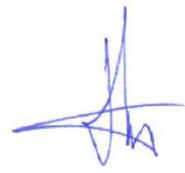


На правах рукописи



Горностаев Константин Константинович

**ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И
ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СФЕРИЧЕСКИХ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ
СО СЛОЖНОЙ РЕОЛОГИЕЙ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Воронеж - 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования “Воронежский государственный университет”.

Научный руководитель:

Ковалев Алексей Викторович
доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО “ВГУ”, кафедра механики и компьютерного моделирования, заведующий кафедрой.

Официальные оппоненты:

Буренин Анатолий Александрович

доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, Лаборатория проблем создания и обработки материалов и изделий ИМиМ ДВО РАН, главный научный сотрудник.

Малик Александр Васильевич
Кандидат физико-математических наук, ЦКИБ СОО филиала АО КБП, инженер-исследователь.

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО “Самарский государственный технический университет”. г. Самара

Защита состоится “29” сентября 2020г. в 12:00 часов на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО “Тульский государственный университет”, ФГБОУ ВО “Воронежский государственный университет” по адресу 300012 г. Тула, пр. Ленина 92, ауд. 12-105.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО “Тульский государственный университет” и на сайте http://tsu.tula.ru/files/67/Gornostaev_dissertation.pdf

Автореферат разослан “30” июля 2020г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета

Глаголев Вадим Вадимович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию упругого и пластического состояний в сферически симметричном и осесимметричных телах со сложной реологией под действием температурных полей.

Необходимость предсказания поведения различных конструкций требует разработки сложных математических моделей, описывающих с достаточной степенью точности процессы и явления. Естественно, возникает необходимость решения задач в рамках реологически сложных моделей материалов. Так, например, в процессе упругопластического деформирования ряд материалов проявляет упрочнение и вязкость, а также подвергается воздействию температурных полей, учет которых в моделях существенно усложняет расчет.

Новые результаты, позволяющие расширить представление о характере поведения упрочняющихся упруговязкопластических тел под действием температурных полей, относятся к числу важных и актуальных в теории и практике технологических задач механики. В связи с этим сформировалось научное направление, называемое термопластичностью. Одним из основных разделов такого направления явилась теория температурных напряжений. Это направление механики постоянно остается в центре внимания исследователей. Подтверждением этого может служить большое число работ отечественных и зарубежных авторов. Среди которых выделим работы А.А. Ильюшина, Ю.Н. Работнова, Ю.Н. Шевченко, А.А. Маркина, А.А. Буренина, И.А. Биргера, Р. Хилла, В. Прагера, Д. Бленда, Г. Паркуса, Б. Боли, Дж. Уэйнера и многих других.

Цель и задачи данного диссертационного исследования заключаются в развитии теории температурных напряжений в упрочняющихся упруговязкопластических телах путем постановки и решения ряда новых модельных задач теории, и в обеспечении на такой основе расчетного прогнозирования изменений температурных напряжений в зависимости от особенности эволюции областей пластического течения в условиях меняющихся термомеханических воздействий. Для достижения обозначенной цели необходимо решить следующие задачи:

- осуществить постановки краевых задач теории температурных напряжений для сплошного шара и трубы из упрочняющегося упруговязкопластического материала, и диска из упрочняющегося упругопластического материала;
- получить аналитическое решение задачи об определении температурных напряжений в сплошном шаре из упрочняющегося упругопластического материала, трубе из упрочняющегося упруговязкопластического материала;
- получить решение методом конечных элементов для сплошного шара, трубы и диска в случае упругопластического и упрочняющегося упругопластического материала;

- сравнить аналитические и численные результаты решений для сплошного шара, трубы и диска.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- поставлены и решены аналитически задачи об определении температурных напряжений: о нестационарном нагреве сплошного шара, о стационарном нагреве трубы (с учетом зависимости предела текучести от температуры);
- указаны особенности формирования решения краевой задачи о шаре, связанные с эволюцией обратимого деформирования и пластического течения в условиях неустановившегося температурного поля;
- предложены численные решения для полей температурных напряжений методом конечных элементов в упрочняющемся упругопластическом шаре, трубе и диске; алгоритм расчета предоставляет возможность учесть появление, развитие и затухание различных областей пластического течения, включая прогнозирование итогового распределения остаточных напряжений.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные результаты позволяют определять поле напряжений и перемещений, а также вид и положение границ упругой и пластических зон в задачах о сплошном шаре, трубе и диске.

- Результаты работы могут непосредственно использоваться в расчетном прогнозировании ряда технологических операций: сборка конструкций способом горячей посадки, точечная сварка, локальная закалка конструкций и др.

Степень достоверности результатов. Достоверность сделанных в работе выводов обеспечивается корректной постановкой задачи и дальнейшими строгими математическими выкладками. Кроме этого, проведено сравнение полученных аналитических результатов с известными, и сравнение полученных аналитических результатов с численными. Численное моделирование проводилось с использованием верифицированного и валидированного пакета инженерного анализа ANSYS.

