

Федеральное государственное бюджетное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»

На правах рукописи



Деревянка Екатерина Евгеньевна

**Методы расчёта релаксации остаточных
напряжений в поверхностно упрочнённых
статически неопределимых стержневых
конструкциях в условиях ползучести**

Специальность 1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Радченко Владимир Павлович

Самара – 2023

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Аналитический обзор и постановка задач исследования	13
1.1. Статически неопределимые стержневые системы	17
1.2. Реконструкция напряженно-деформированного состояния в деталях и элементах конструкций после процедуры поверхностного пластического деформирования	20
1.3. Методы исследования релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах конструкций в условиях ползучести	31
1.4. Выбор реологической модели деформирования материалов	36
1.5. Выводы по главе 1	41
Глава 2. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых конструкций	42
2.1. Общая постановка задачи	42
2.2. Решение задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимой стержневой системы в условиях ползучести	47
2.3. Статически неопределимая стержневая система с двумя степенями свободы	58
2.4. Статически неопределимая стержневая система с одной степенью свободы	80
2.5. Выводы по главе 2	87

Глава 3. Релаксация остаточных напряжений в упрочненных сплошных и полых цилиндрах в условиях ползучести при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения	89
3.1. Постановка задачи	89
3.2. Реконструкция напряженно-деформированного состояния в цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования	91
3.3. Определение характеристик напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндре при температурно-силовом нагружении	95
3.4. Методика решения краевой задачи ползучести поверхностно упрочненного цилиндра, нагруженного осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением, при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения	97
3.5. Исследование влияния температуры, растягивающей силы и крутящего момента на релаксацию остаточных напряжений в сплошном поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при кинематических ограничениях на перемещения	104
3.6. Исследование влияния растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления на релаксацию остаточных напряжений в полем поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при кинематических ограничениях на перемещения	121
3.7. Исследование влияния растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления на релаксацию остаточных напряжений в двухсторонне упрочненном полем цилиндре в условиях ползучести при кинематических ограничениях на перемещения	135
3.8. Выводы по главе 3	155

Глава 4. Программное обеспечение, реализация алгоритмов и численных методов	156
4.1. Алгоритмы расчетов	157
4.2. Используемые численные методы	167
4.3. Программное обеспечение и описание программного комплекса .	168
4.4. Выводы по главе 4	174
Заключение	175
Список литературы	178
Приложение А. Акт о внедрении результатов работы в учебном процессе	200
Приложение Б. Акт о внедрении результатов работы на предприятии	201

Введение

Актуальность темы исследования. Прочностные свойства деталей во многом определяются состоянием поверхности, которая изначально является ослабленной по сравнению с характеристиками материала с глубинной областью. Поэтому нарушение целостности детали, как правило, начинается с поверхности и распространяется далее по объему.

В связи с этим разрабатываются технологические методы повышения характеристик материала поверхностного слоя. Одним из самых распространенных является метод поверхностного пластического деформирования (ППД). Этот метод является штатной технологической операцией в различных отраслях промышленности, и его применение приводит к созданию в тонком приповерхностном слое изделия сжимающих остаточных напряжений (ОН), с которыми связывают увеличение ресурса для различных показателей надежности. В процессе эксплуатации упрочненных элементов конструкций в условиях высокотемпературной ползучести происходит релаксация ОН (уменьшение их значений по модулю). Поэтому возникает задача разработки методов оценки скорости релаксации ОН для оценки эффективности ППД.

В настоящее время решен ряд краевых задач в этом направлении применительно к призматическим изделиям, балкам, полым и сплошным цилиндрическим деталям при различных сложных комбинациях внешних нагрузок. Однако потребности инженерной практики и внутреннего развития механики деформированного твердого тела требуют развития методов решения задач ползучести механики упрочненных конструкций с жесткими кинематическими ограничениями, например, на угловые и осевые линейные перемещения в элементах стержневых систем. Такого рода исследования отсутствуют в научной литературе, что и определяет актуальность тематики диссертационной работы.

Объектом исследования являются статически неопределимые стержневые системы с поверхностно упрочненными элементами, сплошные и полые

поверхностно упрочненные цилиндрические образцы и тонкостенные продуктопроводы в условиях высокотемпературной ползучести.

Предметом исследования являются методы и математическое обеспечение для решения краевых задач релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести в поверхностно упрочненных статически неопределимых стержневых конструкциях и цилиндрических образцах в условиях высокотемпературного реологического деформирования при сложных напряженных состояниях.

Целью диссертационной работы является разработка методов расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых конструкций в условиях высокотемпературной ползучести при сложных программах нагружения.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

1. Разработка и реализация метода расчета ползучести и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении.
2. Исследование напряженно-деформированного состояния в упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем с различной степенью статической неопределимости под действием температурно-силового нагружения.
3. Разработка и реализация метода решения краевой задачи ползучести и релаксации остаточных напряжений в сплошных и полых поверхностно упрочненных цилиндрических образцах при сложных режимах нагружения (термоэкпозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения.

4. Разработка и реализация методики расчета релаксации остаточных напряжений на внешней и внутренней поверхностях упрочненных тонкостенных трубок в условиях ползучести при заданных внешних нагрузках и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения.
5. Создание алгоритмов, математического и программного обеспечения для автоматизации численных расчетов разработанных методов решения краевых задач механики упрочненных статически неопределимых конструкций (стержневых систем, полых и сплошных упрочненных цилиндров) в условиях ползучести.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Разработан и реализован метод решения задачи для оценки кинетики напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении, позволяющий учитывать анизотропию пластической деформации и характер распределения остаточных напряжений после упрочнения, использовать любой вариант модели реологического деформирования материала.
2. Разработан не имеющий аналогов метод расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцах в условиях высокотемпературной ползучести для сложных режимов нагружения, включающих термоэкспозицию, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации, и жестких кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения.
3. Получены новые результаты влияния вида напряженного состояния, кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения и температуры на кинетику остаточных напряжений в поверхностно упрочненных сплошных и двухсторонне упрочненных полых цилиндрах, пока-

завшие, что наличие кинематических ограничений замедляет скорость релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести по сравнению с отсутствием кинематических ограничений, а увеличение температуры инициирует процесс релаксации остаточных напряжений.

4. Разработан не имеющий аналогов комплекс алгоритмов и программного обеспечения для численного решения краевых задач релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем, полых и сплошных цилиндрических образцах и продуктопроводах в условиях ползучести при сложных видах напряженного состояния и наличии жестких кинематических ограничений на угловые и осевые деформации.

Теоретическая значимость работы состоит в постановке новых краевых задач и разработке методов их решения для расчета кинетики напряженно-деформированного состояния при высокотемпературной ползучести в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых систем, полых и сплошных цилиндрических телах для сложных режимов нагружения, включающих термоэкспозицию, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации, и жестко заданных кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения. Теоретически исследовано влияние режимов нагружения и кинематических ограничений на характер и кинетику релаксации остаточных напряжений.

Практическая значимость работы обусловлена тем, что в различных отраслях промышленности (авиадвигателестроение, энергомашиностроение, нефтехимическая отрасль и другие) процедура поверхностного пластического деформирования является штатной технологической процедурой, требующей оценки кинетики напряженно-деформированного состояния упрочненных элементов конструкции в процессе высокотемпературной ползучести при эксплуатации. Поэтому разработанные методы и результаты исследований могут быть

использованы для оценки эффективности поверхностно упрочненных деталей в условиях реологического деформирования при сложных режимах нагружения и жестко заданных кинематических ограничениях и расчета остаточного ресурса по параметрическим критериям отказа (по величине остаточных напряжений).

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Результаты диссертационной работы соответствуют следующим пунктам направлений исследований специальности 1.1.8 «Механика деформируемого твердого тела»:

- Задачи теории упругости, теории пластичности, теории вязкоупругости (пункт 3);
- Математическое моделирование поведения дискретных и континуальных деформируемых сред при механических, тепловых, электромагнитных, химических, гравитационных, радиационных и прочих воздействиях (пункт 11);
- Вычислительная механика деформируемого твердого тела (пункт 12).

