), а также параметры ползучести сплава IN738LC (для рабочих температур в диапазоне от 700 °С до 950 °С).

В главе 4 описаны разработанные шаговый алгоритм реализации соотношений модели и программный комплекс моделирования испытаний образцов «Plast 1D».

Система определяющих соотношений модели инвариантной теории пластичности (1)-(5) с учетом ползучести (9) принимает вид

$$d\varepsilon_{ij} = (A_{ijkl} + \gamma C_{ijkl}^p) d\sigma_{kl} + ((\partial A_{ijkl} / \partial T) \sigma_{kl} + \alpha \delta_{ij} + \gamma \Psi_{ij}^p) dT + 3/2 B(t) \sigma_i^{m(T)-1} s_{ij} dt, \quad (10)$$

$$C_{ijkl}^p \neq 0, \quad \Psi_{ij}^p \neq 0, \quad \text{если } (df > 0) \wedge (f = 0), \quad (11)$$

где  $A_{ijkl}$  – тензор упругой податливости;  $\alpha = \alpha(T)$  – мгновенный коэффициент температурного расширения;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $\gamma$  – корректирующий множитель.

При интегрировании нелинейной системы (10) следует учитывать условие активного нагружения (11), содержащее в себе условие нахождения изображающей процесс точки на гиперповерхности нагружения. Вопросы разработки вычислительных алгоритмов для задач упругопластичности и частных вариантов соотношений рассматривались в работах И.А. Биргера, Ю.М. Темиса, В.С. Бондаря, Ю.Г. Коротких, К.-J. Bathe, E. Neto, D. Peric и D.Owen, R.D. Kreig и D.V. Kreig, M. Ortiz и E.P. Popov, P. Papadopoulos и R.L. Taylor, J.C. Simo. Для решения дифференциально-алгебраической системы (10), (11) разработан алгоритм, основанный на схеме «упругий предиктор/пластический корректор». Общая схема алгоритма приведена на рис. 4.

Разработан алгоритм коррекции погрешности, состоящий в возвращении точки, изображающей процесс нагружения, на гиперповерхность нагружения на каждом шаге расчета: после проведения упругопластического расчета осуществляется коррекция длины вектора приращения пластических деформаций

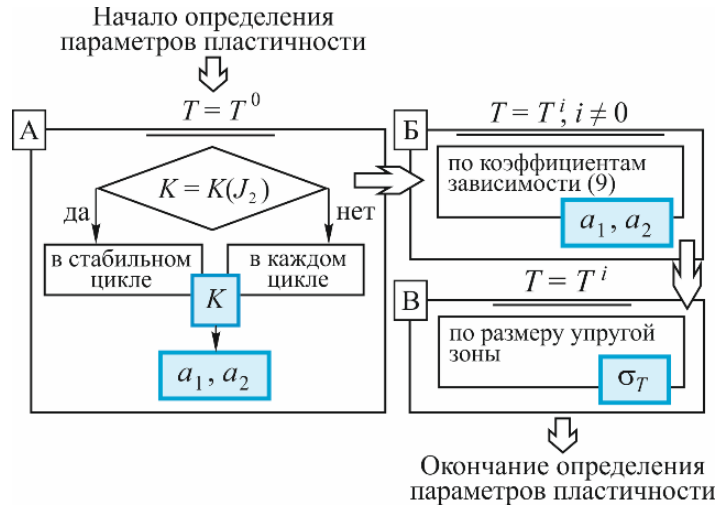


Рис. 3. Алгоритм определения параметров

без изменения его направления. Алгоритм коррекции погрешности основан на требовании выполнения уравнения  $f = 0$  в конце каждого шага расчета.

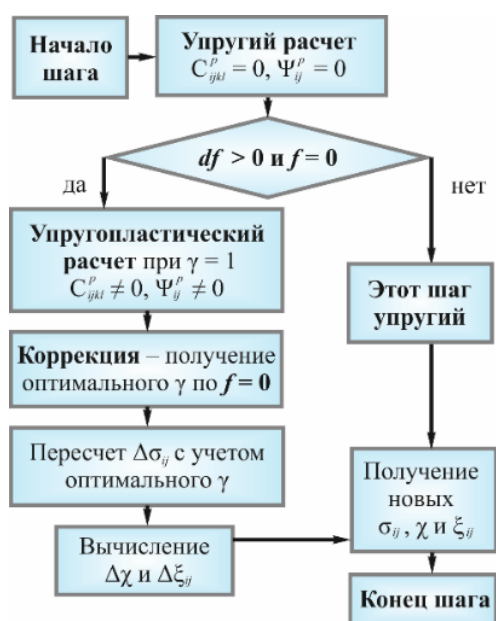


Рис. 4. Схема шагового алгоритма

ности содержатся в работах В.С. Бондаря, Ю.Г. Коротких, Ю.М. Темиса. Сходимость и устойчивость исследована Ю.М. Темисом.