Апробация результатов диссертационной работы приведена в публикациях, докладах и выступлениях на следующих конференциях и семинарах, проводимых Воронежским государственным университетом и Тульским государственным университетом, таких как: международная конференция “Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики” (Воронеж, 2018), международная конференция “Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики” (Воронеж, 2019), научная сессия профессорско-преподавательского состава Воронежского государственного университета (Воронеж, 2016-2019), научный семинар кафедры Механики и компьютерного моделирования ВГУ, научный семинар в Тульском государственном университете им. Л.А. Толоконникова под руководством А.А. Маркина.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 7 работах. Из них 3 статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК, 2 публикаций в Scopus и 2 - материалы международных конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа включает в себя введение, 4 главы основного текста, заключение и список литературы из 86 наименований. Работа изложена на 90 страницах, содержит 70 рисунков, 1 таблицу.

Содержание диссертации.

Во введении дан обзор работ, обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и теоретическая и практическая значимость полученных результатов и изложено краткое ее содержание.

В первой главе приводятся основные уравнения и соотношения, которые используются при описании напряженно-деформированного состояния, упрочняющегося упруговязкопластического тела в рамках теории течения.

Уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho F_j = 0, \quad (1)$$

где F_j - массовые силы.

Тело остается упругим, пока

$$s_{ij}s_{ij} < k^2; \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}, \quad (2)$$

где s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, δ_{ij} – символ Кронекера, k - предел текучести материала.

При этом закон Гука запишем в форме, учитывающей температурное слагаемое:

$$e_{ij}^e = \left(\frac{1}{E}\right) [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{ss}\delta_{ij}] + \alpha\vartheta\delta_{ij}, \quad (3)$$

где, $\vartheta = T - T_0$ – изменение температуры в точке тела, α – коэффициент температурного расширения, E – модуль упругости Юнга, e_{ij}^e – компоненты тензора упругих деформаций, ν – коэффициент Пуассона.

Заметим, что в случае $\nu = 0.5$:

$$e_{kk}^e = 3\alpha\vartheta.$$

Если $s_{ij}s_{ij} \geq k^2$, то полная деформация является суммой упругой и пластической составляющих:

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p, \quad (4)$$

причем компоненты тензора упругих деформаций e_{ij}^e связаны с напряжениями законом Гука (3). Пластическая составляющая объемной деформации удовлетворяет условию несжимаемости:

$$e_{nn}^p = 0. \quad (5)$$

Приращения компонент тензора пластических деформаций de_{ij}^p связаны соотношениями ассоциированного закона пластического течения с компонентами тензора напряжений:

$$de_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (6)$$

если выполняется условие пластичности:

$$f(S_{ij}^a, T) = 0, \quad (7)$$

$$S_{ij}^a = S_{ij} - c e_{ij}^p - \eta \dot{e}_{ij}^p.$$

Здесь S_{ij}^a – компоненты девиатора тензора активных напряжений, η – коэффициент вязкости, c – коэффициент упрочнения, $d\lambda$ – скалярный положительный множитель, \dot{e}_{ij}^p – компоненты девиатора тензора скоростей пластических деформаций.

Полные деформации связаны с перемещениями формулами Коши:

$$2e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}. \quad (8)$$

Граничные условия представимы в виде:

$$\sigma_{ij} n_j = P_i \quad \text{на} \quad S_p, \quad (9)$$

где n_j – направляющие косинусы нормали к поверхности.

Уравнения (1) - (9) представляют собой систему уравнений и соотношений, описывающих напряженно-деформированное состояние упрочняющейся упруговязкопластической среды. Здесь принято условие суммирования по повторяющимся индексам.

Полученные соотношения дополняются уравнением теплопроводности в форме:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\Delta T, \quad (10)$$

где a – коэффициент температуропроводности, t – время, Δ – оператор Лапласа.

Также приводятся выражения температурных полей:

- для сплошного шара под действием нестационарного температурного поля:

$$T(r, t) = \frac{2RT_0}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin \frac{n\pi r}{R} e^{-an^2\pi^2 t/R^2}. \quad (11)$$

$$\bar{T}(r, t) = 6T_0 \left(\frac{R}{\pi r}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \left(\cos \frac{n\pi r}{R} - \frac{R}{n\pi r} \sin \frac{n\pi r}{R}\right) e^{-an^2\pi^2 t/R^2}. \quad (12)$$

где t – время, R – радиус шара, T_0 – начальная температура шара.

- для трубы под действием стационарного температурного поля:

$$T(r) = P - Q \ln r, \quad (13)$$

где P, Q – известные постоянные.

- для диска под действием стационарного температурного поля (за исключением центра $r = 0$):

$$T(r) = \frac{W}{2\lambda\pi\delta} \log \frac{b}{r}, \quad (14)$$

где δ – толщина диска, W – количество тепла, b – радиус диска, λ – коэффициент теплопроводности.

Во второй главе поставлена задача определения температурных напряжений для упрочняющегося упруговязкопластического сплошного шара и получено ее частное решение – упрочняющегося упругопластического сплошного шара.

Приведены следующие соотношения, определяющие эквивалентное напряжение:

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = 6G\alpha(\bar{T} - T) & \text{при } \bar{T} - T \leq \frac{\sigma_s}{6G\alpha}, \\ \bar{\sigma} = \frac{2G}{2G+c}\sigma_s + \frac{2G\alpha c}{2G+c}(\bar{T} - T) & \text{при } \bar{T} - T \geq \frac{\sigma_s}{6G\alpha}, \end{cases} \quad (15)$$

где $\bar{\sigma} = |\sigma_\varphi - \sigma_r|$, G – модуль сдвига, σ_s – предел текучести материала.

Выбор знака при $\bar{\sigma}$ основан на том, что в рассматриваемом случае охлаждения шара всегда $\bar{T} - T \geq 0$.