Положения, выносимые на защиту:

1. Метод решения задачи расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых систем в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении.
2. Метод расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцах в условиях ползучести при сложных видах внешнего нагружения, впервые позволяющий учитывать комплексное воздействие термоэкспозиции, осевого растяжения, кручения, внутреннего давления и их комбинаций, жесткие кинематические ограничения на угловые и осевые линейные перемещения и различные постоянные температуры.

3. Результаты исследования влияния геометрической конфигурации стержневой системы, внешних нагрузок и режимов температурно-силового нагружения на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах системы в условиях ползучести.
4. Результаты исследования влияния вида внешнего нагружения, кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения, анизотропии пластических деформаций и характера распределения остаточных напряжений после упрочнения, температуры испытаний на релаксацию остаточных напряжений в сплошных и полых поверхностно упрочненных цилиндрических деталях и продуктопроводах в условиях ползучести.
5. Математические модели, алгоритмы и программное обеспечение для численной реализации разработанных методов решения краевых задач релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах стержневых систем, полых и сплошных цилиндрах, тонкостенных продуктопроводах с жесткими кинематическими ограничениями в условиях высокотемпературной ползучести и сложных видах внешнего нагружения.

Степень достоверности и обоснованности выносимых на защиту положений, выводов и рекомендаций подтверждается адекватностью модельных представлений реальному физико-механическому поведению материала в упрочненном слое рассмотренных элементов конструкций при температурно-силовых нагрузках и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные деформации; корректностью использования математического аппарата, законов и постулатов механики деформируемого твердого тела; сравнением результатов расчетов характеристик напряженно-деформированного состояния с известными экспериментальными данными после процедуры упрочнения; сравнением результатов расчета полей напряжений при больших временах с асимптотическими полями напряжений, соответствующих стадии установившейся ползучести.

Апробация работы. Основные результаты диссертации были представлены на следующих конференциях: X Всероссийская научная конференция по механике деформируемого твердого тела (г. Самара, 2017 г.); Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2018» (г. Москва, 2018 г.); XI Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2019 г.); XXI Зимняя школа по механике сплошных сред (г. Пермь, 2019 г.); XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, 2019 г.); Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (г. Воронеж, 2022 г.); VI Всероссийская научная конференция с международным участием «Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения» (г. Тольятти, 2023 г.); Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2023» (г. Москва, 2023 г.). Результаты работы докладывались на научных семинарах кафедры «Прикладная математика и информатика» Самарского государственного технического университета (г. Самара, 2021–2023 гг., руководитель д. ф.-м. н., проф. Радченко В. П.) и научном семинаре кафедры «Сопроотивление материалов» Самарского национального исследовательского университета имени академика С. П. Королёва (г. Самара, 2023 г., руководитель д. т. н., проф. Павлов В. Ф.).

Работа выполнялась при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-01-00550-а и № 16-01-00249-а).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 14 печатных работах, из них 5 статей в рецензируемых журналах из перечня Web of Science и Scopus, которые также входят в перечень ВАК, 5 статей в сборниках трудов конференций и 4 тезиса докладов.

Благодарности. Автор выражает благодарность научному руководителю доктору физико-математических наук В. П. Радченко за постановки задач

и поддержку работы и кандидату физико-математических наук М. Н. Саушкину за консультации и внимание к работе.

Внедрение. Результаты диссертационной работы частично внедрены в учебный процесс Самарского государственного технического университета в лекционные курсы для магистров направления 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» по дисциплинам «Нелинейное моделирование деформируемых материалов и механических систем» и «Непрерывные и дискретные математические модели» и аспирантов направления 01.06.01 «Математика и механика» по дисциплинам «Механика деформируемого твердого тела» и «Математические основы механики поверхностного пластического упрочнения», а также в расчетную практику профильных отделов ПАО «ОДК-Кузнецов» (г. Самара).

Личный вклад автора. Работы [23–27] выполнены автором самостоятельно. Постановка задач, разработка методов их решения, а также подготовка к публикации полученных результатов в работах [28–32, 84–86, 154] диссертантом проводилась совместно с соавторами. Разработка методов расчета релаксации остаточных напряжений в элементах статически неопределимых стержневых конструкций (стержневые системы, сплошные и полые цилиндрические образцы с кинематическими ограничениями на угловые и осевые перемещения) в условиях высокотемпературной ползучести, теоретическое исследование полей остаточных напряжений и деформаций после упрочнения и в процессе ползучести при сложных температурно-силовых режимах нагружения и кинематических ограничениях на угловые и осевые деформации, разработка алгоритмов и программного обеспечения, численное решение задач, анализ и систематизация полученных результатов, формулировка основных научных положений и выводов выполнено автором диссертационной работы самостоятельно.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 4 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации составляет 201 страницу, включая 43 рисунка, 10 таблиц, 2 приложения. Список литературы включает 169 наименований на 22 страницах.

Глава 1

Аналитический обзор и постановка задач исследования

Длительное воздействие высоких температур, объемных давлений, вибраций, агрессивных сред и интенсивных нагрузок на детали и элементы конструкций вызывает необратимые деформации в материале, а также приводит к накоплению поврежденности и способствует развитию различных процессов разрушения (коррозия, износ, зарождение и развитие усталостных трещин и другие). С учетом этого, в инженерной практике крайне важно обеспечивать высокую прочность, износостойкость и надежность изделий и конструкций при экстремальных условиях эксплуатации.

Обычно поверхность детали, которая изначально является самой слабой зоной и имеет более низкие механические характеристики по сравнению с характеристиками на глубине материала, подвержена наиболее сильному воздействию термических, механических, химических и других факторов. Нарушение целостности детали начинается с ее поверхности и распространяется далее по объему, приводя к разрушению всей конструкции и вывода ее из строя.

В современной инженерной практике активно исследуются и развиваются различные способы повышения ресурса и продления срока службы деталей и элементов металлических конструкций. Помимо разработки инновационных сверхпрочных материалов и конструкторских решений на стадии проектирования, применяются и совершенствуются технологические методы, которые не меняют конструктивные параметры уже изготовленных деталей и благоприятно влияют на их эксплуатационные свойства. Среди методов, направленных на повышение ресурса металлоконструкций, заслуживают особого внимания методы поверхностного пластического деформирования (ППД). Они являются штатной технологической операцией в различных промышленных отраслях, таких

как энергетическое машиностроение, двигателестроение, строительство и т. д. Применение методов ППД связано с наведением технологических сжимающих остаточных напряжений в тонком приповерхностном слое изделия. Эти напряжения имеют важное значение для предотвращения зарождения дефектов и микротрещин, так как они нивелируют различного рода вакансии и препятствуют выходу дислокаций на поверхность изделия. Кроме благоприятного эффекта ППД на предел выносливости, микротвердость, трибологические характеристики и другие показатели надежности, такие упрочняющие методы не изменяют материалоемкость изделия, а отклонения геометрических параметров изделия после ППД от установленных нормативов незначительны.

В «классическом» понимании методы ППД можно разделить на две категории по типу воздействия упрочняющей технологии: статические и динамические [96]. При статическом поверхностном пластическом деформировании инструмент, рабочие тела или среда воздействуют на обрабатываемый материал с определенной постоянной силой при плавном перемещении зон воздействия. Примерами таких методов являются обкатка роликом, дорнование и алмазное выглаживание. При динамических методах инструмент, рабочие тела или среда многократно (ударно) воздействуют на упрочняемую поверхность, причем инструмент внедряется перпендикулярно поверхности или под некоторым к ней углом. К таким методам относятся пневмо- и гидродробеструйная обработка дробью, ультразвуковая, виброударная, центробежно-ударная обработка, воздействие импульсного лазерного источника, чеканка и другие [96].

Методы поверхностного пластического деформирования, описанные выше, являются «классическими» и успешно применяются на практике уже более полувека. Что касается инновационных разработок, то спектр новых упрочняющих технологий довольно обширен [108], и представляет собой одновременно комбинацию методов в зависимости от характеристик изделия и конечной цели обработки. Так, например, добавление ультразвуковых колебаний в диапазоне 18–24 кГц и амплитудой 15–30 мкм при обкатке роликом или алмазном выгла-

живании приводит к их переходу из статических в динамические (ударные) методы, а именно, в ультразвуковое обкатывание и ультразвуковое выглаживание [4]. Также заслуживают внимания такие современные подходы к упрочнению поверхности как электроискровое легирование, лазерная обработка, ионная имплантация, комбинация электромеханического упрочнения и импульсной термосиловой обработки изделий [13, 22, 46, 127].