На основании разработанных модели материала и алгоритмов создан программный комплекс «Plast1D» «Программа моделирования процессов неупругого деформирования трубчатых образцов из поликристаллических сплавов». Программный комплекс позволяет:

- определять параметры пластичности и ползучести для набора базовых температур, добавлять полученные параметры в базу параметров материалов;
- настраивать траекторию термомеханического деформирования, выбирая ее из реализованных (26 механических траекторий, 6 законов изменения температуры) или задавая пользовательскую термомеханическую траекторию;
- осуществлять моделирование процессов испытаний образцов с использованием разработанной модели или ее частных вариантов, предварительно задавая настройки алгоритма;

В пятой главе приведены результаты моделирования испытаний образцов по программам:

Если схема линеаризации – явная, при расчете с коррекцией на каждом шаге расчета необходимо решить локальную СЛАУ (10) только один раз, и один раз решить скалярное уравнение относительно  $\gamma$ , коэффициенты которого содержат только величины, известные в конце  $k$ -го шага. На рис. 5 приведен пример работы алгоритма: черная линия – расчет без коррекции, красная – с коррекцией (при деформировании по непропорциональной изотермической траектории деформирования в виде ромба).

Метод коррекции решения на каждом шаге нагружения впервые рассматривался для решения геометрически нелинейных задач в работах Дж. Стриклина, В. Хейслера, В. Риземана (самокорректирующийся метод приращений). Варианты реализации метода в задачах пластич-

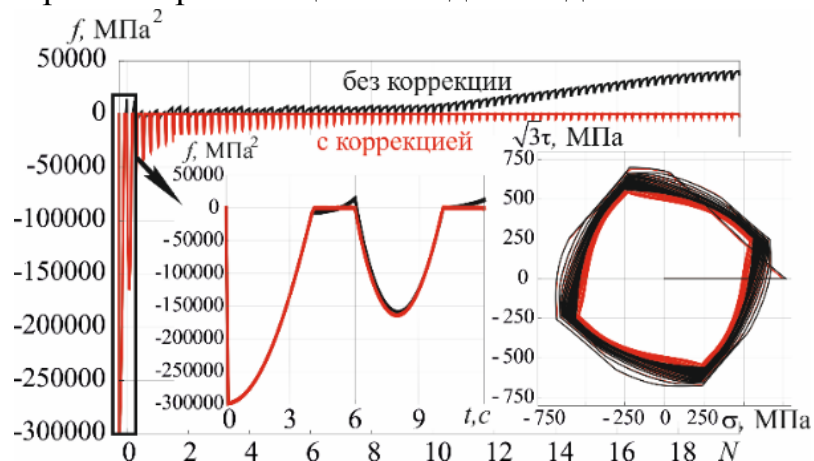


Рис. 5. Работа алгоритма коррекции: изменение функции гиперповерхности нагружения с номером цикла и траектория изменения напряжений

– изотермического пропорционального одноосного симметричного и несимметричного «жесткого» деформирования (для сплава 12X18H10T, стали 304, никелевого сплава IN738LC) и непропорционального деформирования по траекториям в виде двухзвенных и многозвенных ломаных, а также по криволинейным плоским траекториям постоянной и переменной кривизны (для стали 45, стали 40X16H9Г2С и сплава IN738LC);

– неизотермического пропорционального и непропорционального деформирования (для сплава IN738LC).