Через $\rho(t)$ обозначена координата той точки $r = \rho$, в которой в момент времени t начинается пластическое течение, а через $\tau(t)$ – тот момент времени, в который начинается разгрузка. Согласно (15), $\rho(t)$ и $\tau(t)$ определяются соотношениями:

$$\bar{T}(\rho, t) - T(\rho, t) = \frac{\sigma_s}{6G\alpha} \quad (16)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{T} - T)|_{t=\tau} = 0. \quad (17)$$

Дополняя уравнения (15) законом разгрузки, будем иметь для любого t :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\sigma} = 6G\alpha(\bar{T}(r, t) - T(r, t)) & \text{в области I,} \\ \bar{\sigma} = \frac{2G}{2G+c}\sigma_s + \frac{2G\alpha c}{2G+c}(\bar{T}(r, t) - T(r, t)) & \text{в области II,} \\ \bar{\sigma} = \frac{2G}{2G+c}\sigma_s + \frac{2G\alpha c}{2G+c}(\bar{T}(r, t) - T(r, t)) - \\ - 6G\alpha[\bar{T}(r, \tau) - T(r, \tau) - \bar{T}(r, t) - T(r, t)] & \text{в области III.} \end{array} \right. \quad (18)$$

Уравнения (18) показывают, что при охлаждении шара, когда $t \leq \tau$, будут существовать 3 области: упругая область I, пластическая область II, в которой $\bar{T} - T$ еще продолжает возрастать, и, наконец, область III, в которой происходит разгрузка, после имевшего места пластического течения.

Получены зависимости для остаточных напряжений, отвечающие состоянию $T = 0$ при $t \rightarrow \infty$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_r^0 = 12G\alpha \int_{\rho_0}^R (\bar{T}[x, \tau(x)] - T[x, \tau(x)]) \frac{dx}{x} - 2A \ln \frac{R}{\rho_0} & \text{при } r \leq \rho_0, \\ \sigma_r^0 = 12G\alpha \int_r^R (\bar{T}[x, \tau(x)] - T[x, \tau(x)]) \frac{dx}{x} - 2A \ln \frac{R}{r} & \text{при } r \geq \rho_0, \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_\varphi^0 = \sigma_r^0 & \text{при } r \leq \rho_0, \\ \sigma_\varphi^0 = \sigma_r^0 + A - 6G\alpha(\bar{T}[r, \tau(r)] - T[r, \tau(r)]) & \text{при } r \geq \rho_0, \end{array} \right.$$

где $A = \frac{2G}{2G+c}\sigma_s + \frac{2G\alpha c}{2G+c}(\bar{T} - T)$.

Замечено, что так как при определении остаточных напряжений $t \rightarrow \infty$, значения остаточных напряжений для случаев упруговязкопластического упрочняющегося материала и упругопластического упрочняющегося материала будут одинаковы (рис. 1).

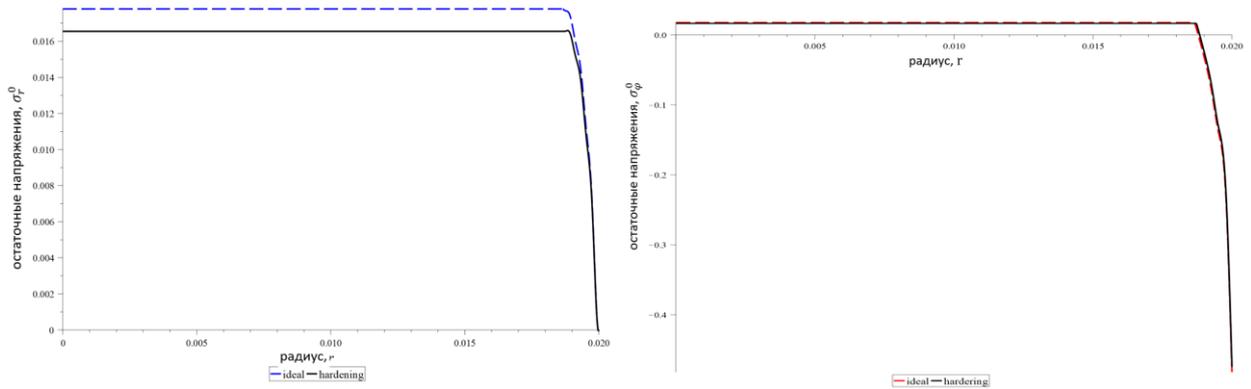


Рисунок 1 – Остаточные напряжения $\sigma_r^0, \sigma_\phi^0$ в случае упругопластического (сплошная линия) и упрочняющегося (пунктирная) материала для параметра $\chi = 0.5$

Далее приведены результаты численного решения задачи, которое проводилось в 2D осесимметричной постановке с использованием модулей Transient Thermal и Transient Structural пакета ANSYS. Геометрически данная задача в ANSYS сводится к четверти круга с заданными условиями симметрии относительно оси X и условия осесимметричности относительно оси Y . Построена структурированная сетка (рис. 2), содержащая 12000 элементов Quad4 и 36391 узел. На внешнем контуре, где зарождается пластическая зона толщина элементов сетки в радиальном направлении уменьшена.