В настоящей диссертационной работе будут рассмотрены задачи, связанные с «классическими» технологиями поверхностно пластического деформирования, которые являются штатными операциями в конструировании различных деталей, машин и систем. В результате таких технологических операций в поверхностном слое образуются сжимающие остаточные напряжения, что благоприятно сказывается на повышении ресурса упрочненных конструкций по отношению к неупрочненным. При эксплуатации упрочненных изделий возникающие при внешних нагрузках «рабочие» растягивающие напряжения (как правило, положительные) суммируются с наведенными в приповерхностном слое сжимающими (отрицательными) напряжениями, что естественным образом способствует повышению прочностных характеристик упрочненного изделия.

В процессе эксплуатации упрочненных деталей и металлоконструкций в условиях повышенных температур и механических нагрузок и воздействий по объему материала изделия развиваются деформации ползучести. С течением времени происходит перераспределение характеристик кинетики напряженно-деформируемого состояния, таких как поля остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД), что приводит к релаксации остаточных напряжений в упрочненном слое. При релаксации поля наведенных после упрочнения напряжений значительно уменьшаются по модулю, что, в свою очередь, приводит к разупрочнению поверхностного слоя и снижению ресурса упрочненных изделий. Принято считать, что величина остаточных напряжений характеризует степень исчерпания ресурса материала, поскольку отрицательные значения нормальных компонент тензора остаточных напряжений препятствуют скоро-

сти релаксации «рабочих» напряжений, вызванных внешними воздействиями. Так, естественным образом возникает проблема оценки скорости релаксации остаточных напряжений на фоне ползучести конструкций и их элементов.

Решение задачи ползучести упрочненной конструкции в общем случае сводится к реализации нижеследующих этапов:

- 1) реконструкция напряженно-деформированного состояния в упрочненной конструкции или ее элементах;
- 2) выбор модели реологического деформирования и разрушения материала изделия;
- 3) решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностном упрочненном слое конструктивных элементов на фоне ползучести при различных видах напряженного состояния и заданных ограничениях, например, кинематического характера;
- 4) анализ кинетики напряженно-деформированного состояния в зависимости от режима температурно-силового нагружения на различных этапах решения задачи.

Важность исследований процесса релаксации остаточных напряжений диктуется потребностями расчетной и инженерной практики. Так, например, в научном сообществе довольно хорошо исследованы такие простейшие упрочненные конструктивные элементы как цилиндрические и призматические образцы [83, 96]. Они входят в состав разнообразных сложных конструкций, например, стержневых систем, кронштейнов, ферм, узлов, валов, продуктопроводов, пневматических систем и других, которые широко используются в авиадвигателестроении, машиностроении, нефтехимии, строительстве и прочих промышленных отраслях. И если с научной точки зрения в настоящее время решены задачи оценки кинетики напряженно-деформированного состояния (НДС) при релаксации в условиях ползучести в деталях цилиндрической формы, плоских

деталей и некоторых других, то исследования подобных задач для более сложных элементов еще недостаточны. Так, для плоских статически неопределимых стержневых систем с поверхностно упрочненными элементами теоретические методы оценки релаксации остаточных напряжений и вовсе отсутствуют.

С учетом вышеизложенного и сформулированной целью диссертационной работы далее рассмотрим и проанализируем существующие исследования, методы и средства решения задач реконструкции остаточных напряжений в деталях после технологических операций поверхностного упрочнения их релаксации в условиях сложных режимов температурно-силового нагружения. Помимо этого, акцентируем внимание на текущем состоянии исследований кинетики и теорий расчета статически неопределимых стержневых систем и их элементов (призматических и цилиндрических образцов, в том числе тонкостенных цилиндрических оболочек), являющимися объектами дальнейшего исследования.

1.1. Статически неопределимые стержневые системы

Под стержневыми системами понимаются конструкции, состоящие из отдельных, как правило, прямолинейных стержней, которые соединены между собой в узлах и с опорами жестко или шарнирно [21]. В зависимости от геометрии конструкции различают плоские и пространственные (объемные) стержневые системы, по типу соединений стержней — стержневые системы с жесткими и шарнирными узлами, а также смешанного типа [44]. Расчет статически неопределимых систем представляет значительные вычислительные трудности, особенно если система состоит из большого числа стержней и степень статической неопределимости достаточно велика [44]. Для упрощения инженерных расчетов сложные пространственные конструкции могут быть разбиты на композицию более простых плоских стержневых систем.

В настоящем диссертационном исследовании будем рассматривать только плоские статически неопределимые стержневые системы с шарнирным соеди-

нением элементов, в которых оси симметрии всех элементов и линии действия внешних усилий принадлежат одной плоскости, а непосредственно сами усилия в элементах системы нельзя определить только из уравнений равновесия.

Стержневые системы широко используются в конструкциях различных технических объектов (например, кронштейны, стойки шасси самолетов, ферменные конструкции строительных сооружений и т. д.). Чаще всего такие конструкции изготавливаются из легких алюминиевых или титановых (и других) сплавов, у которых наблюдается ползучесть даже при «комнатной» температуре. Расчет таких систем на этапе проектирования крайне важен для оптимизации затрат, обеспечения безопасности и показателей долговечности при эксплуатации в реальных условиях. И если при изготовлении таких конструкций используется финишная технологическая операция поверхностного упрочнения, то задача оценки устойчивости остаточных напряжений к «рабочим» нагрузкам, возникающим при эксплуатации, имеет первостепенное значение в оценке надежности, прочности и долговечности конструкций и их составляющих.

Вопросы устойчивости равновесия упругих стержней и стержневых систем, нагруженных потенциальными силами, хорошо исследованы с теоретической и практической точек зрения. В конце 19 – начале 20 века бурное развитие промышленного и транспортного строительства способствовало активному развитию в разработке теоретических аспектов теории упругой устойчивости [114]. Отечественные ученые внесли большой вклад в развитие строительной механики, включая теорию упругости и пластичности (Ю. Н. Работнов [78], И. А. Биргер [6], Б. Г. Галеркин, Н. И. Мусхелишвили, В. З. Власов, А. А. Ильюшин [39], С. П. Тимошенко и другие), сложных статически неопределимых систем (И. П. Прокофьев, П. А. Велихов, А. А. Гвоздев, Б. Н. Жемочкин [33], И. М. Рабинович [76, 77], В. А. Киселев [44], С. Н. Бернштейн, Н. В. Корноухов [47], Н. К. Снитко [117] и другие), а также разработку матричных и численных методов решения задач (А. Ф. Смирнов [109, 116], В. П. Гудков, Л. А. Розин [110], В. В. Болотин [8], В. И. Феодосьев, Б. Г. Коренев и другие).

Развитие строительной механики в 1960-х годах кардинально изменилось с появлением электронных вычислительных машин (ЭВМ). Появление компьютеров разделило развитие строительной механики на два периода: классическую механику до появления компьютеров и современную механику, которая стала доступной благодаря развитию ЭВМ [21, 52]. Попытки применения классических методов на ЭВМ оказались неэффективными, что привело к появлению новых методов, отличающихся от «ручных» методов. Внимание уделялось матричной форме записи, которую впервые ввел А. Ф. Смирнов [116]. Матричный метод расчета стержневых систем с произвольной степенью статической неопределимости стал универсальным инструментом расчета, адаптированным для реализации на ЭВМ. Л. А. Розин формализовал процедуру расчета стержневых систем на основе метода конечных элементов (МКЭ) [110]. Такой прием позволяет проводить расчеты на ЭВМ и производить оценку узловых перемещений и усилий при действии узловой нагрузки для различных систем, таких как стержневые, пластинчатые, оболочечные и другие.

В последующих годах стали широко распространены ЭВМ и программные комплексы для расчетов динамики и прочности сооружений (например, ANSYS, NASTRAN, КАТРАН, ЛИРА и другие), обладающие графическим пользовательским интерфейсом [21]. Автоматизация всего процесса расчета с использованием современных машинных комплексов позволяет определять напряженно-деформированное состояние конструкций с высокой точностью и проектировать оптимальные конструкции.

Что касается проблемы ползучести статически неопределимых стержневых металлоконструкций, то исследований по этой теме не так много по сравнению с вопросами расчета (в частности, железобетонных) конструкций на статику и динамику в упругой или упругопластической постановках.