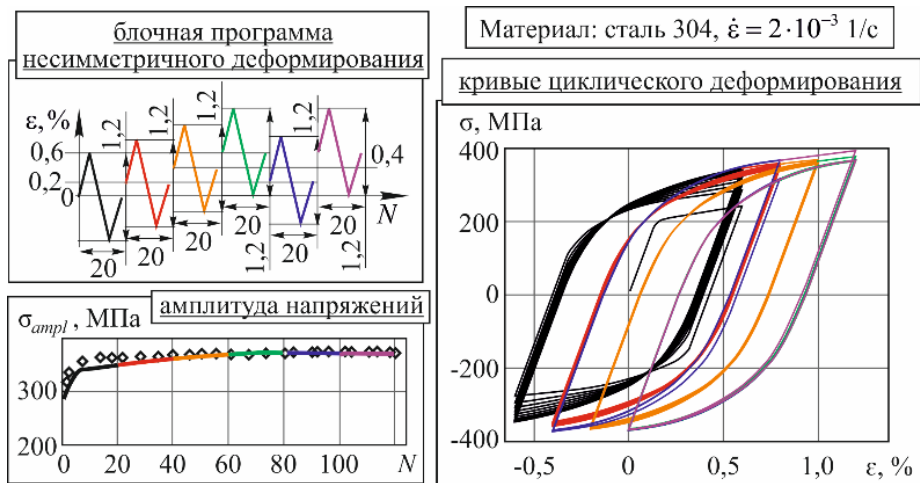


Рис. 6. Результаты моделирования процесса изотермического пропорционального деформирования, сталь 304

– неизотермического пропорционального и непропорционального деформирования (для сплава IN738LC).

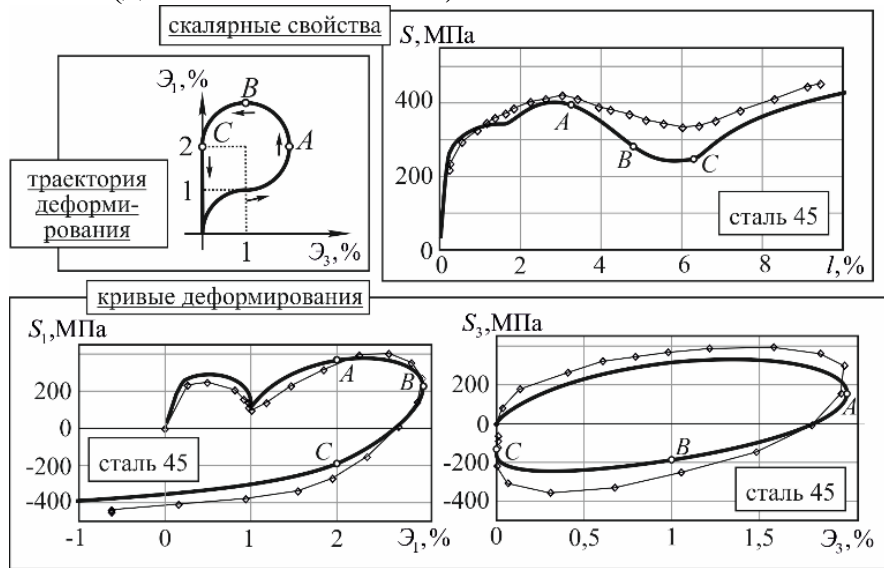


Рис. 7. Результаты моделирования процесса изотермического непропорционального деформирования, сталь 45

На рис. 6 приведены результаты моделирования одноосного деформирования образца из стали 304 по программе блочного несимметричного деформирования (сплошные линии) в сравнении с результатами эксперимента из работы G. Kang, Q. Gao, X. Yang (ромбы). Черные, красные, оранжевые, зеленые, синие и фиолетовые сплошные линии обозначают расчетные кривые, полученные на I, II, III, IV, V и VI блоках деформирования.

Результаты моделирования деформирования образца из стали 45 по непропорциональной плоской криволинейной траектории (кривые деформирования и скалярные свойства) приведены на рис. 7, сплошные линии – расчетные кривые, ромбы – результаты эксперимент, приведенные в работе Д.В. Зубчанинова.

На рис. 8 приведен график изменения напряжений в зависимости от номера цикла, полученный в результате моделирования испытаний образца по термомеханической программе деформирования, приведенной работе J. Ziebs,

J. Meersman и характерной для типового рабочего цикла точек передней кромки турбинной лопатки первой ступени, сплошная линия – расчет, ромбы – эксперимент из работы J. Ziebs, J. Meersman, материал – никелевый сплав IN738LC.

На рис. 9 приведены результаты моделирования процесса неизо-термического непропорционального деформирования по траектории в виде окружности с синусоидальным изменением температур в сравнении с результатами эксперимента из работы Н. Frenz, J. Meersman, J. Ziebs, материал – никелевый сплав IN738LC.

Сравнение результатов моделирования с результатами экспериментов, опубликованными в научно-технической литературе, подтверждает способность разработанной модели отражать особенности поведения.