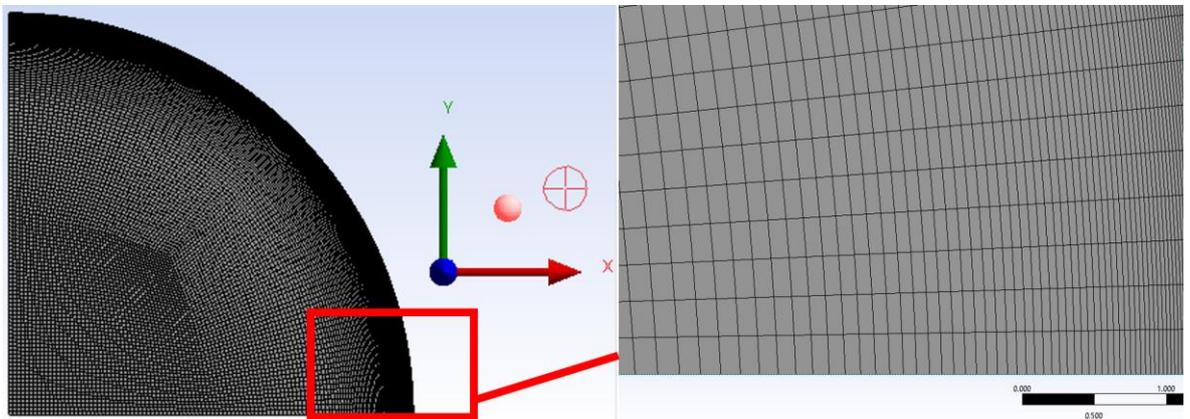


Рисунок 2 – Структурированная сетка

По результатам расчета получены зависимости приведенных (рис. 3) остаточных напряжений $\sigma_r/K, \sigma_\phi/K$ от безразмерного радиуса шара для различных значений параметра нагружения для случая идеально-пластического материала.

Полностью остывший шар испытывает остаточные радиальные растягивающие напряжения во всем своем объеме. При этом окружные напряжения в части шара оставшейся упругой также растягивающие, однако в пластической области они меняют знак – то есть часть пластической области

испытывает растяжение в окружном направлении, а часть области на периферии шара испытывает сжатие.

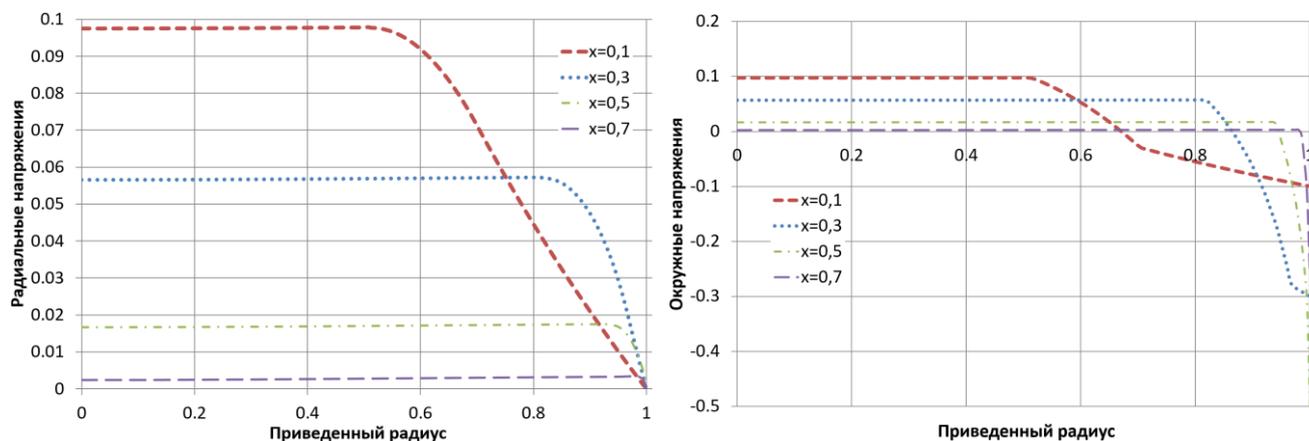


Рисунок 3 – Напряжения σ_r/K , σ_ϕ/K при различных χ

Следует отметить, что также были проведены исследования по влиянию коэффициента Пуассона на напряженно-деформированное состояние шара. Учет сжимаемости материала приводит к уменьшению величины χ при котором возникает повторное пластическое течение материала. Зависимость параметра нагружения от коэффициента Пуассона показана на рис. 4.

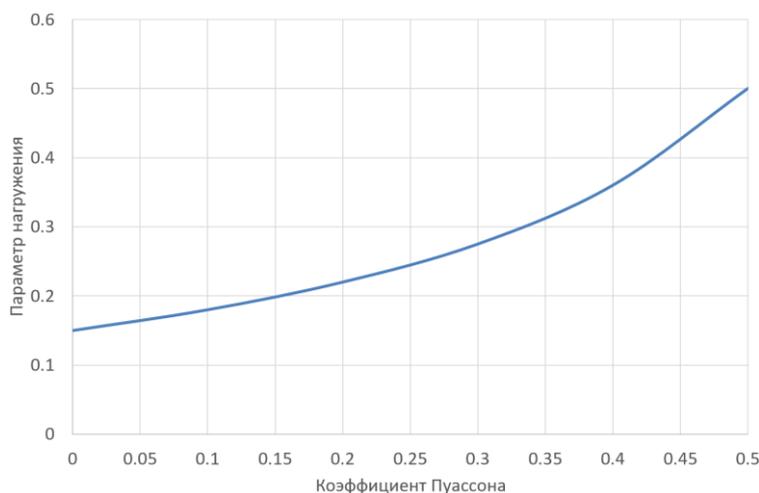


Рисунок 4 – Зависимость параметра χ , при котором возникает повторная пластичность, от коэффициента Пуассона

Далее проведено сравнение полученных результатов. Численное решение хорошо согласуется с результатами, найденными при аналитическом решении. Возникает упругое ядро, испытывающее равномерное всестороннее растяжение. Подтверждается отсутствие повторной пластической деформации при $0.5 < \chi < 1$. При значениях параметра нагружения $\chi > 0.5$ возникает повторная пластическая деформация, которая не учитывается в аналитическом решении.