Экспериментальные исследования кратковременной ползучести металлов, проведенные Ю. Н. Работновым и С. Т. Милейко [79], рассматривали быстро протекающие процессы ползучести, для которых деструктивные деформации

накапливаются от 2–3 до 1000 секунд. Авторы рассматривают простейшие статически неопределимые задачи и наглядно на примерах показывают, что постановка подобных задач неизбежно связана с трансформацией геометрической конфигурации реальной конструкции и пренебрежением рядом прочих факторов, с трудом поддающихся учету [79]. В исследовании приводятся аналитические и численные расчеты элементарных статически неопределимых стержневых систем и ферм при высокотемпературной кратковременной ползучести, чтобы дать рекомендации практического использования приближенных (упрощенных) вычислительных приемов.

Методики расчета ползучести сложных систем и моделирования их НДС близкими к реальным условиям эксплуатации условиями находятся в стадии активной разработки. Если говорить о расчете релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных статически неопределимых стержневых системах на фоне длительной ползучести, то такие исследования и вовсе практически не представлены в научных публикациях. Имеются работы такого типа лишь для одиночных стержней (цилиндров). Разработка расчетной методики релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах стержневых систем является одной из задач исследования.

1.2. Реконструкция напряженно-деформированного состояния в деталях и элементах конструкций после процедуры поверхностного пластического деформирования

Развитие направления механики упрочненных конструкций зародилось более семидесяти лет назад и до сих пор востребовано в научном сообществе. Эффекту положительного влияния и эффективности поверхностного упрочнения на показатели сопротивления усталости конструкций и прочим ресурсным по-

казателям их составляющих посвящено необозримое количество исследований отечественных [6, 18, 50, 58, 66, 70, 108, 119] и зарубежных [131, 137, 147, 148, 152, 157, 164, 167] ученых.

Остаточные напряжения (ОН) представляют собой напряжения, связанные с упругими деформациями, которые возникают в металле после прекращения внешних воздействий на него, вызывающих необратимые деформации. Они чувствительны к внешним нагрузкам и участвуют в той или иной мере практически во всех явлениях и процессах, происходящих в металле на макро- и микроуровнях. Подробное описание различных видов классификации ОН можно найти в работах И. А. Биргера, Н. Н. Давиденкова, Ж. А. Мрочека, А. М. Сулиммы [6, 19, 20, 64, 73]. Наиболее удобной считается классификация остаточных напряжений Н. Н. Давиденкова [19, 20], согласно которой напряжения классифицируются в зависимости от объема, в котором они уравниваются.

Макронапряжения, или напряжения первого рода, охватывают области, сравнимые с размерами тела или отдельных его макрочастей, и уравниваются в пределах этих объемов. Микронапряжения, или напряжения второго рода, распространяются на отдельные зерна металла (или группу зерен) и уравниваются в объемах одного кристалла. Напряжения третьего рода [40, 150] представляют собой субмикроскопические искажения, наблюдаемые в атомно-кристаллической решетке. Такие напряжения уравновешены в пределах небольших групп атомов.

Необходимо отметить, что постановка и решение всех задач настоящей диссертационной работы проводится в пределах механики сплошной среды, в связи с чем дальнейший обзор преимущественно сосредоточен на макронапряжениях, то есть напряжениях первого рода.

В механике упрочненных конструкций задача реконструкции НДС представляет собой частную задачу в общей проблеме оценки начального (предварительного) НДС. В задачах ползучести и релаксации остаточных напряжений упрочненных конструкций НДС после упрочнения играет роль начальных

данных. С математической точки зрения решение задачи об определении начального НДС является обратной краевой задачей, решение которой сопряжено с серьезными трудностями, так как предварительное НДС является локально неоднородным при наличии поверхностных или объемных дефектов (полости, вмятины, трещины и т. д.)

Применение технологий поверхностного пластического деформирования (ППД) к деталям и элементам конструкций, работающих в условиях высоких температур и подвергающихся силовому воздействию, — один из эффективных методов для повышения ресурса ответственных конструкций. Это достигается за счет создания в тонком приповерхностном слое детали поля сжимающих остаточных напряжений, которое предотвращает появление микродефектов в материале и улучшают показатели надежности деталей [6, 18, 69, 108, 119, 137, 148, 157, 164, 167]. Для расчета этих характеристик необходимо знать законы распределения остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД) по глубине упрочненного слоя. Поэтому одной из важных задач механики деформируемого твердого тела является разработка точных и универсальных методов реконструкции (восстановления) напряженно-деформированного состояния деталей после их поверхностного упрочнения.

Методы определения полей ОН и ПД после процедуры поверхностного упрочнения можно разделить на экспериментальные (механические и физические), расчетные (аналитические и численные) и расчетно-экспериментальные (феноменологические).

Изучение вопросов формирования остаточных напряжений в поверхностном слое после упрочнения привлекло с начала 60-х годов XX века внимание многих исследователей. Большинство исследований в этом направлении посвящено механическим и физическим экспериментальным методам. Некоторые из работ, такие как [6, 34, 37, 56, 69—71], представляют достаточно полную информацию по данной проблеме. Важно отметить, что термин «экспериментальный» здесь является условным, так как напряжения могут быть определены только

косвенными методами через измерение деформационных характеристик (перемещений, прогибов, углов поворота) и последующий расчет деформаций через напряжения в пределах упругой или упругопластической области.

Экспериментальные методы определения остаточных напряжений и пластических деформаций можно условно разделить на неразрушающие методы, частично разрушающие и разрушающие методы.

Для измерения остаточных напряжений в упрочненных слоях часто используются разрушающие механические методы, которые включают разрезание, высверливание и удаление слоев для измерения деформаций и перемещений. Примером таких методов является предложенный С. И. Ивановым [34, 35] метод колец и полосок, который широко применяется в экспериментальных исследованиях упрочненных цилиндрических образцов [69—71, 94, 100]. Методом колец и полосок можно получить распределение нормальных и касательных компонент тензора остаточных напряжений по глубине тонкого упрочненного слоя от 200 мкм до 1 мм. Однако этот метод, как и прочие разрушающие экспериментальные, имеет недостатки: послойное разрушение упрочненной детали, нарушение целостности исследуемого изделия, требование серьезных технических решений и временных затрат.

К неразрушающим физическим методам относятся радиополяризационные, оптические, физико-химические, голографические [67], электростатические [2], акустические [42, 120], рентгеновские [12, 144] методы и другие. В диагностических приборах неразрушающего контроля разнообразных технических объектов, к примеру, трубопроводов нефтегазодобывающих предприятий, широко применяется рентгеновский метод. Он основан на измерении эффектов, связанных со степенью деформации кристаллической решетки материала изделия. Однако данным методом можно определить только «усредненные» значения остаточных напряжений в приповерхностном слое в лучшем случае толщиной 30–40 мкм [41], и его точность, как и у перечисленных выше других физических методов, относительно невысока.

Применение экспериментальных методов определения ОН не позволяет получить полное представление о напряженно-деформируемом состоянии по всему объему поверхностно упрочненного изделия. Возможно установить распределения полей лишь одной или двух компонент тензора ОН в тонком поверхностном слое, поскольку экспериментальные методы не позволяют установить распределения компонент тензора пластических деформаций [69, 94, 99, 108, 119]. Недостаток информации о НДС по всему объему изделия после упрочнения его поверхности ограничивает возможность решения краевых задач ползучести. И поскольку точно определить начальное напряженно-деформированное состояние невозможно, то это препятствует корректной постановке краевой задачи ползучести с первоначально заданным напряженно-деформированным состоянием. Для решения этой проблемы возникает необходимость использования методов математического моделирования, основанных на положениях механики деформируемого твердого тела, дифференциальных уравнениях, вычислительной механики сплошных сред и современных информационных технологиях.

Что касается аналитических методов формирования НДС после упрочняющих процедур, то исследования в этом направлении представлены немногочисленными работами. В монографии И. А. Биргера [6] приводятся аналитические методы определения компонент тензора остаточных напряжений в упрочненном слое для деталей простой формы. Эти методики получили развитие на детали более сложной геометрии и приведению решения задачи к термоупругости или термоупругопластичности [50, 53, 74, 136]. Так, в работе [38] выполнено подробное исследование тонкой пластины с концентратором напряжений в виде полуэллиптического надреза на основе применения теории функций комплексного переменного. Авторы [136] рассчитали остаточные напряжения в упрочненных цилиндрах из стали SAE4130 (42CrMO4) и произвели проверку адекватности экспериментальным данным. В результате анализа получено хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными, полученными рентгеновским методом.