Можно сделать следующие выводы об особенностях применения разработанной модели:

1. Расчетный угол сближения при деформировании образцов из стали 45 по двухзвенным ломаным траекториям на втором звене не падает ниже значения  $\sim 10^\circ$ , тогда как величину следа запаздывания принято определять по достижении значения  $\sim 6-7^\circ$ . Эти результаты соотносятся с результатами тестирования некоторых вариантов моделей пластического течения и без суммирования микронапряжений и линеаризованных моделей теории процессов, опубликованных в работах В.С. Бондаря, В.Г. Зубчанинова. Расчетная кривая деформирования по исчерпанию некоторого следа возвращается на кривую, полученную при простом деформировании без излома траектории.

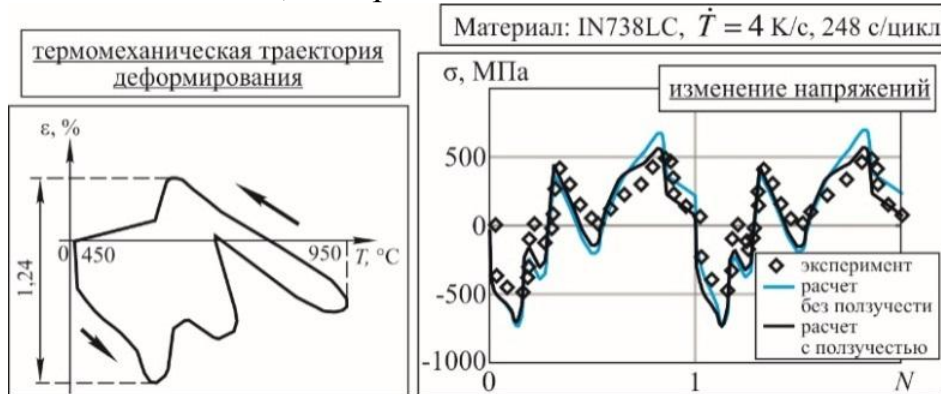


Рис. 8. Результаты моделирования процесса неизо-термического пропорционального деформирования, IN738LC

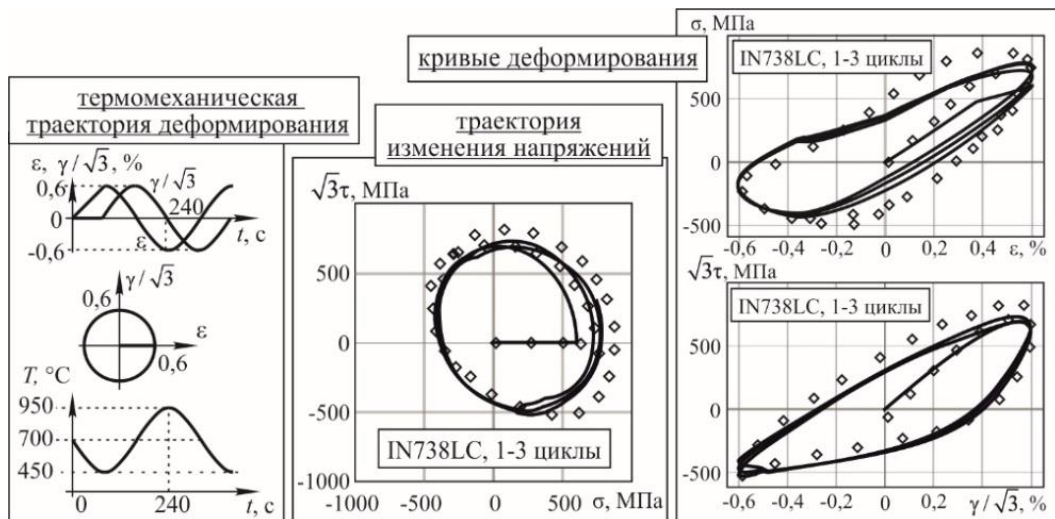


Рисунок 9 – Результаты моделирования процесса неизо-термического непропорционального деформирования, IN738LC

2. При деформировании по криволинейным траекториям на участках сложной разгрузки наблюдается существенное занижение скалярных свойств (рис. 7, участок BC). Такое поведение ожидаемо: модели пластического течения не учитывают нелинейный характер разгрузки, кроме того сталь 45 обладает свойством дополнительного упрочнения, для отражения которого разработанной моделью необходимо расширить базовый эксперимент и вводить специальные параметры непропорциональности в функцию изотропного упрочнения. При этом деформирование по криволинейным участкам без разгрузки воспроизводится корректно.