В третьей главе получено аналитическое решение задачи температурных напряжений в упрочняющейся упруговязкопластической трубе в рамках плоской задачи.

Для определения постоянных интегрирования и радиуса упругопластической границы использовалось уравнение непрерывности компонент вектора перемещений и компонент тензора напряжений.

Также было получено выражение для результирующей осевой силы в зависимости от осевой деформации:

$$R = \pi a^2 p - \pi b^2 q + \pi E e_z (b^2 - a^2) - 2\pi E \alpha \int_a^b r T dr. \quad (20)$$

Построен график зависимости радиуса упругопластической границы r_s от времени t при учете упрочнения и вязкости материала.

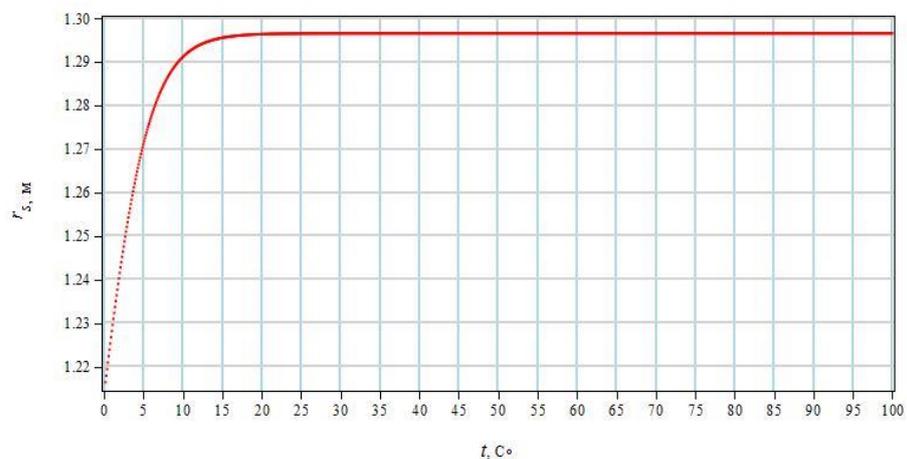


Рисунок 5 – Зависимость радиуса границы от времени

Далее приведены результаты численного решения задачи при условии пластичности Мизеса, которые проводились в 2D постановке с использованием модулей Steady State Thermal и Steady State Structural пакета ANSYS. Геометрически данная задача в ANSYS может быть сведена к четверти кольца с заданными условиями симметрии относительно оси X и оси Y . Построена структурированная сетка (рис. 6), содержащая 21600 элементов Quad4 и 65433 узла. Элементы сетки имеют одинаковый во всей расчетной области размер.

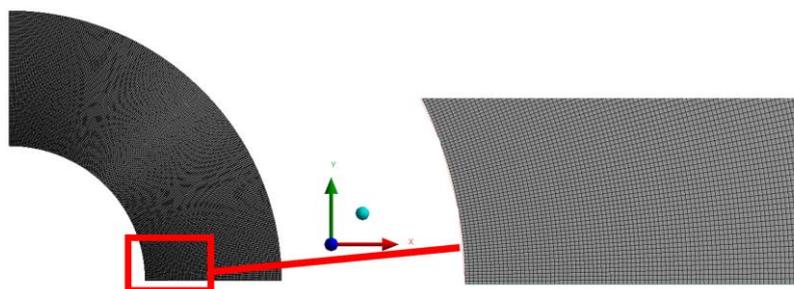


Рисунок 6 – Структурированная сетка

Далее было проведено исследование влияния величины коэффициента Пуассона на радиус упругопластической границы (рис. 7). Исходное значение коэффициента Пуассона $\nu=0.5$, отвечающее несжимаемому материалу, нехарактерно, например, для конструкционных сталей, для которых величина ν лежит на уровне 0.3.