Численные методы для определения НДС после упрочнения [3, 7, 9, 49, 50, 68, 124, 139, 140], основанные на методе конечных элементов (МКЭ), применимы только к «идеальным» условиям технологического процесса, когда задача сводится к классической краевой задаче термоупругости или к контактной задаче упругопластических тел. Методы [7, 115], реализующие упрочнение по схеме качения или виброударного воздействия, основаны на теореме об упругой разгрузке. Для реальных промышленных технологий упрочнения, таких как гидро- и пневмодробеструйная обработка, обкатка роликом, эти методы неприменимы ввиду стохастического характера параметров процессов упрочнения, которые трудно учесть в математических моделях.

С развитием современных вычислительных мощностей и программных пакетов, использующих МКЭ, появилась возможность применять математическое моделирование для реконструкции остаточных напряжений в технологических процессах. В этой области было достигнуто множество впечатляющих результатов, включая работу [160], в которой с помощью МКЭ и 3D-моделирования удалось получить распределения полей остаточных напряжений и изучить влияние технологических параметров (например, направление и скорость микрошариков, длительность обработки) на их формирование. Подобные подходы были также применены в работах [11, 62, 121, 149, 153, 159, 162, 163, 169]. Программные продукты, такие как ANSYS, Abaqus, MSC Nastran, MSC Marc, Adams и другие, широко применяются для решения важных прикладных и теоретических задач механики поверхностно упрочненных элементов конструкций. Это доказано в различных источниках, включая работы [81, 82, 107, 113]. В основе большей части этих работ лежит МКЭ, и основной задачей является введение предварительного (начального) напряженно-деформированного состояния, вызванного упрочнением, в конечно-элементную модель [43, 121, 122, 128, 141, 142, 146, 147, 149, 153, 160]. Для этого применяются два метода: моделирование технологического упрочнения поверхности (например, дробеструйной обработкой) или введение эмпирических зависимостей для остаточных напряжений и

деформационных кривых упрочнения в конечно-элементную модель.

Заметим, что решение задачи реконструкции ОН в ряде упомянутых работ сводится к решению фиктивной термоупругой задачи. Предполагается замена первоначальных остаточных пластических деформаций в неоднородном температурном теле на температурные деформации в фиктивном температурном поле, а найденные коэффициенты температурного расширения принимаются в качестве исходных данных в задаче термоупругости. Определяя температурное поле деформаций как изотропное, итерационно производится минимизация ошибки между расчетными и экспериментальными данными.

Если говорить о «чисто» расчетных методах реконструкции ОН, то здесь следует отметить диссертационную работу В. Э. Костичева [48], где автор впервые использовал программный комплекс ANSYS/LS-DYNA [130] для моделирования процессов обработки поверхностей сплошных цилиндрических и плоских образцов дробью, алмазным выглаживанием и обкаткой роликом с учетом реальных технологических факторов (материал микрошариков, их диаметр, угол обстрела дробью, давление воздуха и расстояние от торца сопла до образца). Полученные расчетные данные хорошо согласуются с экспериментально определенными остаточными напряжениями в плоских образцах из сплава ВТ6 — максимальная погрешность расчетных сжимающих ОН не превышает 12 %.

Расчетные методики подобного рода позволяют определить напряженно-деформированное состояние упрочненных деталей с учетом реальных технологических параметров, что крайне важно, и могут быть использованы для оптимизации режимов упрочнения с целью создания заданного поля остаточных напряжений. Несмотря на ее перспективность, методика требует решения многих существенных проблем, включая учет размеров конечных элементов, системы охлаждения при обкатке роликом и других технологических параметров.

Согласно обзору литературных источников, теоретические методы определения остаточных напряжений обладают некоторыми недостатками и ограничениями. Это связано с использованием упрощенных моделей, наличием стохастиче-

ческих отклонений в распределениях механических свойств металла и других факторов. Поэтому результаты, полученные с помощью расчетных методов, могут значительно отличаться от реального напряженно-деформированного состояния упрочненного слоя изделия.

Обзор существующих методов реконструкции НДС показывает, что феноменологические (расчетно-экспериментальные) подходы в отличие от экспериментальных и чисто расчетных методов позволяют получить полную картину распределения трехмерных полей остаточных напряжений и пластических деформаций упрочненного изделия. При этом задача формирования НДС после упрочнения сводится к решению обратной краевой задачи упругопластичности с учетом дополнительных ограничений, о чем будет изложено далее. В основе такого подхода лежит математическая обработка «частично известной» экспериментальной информации, а именно, одной либо двух компонент тензора ОН или тензоров деформаций. В случае цилиндрических деталей достаточно окружной или осевой компонент тензора ОН.

Поэтому, в связи с вышеизложенным, в настоящей работе для реконструкции напряженно-деформированного состояния в упрочненном слое цилиндрических образцов будем использовать научно-обоснованный феноменологический метод, разработанный В. П. Радченко и М. Н. Саушкиным [96—98].

В этом методе в качестве исходной информации используется одна или две компоненты тензора остаточных напряжений (в зависимости от технологии упрочнения), которые экспериментально определяются для цилиндрического образца после ППД. Как упоминалось выше, без введения дополнительных ограничений решить эту задачу в полном объеме затруднительно (и даже невозможно). Авторами [96—98] вводится гипотеза анизотропного упрочнения поверхности материала изделия, то есть для распределений окружной $q_\theta(r)$ и осевой $q_z(r)$ компонент тензора пластических деформаций полагается $q_z(r) = \alpha q_\theta(r)$, где $\alpha = \text{const}$ — параметр анизотропии поверхностного упрочнения материала. Помимо введенной гипотезы в качестве дополнительного огра-

ничения в данном методе пренебрегают недиагональными компонентами тензоров ОН и ПД в силу их малости по сравнению с диагональными. Введение такого ограничения подтверждается результатами исследования [100], где для упрочненных втулок экспериментально получено, что величина касательной компоненты остаточных напряжений в 4–6 раз меньше значений нормальных компонент. Решение задачи рассматривается в цилиндрической системе координат (r, θ, z) , где через σ_r^{res} , $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и σ_z^{res} обозначены радиальная, окружная и осевая компоненты тензора остаточных напряжений, а q_r , q_θ и q_z — соответственно компоненты тензора пластических деформаций после поверхностного упрочнения.

При условии отсутствия вторичных пластических деформаций в области сжатия поверхностного слоя и известной экспериментальной эпюре остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после упрочнения, в работе [98] для определения полей остаточных напряжений и пластических деформаций полого упрочненного цилиндрического образца с радиусами R_1 и R_2 ($R_1 \leq r \leq R_2$) получены следующие зависимости:

$$\sigma_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi; \quad (1.1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} \left[\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) \right] d\xi - \\ - \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} \left[(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r) \right], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}; \quad (1.2)$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r); \quad (1.3)$$

$$q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r); \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \xi \left\{ q_z(\xi) - \frac{\mu}{E} \left[\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) \right] \right\} d\xi; \quad (1.5)$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E[\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \mu[\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)], \quad (1.6)$$

где E — модуль Юнга при температуре упрочнения; μ — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения, методика идентификации которого рассмотрена в работах [101, 102]; R_1 и R_2 — внутренний

и внешний радиусы цилиндрического образца (для сплошного цилиндра справедливо положить $R_1 = 0$, $R_2 = R$).

Отметим, что для технологий изотропного упрочнения поверхности изделия (термопластическое упрочнение, азотирование, ультразвуковое упрочнение, гидро- и пневмодробеструйная обработка микрошариками и другие) параметр $\alpha = 1$, и эшюры распределений окружных и осевых остаточных напряжений практически совпадают [96, 98]. В случае анизотропного упрочнения (обкатка роликом, дорнование, алмазное выглаживание и другие) параметр $\alpha \neq 1$. Например, при обкатке роликом α может изменяться в диапазоне от 4 до 20 [102].