3. Для никелевого сплава IN738LC наблюдается удовлетворительное соответствие полученных в работе результатов результатам экспериментов при неизотермическом как пропорциональном, так и непропорциональном циклическом деформировании.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ**

1. Разработан неизотермический вариант модели инвариантной теории пластического течения. Модель содержит два структурных параметра: скалярный – параметр Одквиста, описывающий изменение пластических свойств материала от цикла к циклу, и тензорный параметр, включающий функцию, зависящую от второго инварианта напряжений, и благодаря этому описывающий изменение пластических свойств внутри цикла. Модель содержит четыре функциональных параметра материала, предложены и реализованы методы и алгоритмы определения этих параметров по результатам одноосных циклических испытаний образцов.

2. При изотермическом деформировании из соотношений разработанной модели следуют соотношения для ряда известных моделей, в частности А.Ю. Ишлинского, Ю.И. Кадашевича и В.В. Новожилова, Р.А. Арутюняна и А.А. Вакуленко, W. Prager, М.А. Eizenberg и А. Phillips, G. Backhaus и др. В работе показано, что предложенная модель обобщает вышеперечисленные модели на случай неизотермического нагружения.

3. Соотношения предложенной модели и разработанный программный комплекс подтверждены при сравнении с известными экспериментальными результатами как при изотермических, так и при неизотермических процессах простого и сложного, а также циклического деформирования для ряда конструкционных сталей и сплавов, применяемых в турбомашиностроении.

## **ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Темис Ю.М., Алхимов Д.А., Мартынова А.Д. (Худякова А.Д.) Применение инвариантной теории пластического течения для моделирования процессов испытаний образцов при сложном упругопластическом деформировании// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2015. Том 14. № 3. Ч.1. С. 24-36. (1,5 п.л./0,74 п.л.). (ВАК)

2. Мартынова А.Д. (Худякова А.Д.) Применение инвариантной теории пластичности для моделирования процессов испытаний образцов при сложном

нагружении// Новые решения и технологии в газотурбиностроении: Сборник тезисов докладов. М., 2015. (0,23 п.л./0,09 п.л.).

3. Темис Ю.М., Худякова А.Д. Моделирование процессов изотермического упругопластического деформирования образцов при повышенной температуре// Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 6. С. 49-67. (2,3 п.л./0,83 п.л.). **(ВАК)**

4. Темис Ю.М., Худякова А.Д. Модель неизотермического упругопластического деформирования конструкционных материалов при сложном нагружении// Математическое моделирование и численные методы. 2017. № 3. С. 22-41. (2,3 п.л./0,83 п.л.). **(ВАК)**

5. Темис Ю.М., Худякова А.Д., Математическое моделирование неупругого деформирования конструкционных сплавов в условиях сложного нагружения с учетом воздействия повышенных и переменных температур// Механика и математическое моделирование в технике: Сборник трудов. М., 2017. С. 81-85. (0,36 п.л./0,18 п.л.).

6. Темис Ю.М., Худякова А.Д. Принципы определения параметров моделей неизотермического пластического течения на основе инвариантной теории пластичности//Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. М., 2018. С. 135-137. (0,23 п.л./0,15 п.л.).

7. Темис Ю.М., Худякова А.Д., Численное моделирование процессов неизотермического упругопластического деформирования конструкционных материалов// Математическое моделирование и численные методы. 2018. № 2. С. 47-69. (2,66 п.л./1 п.л.). **(ВАК)**

8. Азметов Х.Х., Темис Ю.М., Худякова А.Д. Модели пластичности при неизотермическом циклическом нагружении деталей ГТД// XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах. Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. Уфа, 2019. С. 242-244. (0,35 п.л./0,33 п.л.).

9. Худякова А.Д., О построении феноменологический моделей неизотермической пластичности для металлических материалов//Авиационные двигатели и силовые установки: Сборник тезисов докладов. М., 2019. (0,23 п.л./0,15 п.л.).

10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019612547. Plast1D – Программа моделирования процессов неупругого деформирования трубчатых образцов из поликристаллических сплавов/ А.Д. Худякова, Ю.М. Темис. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 22.02.2019.

11. Development of invariant plasticity theory approach to construction of non-isothermal plastic flow models// A.D. Khudyakova and Y. M. Temis// IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 747 012020. 2020. 6 p. (0,58 п.л./ 0,26 п.л.). **(Scopus)**