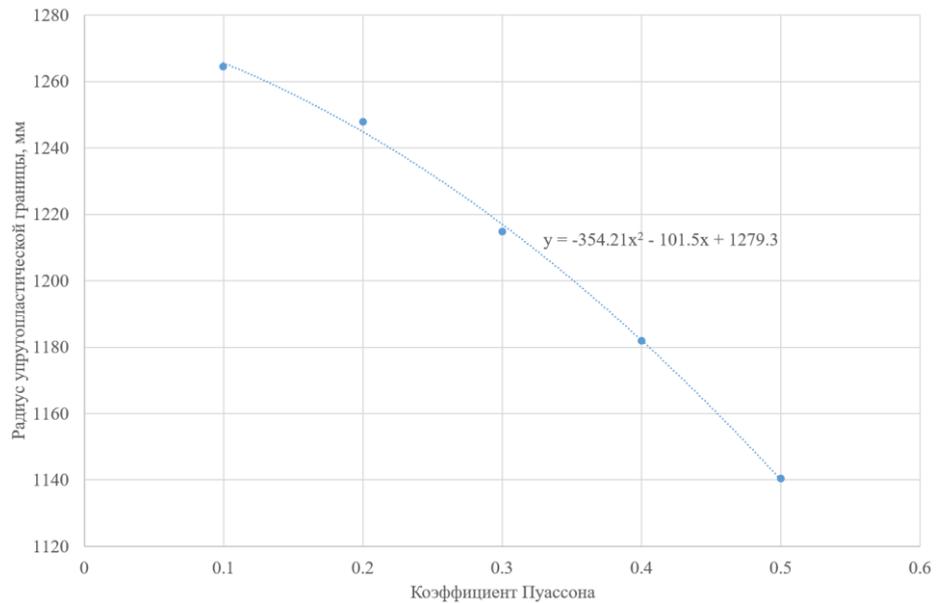


Рисунок 7 – Зависимость радиуса упругопластической границы от коэффициента Пуассона

Также построены зависимости компонент напряжений для следующих значений $\nu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2; 0.1$, показанные на рис. 8-9.

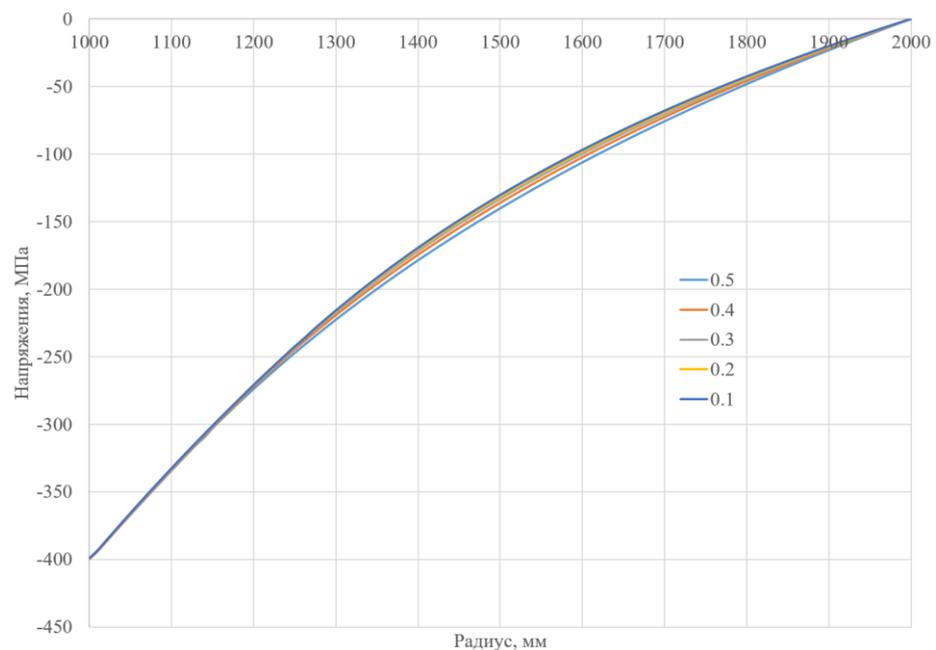


Рисунок 8 – Зависимость радиальных напряжений от радиуса

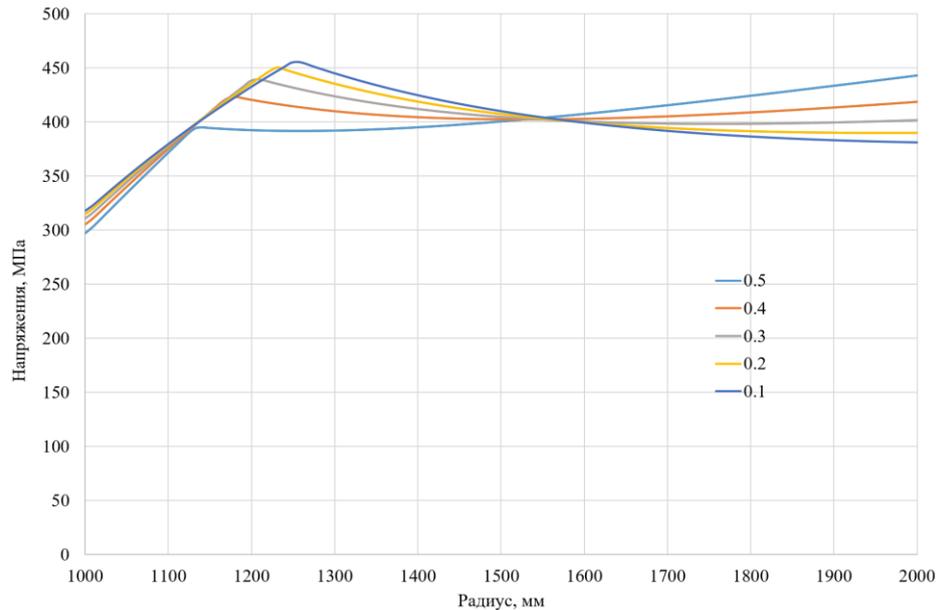


Рисунок 9 – Зависимость окружных напряжений от радиуса

При сравнении результатов аналитического и численного решения отмечено, что при условии пластичности Мизеса (численное решение) существенно уменьшился радиус упругопластической границы, т.е. при расчете с помощью аналитического решения будут обеспечены большие запасы прочности конструкции в сравнении с численным решением.