Схема расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрическом образце после поверхностного упрочнения в соответствии с соотношениями (1.1)–(1.6) имеет вид:

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r), \alpha \xrightarrow{(1.1)} \sigma_r^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(1.2)} q_\theta(r) \xrightarrow{(1.3)} q_z(r) \xrightarrow{(1.4)} q_r(r) \xrightarrow{(1.5)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(1.6)} \sigma_z^{\text{res}}(r). \quad (1.7)$$

Согласно схеме (1.7), компоненты напряженно-деформированного состояния σ_r^{res} , σ_z^{res} , q_r , q_θ , q_z определяются через компоненту $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и параметр анизотропии упрочнения α . Однако зависимость $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ экспериментально можно определить только в области сжатия тонкого упрочненного слоя, поэтому ее необходимо экстраполировать на всю область определения $r \in [R_1, R_2]$. В работах [61, 94–96, 98] предложены рекомендации по выбору соответствующей аппроксимации для цилиндрических образцов различного типа:

- сплошной поверхностно упрочненный цилиндр ($R_1 = 0$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp \left[- \frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2} \right]; \quad (1.8)$$

- полый внешне поверхностно упрочненный цилиндр ($R_2 < \infty$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp \left[- \frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2} \right] \right] \frac{r - R_1}{l}; \quad (1.9)$$

- полый двухсторонне упрочненный цилиндр ($R_1 < R_2$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp \left[- \frac{(r - R_1 - h_1^*)^2}{b_1^2} \right] - \sigma_2 \exp \left[- \frac{(R_2 - r - h_2^*)^2}{b_2^2} \right]; \quad (1.10)$$

– упрочненный круговой концентратор плиты ($R_2 \gg R_1$):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \sigma_0 \exp \left[-\frac{(R_1 - r)^2}{l^2} \right] - \sigma_1 \exp \left[-\frac{(R_2 - r)^2}{b^2} \right], \quad (1.11)$$

где $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, b, b_1, b_2, h^*, h_1^*, h_2^*$ – параметры, подробная процедура идентификации которых изложена в [61, 94, 96, 98]; $l = 1$ – масштабный коэффициент линейного размера.

В формулах (1.8), (1.9) параметры аппроксимации $\sigma_0, \sigma_1, h^*, b$ определяются, используя условие самоуравновешенности эпюры окружных напряжений

$$\int_{R_1}^{R_2} \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) dr = 0 \quad (1.12)$$

и значения $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ в характерных точках $h = 0, h = h^*$ (локальный экстремум функционала $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \sigma^*$), $h = h_0$ по глубине упрочненного слоя $h = R_2 - r$ (см. рис. 1.1).

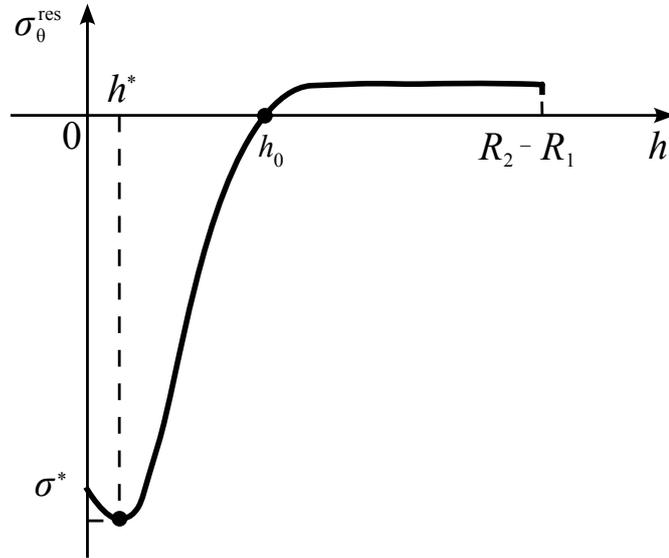


Рис. 1.1. Схематический график экспериментальной зависимости $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(h)$ в цилиндрическом образце

Что касается аппроксимации для двухсторонне упрочненных полых цилиндрических образцов, предложенной в исследовании [61], то типичная картина распределения несколько отличается от рассмотренного на рис. 1.1 и будет приведена далее, в главе 3. Здесь отметим, что задача идентификации параметров

нетривиальна и представляет собой комплексную задачу оптимизации, разрешимую при помощи аппарата численных методов. Подробная методика решения этой задачи изложена в диссертационной работе Т. И. Бербасовой [5].

Технология поверхностного упрочнения изделия оказывает существенное влияние на методику реконструкции НДС. При изотропном упрочнении ($\alpha = 1$) схема (1.7) реализуется в явном виде. Если имеем анизотропное упрочнение ($\alpha \neq 1$), то для исходных данных необходимо иметь две экспериментально полученные эпюры окружных $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и осевых $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ напряжений. В этом случае расчетная схема несколько усложняется, и для определения значения параметра анизотропии упрочнения α требуется произвести его вариацию и многократное повторение схемы (1.7) до тех пор, пока не будет достигнута минимальная величина отклонения расчетных значений осевой компоненты тензора ОН $\sigma_z^{\text{res}}(r_k)$ от экспериментальных значений $\sigma_z^{\text{res}*}(r_k)$ [95, 96, 98]:

$$\Delta_z(\sigma_0, \sigma_1, b) = \left(\sum_{k=1}^N [\sigma_z^{\text{res}}(r_k) - \sigma_z^{\text{res}*}(r_k)]^2 / \sum_{k=1}^N [\sigma_z^{\text{res}*}(r_k)]^2 \right)^{1/2},$$

где N — количество точек дискретизации радиуса r_k в упрочненном слое материала рассматриваемого цилиндрического образца.

1.3. Методы исследования релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах конструкций в условиях ползучести

В промышленности, где упрочненные элементы конструкций подвергаются значительным температурным и силовым механическим нагрузкам, вызывающими ползучесть материала, расчет релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных конструкциях — востребованная и актуальная задача как с теоретической, так и с практической точек зрения. Ряд факторов, включая температуру, тип напряженного состояния, величину нагрузки и физико-

механические свойства материала, влияют на кинетику напряженно-деформированного состояния. Остаточные напряжения позволяют оценить эффективность упрочненных элементов конструкций и их остаточный ресурс по параметрическому критерию отказа. Однако эта задача сложна из-за нелинейности уравнений состояния ползучести материалов и сложности проведения соответствующих экспериментальных исследований. Необходимо также учитывать «рабочие» напряжения от внешних температурно-силовых воздействий, на которые нелинейно накладываются остаточные «наведенные» после упрочнения напряжения. Если говорить о возможностях расчетных методик на основе метода конечных элементов, то ведение начальных ОН и ПД в конечно-элементную математическую модель представляет собой нетривиальную задачу, поскольку нужно еще обеспечить выполнение уравнений равновесия и совместности деформаций. Это очень сложно и результаты обычно остаются преимущественно качественными [141, 149]. Даже для гладких деталей до начала XXI века не удалось получить приемлемых теоретических результатов в исследовании релаксации ОН при ползучести из-за указанных проблем.

В связи с вышеизложенным, в настоящее время в научной практике существует довольно ограниченное количество экспериментальных исследований, посвященных релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных конструкциях и их элементах при ползучести. В основном они представлены для случая одноосного нагружения при высоких температурах либо при чисто температурной выдержке (термоэкспозиции) без воздействия механических нагрузок. К примеру, в работах [88, 89, 123, 129, 134, 138, 145, 168] исследовался процесс релаксации остаточных напряжений в цилиндрических полых или сплошных образцах и призматических телах при термоэкспозиции либо при одноосном нагружении при высоких температурах «эксплуатации» изделия. Влияние циклических нагрузок на релаксацию ОН рассмотрено в работах [45, 132, 143, 156, 158].

Экспериментальные исследования, проведенные в работах [88, 92, 93], де-

монстрируют влияние термоэкспозиции на релаксацию ОН, микротвердость, шероховатость и размер зерна в нормальном сечении для образцов из сплавов Д16Т и В95, подвергнутых испытаниям на усталость и ползучесть. Результаты показали, что при термоэкспозиции микротвердость снижается почти до уровня неупрочненных образцов, также наблюдается падение величин приращения предела выносливости. По мнению авторов, это связано с релаксацией остаточных напряжений в поверхностном слое в условиях термоэкспозиции. Данное предположение подтверждает гипотезу [88, 93] о том, что остаточные напряжения играют ключевую роль в повышении свойств поверхностного слоя (микротвердости), так как их релаксация приводит к значениям микротвердости неупрочненных образцов. Кроме этого, в данных работах отмечается, что пневмодробеструйная обработка способствует повышению значений параметров шероховатости поверхностного слоя, однако термоэкспозиция и непосредственно сама ползучесть под действием ОН эти характеристики не влияют.

Экспериментальное изучение релаксации остаточных напряжений поверхностно упрочненных образцов при высокотемпературной ползучести вызывает трудности. Одна из причин заключается в том, что надежные результаты можно получить только при использовании разрушающих методов измерения напряжений. Неразрушающие методы, например, рентгеновский метод, позволяют получить только весьма усредненные значения ОН по небольшой глубине (30–40 мкм) упрочненного слоя. Кроме того, естественный разброс деформации ползучести во времени и пространстве оказывает существенное влияние на процесс релаксации остаточных напряжений в локальных областях по длине упрочненного образца. Эту проблему подробно исследовали в работе [91], где рассмотрено влияние стохастической неоднородности деформации ползучести на процесс релаксации ОН при одноосном растяжении поверхностно упрочненного полого цилиндра из сплава Д16Т после дробеструйной обработки его поверхности. Исследования показали, что деформации локальных участков в пределах одного образца отличаются в 3–4 раза, что затрудняет для определения

остаточных напряжений использование даже разрушающих методов.

Обзор теоретических работ, посвященных методам расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах конструкций в условиях ползучести, показывает, что в мировой научной практике есть единичные работы в этой области, а систематические исследования ведутся только в Самарском государственном техническом университете в течение более 20 лет. Кратко опишем основные работы касательно гладких (бездефектных) поверхностно упрочненных цилиндрических и призматических образцов.

В одной из первых работ теоретического характера, направленных на решение этой проблемы, В. И. Цейтлин и О. В. Колотникова [123] свели задачу для поверхностно упрочненного цилиндра к одномерной задаче для осевого остаточного напряжения. Сплошной цилиндрический образец разбивался на вложенные друг в друга полые цилиндрические тела, соединенные с идеальной адгезией, и решалась задача ползучести для составного статически неопределенного стержня, используя данные о начальном распределении осевой компоненты ОН по радиусу. Однако в этой работе не были учтены окружные и радиальные напряжения, а также остаточные пластические деформации, что приводит к рассогласованию уравнений совместности деформаций.

Приближенный метод решения краевой задачи релаксации ОН в упрочненном цилиндрическом образце, основанный на декомпозиции образца на «тело» и тонкий упрочненный слой, представлен в работах В. П. Радченко и М. Н. Саушкина [95, 96]. Разработка данного метода способствовала развитию научного направления дальнейших исследований. Так, был разработан прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести при одноосном растяжении упрочненных цилиндрических образцов [97]. Затем, на основе обобщения методики [97], В. П. Радченко с соавторами решен ряд задач для сплошных и полых упрочненных цилиндрических деталей [103, 106, 125] и плоских и призматических образцов [5, 10, 99] в условиях сложного нагружения внешними квазистатическими нагрузками (термоэкспозиция, осе-

вое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и также при вращении [75, 90], выполнена проверка адекватности расчетных методик экспериментальным данным. В работе [83] выполнено обобщение методики [106] на случай полых тонкостенных цилиндрических оболочек при двухстороннем упрочнении поверхностей образцов, рассмотрены случаи термоэкспозиции, действии осевого растяжения и внутреннего давления. В отношении комбинированных режимов нагружения и кручения, а также исследования наличия кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения такие исследования ранее не проводились. Отметим, что краевая задача релаксации ОН в упрочненном цилиндрическом образце при наличии описанных выше кинематических ограничений моделирует в упрощенном виде эксплуатацию бандажированных направляющих лопаток компрессора газотурбинного двигателя (ГТД). Проведение таких исследований, а также параметрический анализ влияния режима нагружения и кинематических ограничений на процесс релаксации являются одной из задач настоящей работы.

Из-за малой разработанности теоретических исследований релаксации остаточных напряжений при ползучести большинство современных вычислительных комплексов не имеют модулей для реконструкции и релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах конструкций. Для решения этой проблемы требуется разработка специализированного авторского программного обеспечения. Например, программные комплексы Strelax [165] и T-jump [166] позволяют автоматизировать процесс реконструкции напряженно-деформированного состояния в упрочненных цилиндрических образцах и расчет кинетики ОН в условиях ползучести при чистой термоэкспозиции и осевом растяжении. Программный комплекс ComplexStressRelax [135] в дополнение к реализованному в [165, 166] функционалу позволяет решать более сложные задачи, связанные с различными сложными видами напряженного состояния (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение и их комбинации). Методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненных призматических образцах

при термоэкспозиции предложена в работе [99].

Исследования более сложных конструкций, в частности, поверхностно упрочненных статически неопределимых стержневых систем, в настоящее время, как и соответствующее программное обеспечение, отсутствуют. То же самое справедливо и для единичных упрочненных цилиндрических образцов при жестких кинематических ограничениях в условиях квазистатического нагружения при ползучести.

Таким образом, расчет кинетики напряженно-деформированного состояния упрочненных конструкций при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести при дополнительных кинематических ограничениях на перемещения имеет большую практическую значимость, так как позволяет оценить остаточный ресурс упрочненной детали и провести анализ влияния различных факторов и видов напряженного состояния на релаксацию остаточных напряжений в упрочненных конструкциях и их элементах.

1.4. Выбор реологической модели деформирования материалов

Важнейшим этапом исследования процесса релаксации остаточных напряжений в упрочненных деталях при различных видах температурно-силового нагружения является выбор теории ползучести, а также проверка ее адекватности экспериментальным данным.

Для описания реологических свойств материала в настоящее время разработано довольно много подходов. Современное состояние теории ползучести и длительной прочности металлов хорошо представлено в монографии А. М. Локощенко [54]. Тем не менее, здесь стоит отметить работы Б. В. Горева [16], А. Ф. Никитенко [65], Н. Н. Малинина [57], Ю. Н. Работнова [78], Ю. П. Самарина и Я. М. Клебанова [112], В. П. Радченко и Ю. А. Еремина [87], О. В. Соснина [118], И. А. Волкова и Ю. Г. Коротких [15], И. А. Волкова, Л. А. Игумнова и

Д. Н. Шишулина [14], J. A. Betten [133] и многих других.

При решении краевых задач ползучести упрочненных конструкций выбор реологической модели осуществляется в соответствии с экспериментальными данными поведения конкретного материала. При выполнении настоящего диссертационного исследования в качестве базовой реологической модели используется теория неполной обратимости деформаций ползучести Ю. П. Самарина [111]. Данная теория разработана для первой и второй стадий ползучести, а затем в работе В. П. Радченко и Ю. А. Еремина [87] обобщена на случай третьей стадии ползучести и разрушения материала.

В основе рассматриваемой теории ползучести лежит принцип суперпозиции упругой, пластической деформаций и деформации ползучести, а также введении скалярного параметра поврежденности энергетического типа. Чтобы описать стадию разупрочнения материала при одноосном нагружении, принимается гипотеза, согласно которой параметр поврежденности материала пропорционален линейной комбинации работы истинного напряжения на деформации ползучести [87]. Под истинными напряжениями в условиях одноосного нагружения понимаются напряжения, отнесенные к эффективной площади поперечного сечения изделия с учетом микроповреждений материала.

При одноосном напряженном состоянии уравнения состояния энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности (без учета упругой и пластической деформаций) имеют вид [87, 111]:

$$p = u + v + w; \quad (1.13)$$

$$\begin{cases} u(t) = \sum_{k=1}^s u_k(t); \\ \dot{u}_k(t) = \lambda_k \left[a_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n - u_k(t) \right]; \end{cases} \quad (1.14)$$

$$\begin{cases} v(t) = \sum_{k=1}^s v_k(t); \\ \dot{v}_k(t) = \begin{cases} \lambda_k \left[b_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n - v_k(t) \right], & b_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n > v_k(t); \\ 0, & b_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n \leq v_k(t); \end{cases} \end{cases} \quad (1.15)$$

$$\dot{w}(t) = c \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^m; \quad (1.16)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0(t)(1 + \omega(t)); \quad (1.17)$$

$$\dot{\omega}(t) = \beta \sigma(t) \dot{p}(t). \quad (1.18)$$

Здесь p — деформация ползучести; u , v , w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации p соответственно; σ и σ_0 — истинное и номинальное напряжения; β — параметр модели, контролирующей процессы разупрочнения материала на деформации ползучести, в общем случае задается степенной аппроксимацией вида

$$\beta = \alpha_1 (\sigma_0(t))^{m_\alpha}; \quad (1.19)$$

λ_k , a_k , b_k , c , n , m , σ^* — константы модели для описания первой и второй стадии ползучести материала и ее обратимой части после снятия нагрузки; ω — скалярный параметр поврежденности; α_1 и m_α — параметры, описывающие процесс накопления поврежденности.