В четвертой главе приведено численное решение задачи об определении температурных напряжений в упругопластическом и упрочняющемся упругопластическом диске.

Решение проводилось в 2D постановке с использованием модулей Steady State Thermal и Steady State Structural пакета ANSYS. Геометрически данная задача в ANSYS может быть сведена к четверти диска с заданными условиями симметрии относительно оси X и оси Y. Построена структурированная сетка (рис. 10), содержащая 7500 элементов Quad4 и 7651 узел. Элементы сетки имеют сгущение в центре диска в области зарождения пластической зоны.

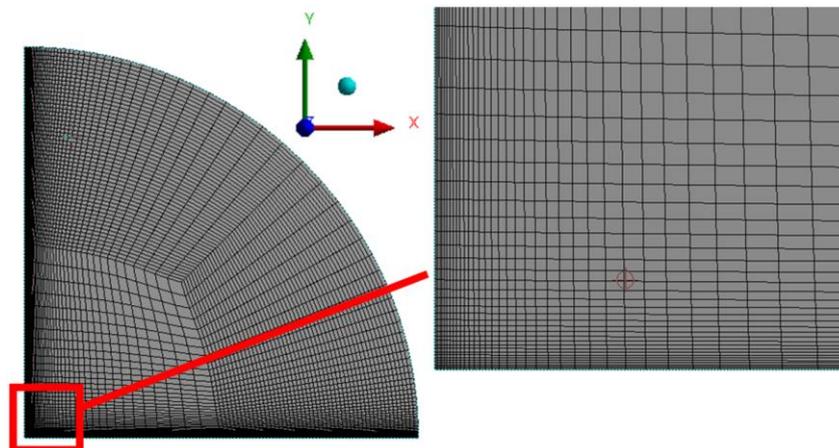


Рисунок 10 – Структурированная сетка

Приведены зависимости нормальных компонент напряжений от радиуса в случае идеальнопластического и упрочняющегося материалов. Получено хорошее совпадение результатов известного аналитического решения и полученного численного.

Следует отметить, что в центре диска, где аналитическое решение несправедливо ввиду обращающейся в бесконечность температуры, в ANSYS получено определенное конечное значение температуры.

На рис. 11 – 12 показаны зависимости распределения перемещений от радиуса для различных коэффициентов Пуассона $\nu=0.1;0.2;0.3;0.4;0.5$ для случаев упрочняющегося (УПР) и идеальнопластического (ИП) дисков.

По результатам исследования можно сделать вывод, что напряженное состояние диска для случаев упрочняющегося и идеальнопластического материалов не зависит от коэффициента Пуассона. При этом деформированное состояние диска, в зависимости от коэффициента Пуассона, значительно меняется, что показано на рис. 11 для идеальнопластического и рис. 12 для упрочняющегося материалов.

Однако, при одинаковых значениях коэффициента Пуассона упрочняющегося и идеальнопластического материала, разница в перемещениях не превышает 0.3%, при том что при моделировании задавался достаточно высокий коэффициент упрочнения. То есть влияние упрочнения на деформированное состояние диска мало.

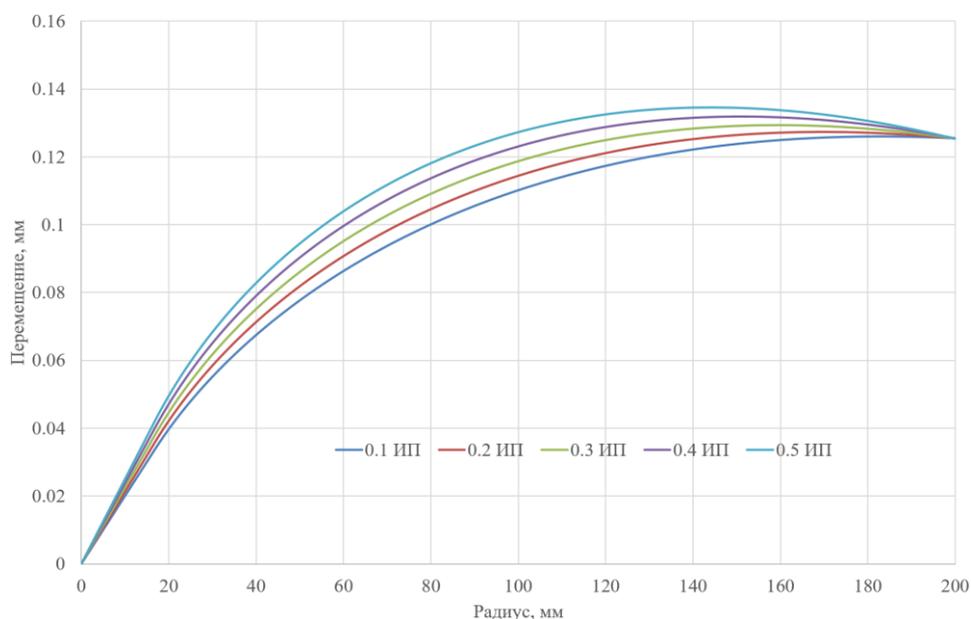


Рисунок 11 – Зависимость перемещения в идеальнопластическом диске от радиуса

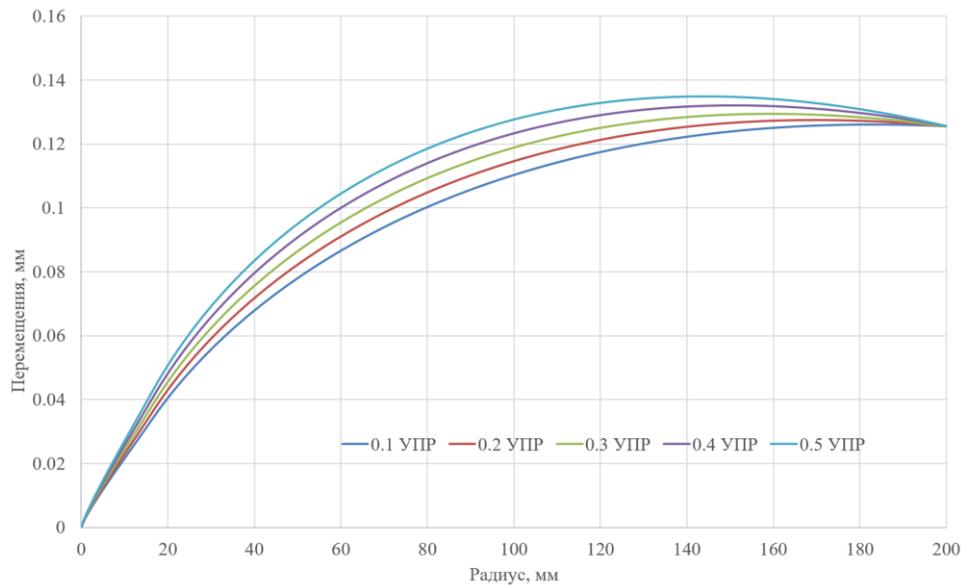


Рисунок 12 – Зависимость перемещения в упрочняющемся диске от радиуса

Заключение

По итогам выполнения диссертационного исследования получены следующие основные результаты.

1. Поставлены краевые задачи теории температурных напряжений для сплошного шара и трубы из упрочняющегося упруговязкопластического материала, и диска из упрочняющегося упругопластического материала.

2. Получено аналитическое решение задачи о нестационарном охлаждении сплошного шара из упрочняющегося упругопластического материала, которое дополнено численным решением с использованием метода конечных элементов. При этом, в аналитическом решении при определенных значениях параметров не учитываются эффекты повторной пластичности. В тоже время численное решение позволило дополнительно исследовать данное явление.

3. Получено аналитическое решение задачи о трубе из упрочняющегося упруговязкопластического материала под действием нестационарного температурного поля, которое дополнено численным решением с использованием метода конечных элементов. Аналитическое решение проводилось при использовании условия пластичности Треска, в то время как численное решение проводилось при использовании условия пластичности Мизеса. Это позволило провести сравнительный анализ решения задачи при двух различных условиях пластичности

4. Проведено сравнение известного аналитического решения задачи о точечном нагреве диска из идеально упругопластического материала с численным решением. Кроме того, данная задача была численно решена для упрочняющегося упругопластического материала.

5. Во всех решенных задачах было проведено исследование влияния коэффициента Пуассона на напряженно-деформированное состояние. Это позволило оценить влияние сжимаемости материала как в случае идеальнопластического материала, так и в случае упрочняющегося материала.

Список публикаций по диссертации

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ и проиндексированных в международной базе Scopus

1. Горностаев, К.К. О механическом поведении упрочняющегося упругопластического диска под действием источника тепла / А.А. Афанасьев, Горностаев, К.К., Ковалев А.В., Чеботарев А.С. // Вестник Томского государственного университета. Серия: Математика и Механика. — 2017 — No 50. — С. 57-66.

2. Горностаев, К.К. О симметричной деформации упрочняющейся упруговязкопластической трубы с учётом температуры / Горностаев К.К., Ковалев А.В. // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2015. — No 3. — С. 176–184.

3. Горностаев, К.К. Об упругопластическом состоянии толстостенной трубы с учетом температуры для сложной модели среды / Горностаев К.К., Ковалев А.В. // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. — 2015. — No 1. — С. 135–140.

4. Gornostaev, K.K. Stress-strain state in an elastoplastic pipe taking into account the temperature and compressibility of the material / K.K. Gornostaev, Y.V. Malygina, A.V. Kovalev. // Journal of Physics: Conference Series — 2018. — Vol. 973 — P.1-10.

5. Gornostaev, K.K. The determination of residual stresses in a hardening elastoplastic sphere considering the temperature effects / A.A. Afanasyev, K.K. Gornostaev, A.V. Kovalev. // Journal of Physics: Conference Series — 2019. — Vol. 1203 — P.1-11.

Статьи и материалы конференций

6. Горностаев, К.К. Исследование механического поведения шара со сложной реологией под действием нестационарного температурного поля. / Афанасьев А.А., Горностаев К.К., Ковалев А.В. // Воронеж: Изд-во Научно-исследовательские публикации, 2019. — С. 1253-1260.

7. Горностаев, К.К. Об определении остаточных напряжений в упрочняющемся упругопластическом шаре с учетом температурных эффектов. / Афанасьев А.А., Горностаев К.К., Ковалев А.В. // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. Сборник трудов. — Воронеж: Изд-во Научно-исследовательские публикации, 2018. - С. 1022-1027.