В качестве критерия разрушения материала к моменту времени t^* используется величина

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma dp}{A_*} = 1, \quad (1.20)$$

где $A_* = A(t^*)$ — критическая величина работы истинного напряжения на деформации ползучести, при достижении которой в момент времени $t = t^*$ материал разрушается (при $\Omega(t) < 1$ считается, что материал находится в неразрушенном состоянии).

Для аппроксимации A_* в общем случае используется соотношение

$$A_* = A_1 (\sigma_0)^{m_A}, \quad (1.21)$$

где A_1 и m_A — константы материала (в частных случаях возможно $m_A = 0$ и $A_* = A_1 = \text{const}$).

Значения констант $c, m, \lambda_k, a_k, b_k, n, \sigma^*, \alpha_1, m_\alpha, A_1, m_A$ модели (1.13)–(1.21) определяются на основе экспериментальных данных, согласно работе [87], по серии одноосных стационарных кривых ползучести при постоянной нагрузке $\sigma_0 = \text{const}$ вплоть до разрушения материала изделия.

В большинстве случаев реальные детали машин и механизмов находятся в сложном напряженном состоянии во время эксплуатации. Следовательно, в общем случае для описания поведения материалов при ползучести в таких условиях необходимо использовать реологические модели, позволяющие описать ползучесть материала при сложном напряженном состоянии (СНС).

В основе феноменологической модели неупругого деформирования и разрушения материала в условиях СНС со скалярным параметром поврежденности ω лежит обобщение одноосных соотношений (1.13)–(1.19). Основной вариант соотношений реологической модели на случай СНС имеет вид [87]:

$$p_{ij} = u_{ij} + v_{ij} + w_{ij}; \quad (1.22)$$

$$\begin{cases} u_{ij}(t) = \sum_{k=1}^s u_{ij}^k(t); \\ \dot{u}_{ij}^k(t) = \lambda_k \left\{ a_k \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{1}{\sigma^*} [(1 + \mu'_k) \sigma_{ij} - \mu'_k \delta_{ij} \sigma_{kk}] - u_{ij}^k(t) \right\}; \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\begin{cases} v_{\nu\nu}(t) = \sum_{k=1}^s v_{\nu\nu}^k(t); \\ v_{\nu\nu}^k(t) = (1 + \mu''_k) \beta_{\nu\nu}^k(t) - \mu''_k (\beta_{11}^k(t) + \beta_{22}^k(t) + \beta_{33}^k(t)); \\ \dot{\beta}_{\nu\nu}^k(t) = \begin{cases} \lambda_k \left[b_k \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}^k(t) \right], & [\dots] \sigma_{\nu\nu} > 0; \\ 0, & [\dots] \sigma_{\nu\nu} \leq 0; \end{cases} \end{cases} \quad (1.24)$$

$$\dot{w}_{ij} = \frac{3}{2} c \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{m-1} \frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right); \quad (1.25)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 (1 + \omega); \quad (1.26)$$

$$\dot{\omega} = \beta \sigma_{ij} \dot{p}_{ij}. \quad (1.27)$$

Здесь p_{ij} — деформация ползучести; u_{ij}, v_{ij}, w_{ij} — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести; μ'_k, μ''_k — коэффициен-

ты Пуассона для обратимой и необратимой компонент деформаций ползучести; β_{ij}^k — активные вязкопластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала; σ_{ij} , σ_{ij}^0 — компоненты истинного и номинального тензоров напряжений; параметр β задается степенной аппроксимацией вида

$$\beta = \alpha_1(S_0)^{m_\alpha}; \quad (1.28)$$

S , S_0 — интенсивности тензоров истинных и номинальных напряжений; λ_k , a_k , b_k , c , n , m , σ^* , α_1 , m_α — константы модели; ω — скалярный параметр поврежденности.

В формулах (1.23)–(1.25) введены обозначения: $\sigma_{kk} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$.

Вязкопластическая v_{ij} деформация рассчитывается в главных осях, поэтому по индексу ν суммирование не производится.

Для прогнозирования времени разрушения материала t^* применяется критерий разрушения энергетического типа

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*} = 1, \quad (1.29)$$

где критическая величина работы $A_* = A(t^*)$ как и в одноосной модели задается степенной аппроксимацией

$$A_* = A_1(S_0)^{m_A}. \quad (1.30)$$

Полагаем, что при $\Omega(t) < 1$ материал находится в неразрушенном состоянии и разрушается при выполнении (1.29) хотя бы в одной точке конструкции.

Поскольку при одноосном напряженном состоянии реологическая модель (1.13)–(1.19) представляет собой частный случай модели (1.22)–(1.28), так как интенсивность напряжений совпадает с растягивающим осевым напряжением, то все параметры реологической модели (1.22)–(1.30) соответствуют параметрам одноосной модели (1.13)–(1.21) и могут быть найдены при обработке кривых ползучести одноосных испытаний при постоянных значениях растягивающих напряжений [87].

1.5. Выводы по главе 1

Из изложенного краткого обзора состояния в области разработки моделей ползучести материала и анализа экспериментальных и теоретических работ в области развития методов реконструкции остаточного напряженно-деформированного состояния (НДС) поверхностно упрочненных конструкций (и их элементов), а также методов оценки релаксации остаточных напряжений (ОН) в условиях высокотемпературной ползучести при сложных режимах нагружения можно сформулировать основные задачи и направления научных исследований настоящей диссертационной работы.

1. Разработка метода решения краевой задачи оценки кинетики напряженно-деформированного состояния в упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести при температурном и силовом нагружении, проверка его адекватности.
2. Разработка метода решения краевых задач оценки релаксации ОН в упрочненных сплошных и полых (после внешнего или двухстороннего поверхностного упрочнения) цилиндрических образцах в условиях ползучести при сложном напряженном состоянии (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и наличии кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения.
3. Параметрический анализ влияния вида напряженного состояния на процесс релаксации ОН при кинематических ограничениях на перемещения, а также исследование влияния кинематических ограничений на общую кинетику НДС образца при сложном нагружении.

Глава 2

Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых конструкций

Материал настоящей главы излагается в соответствии с публикациями автора данной диссертации [26—31, 84, 86].

2.1. Общая постановка задачи

Как было ранее отмечено в главе 1, во многих промышленных отраслях надежность, долговечность и износостойкость — наиболее важные характеристики конструкций и их элементов, к которым предъявляются значительные требования.

Повышение ресурса изделий за счет новых конструктивных решений эксплуатирующихся элементов конструкций или создания новых материалов (включая композитные материалы) — это длительный и затратный процесс, к тому же требующий изменения технологической цепочки изготовления деталей. Одним из известных подходов является применение процедур поверхностного пластического деформирования (ППД), существенно повышающих характеристики износостойкости, усталостной прочности, коррозионной устойчивости и других показателей надежности. Положительное влияние ППД связывается с наведением сжимающих остаточных напряжений (ОН) в тонком приповерхностном слое, которые препятствуют выходу на поверхность вакансий и различного рода дефектов.

При эксплуатации при высоких температурах вследствие ползучести ма-

териала изделия происходит уменьшение (по модулю) остаточных напряжений на фоне реологического деформирования всей конструкции. Говоря иначе, наблюдается процесс релаксации ОН с течением времени.

В связи с вышеизложенным возникает задача оценки напряженно-деформированного состояния конструкции в условиях высокотемпературной ползучести. При этом возникает «стесненное» деформирование конструктивного элемента, когда на деформации (перемещения) наложены ограничения. Разработка методики решения такой задачи является целью настоящего раздела, поэтому естественным образом возникает потребность в решении задачи в общем виде для неупрочненных элементов с последующим обобщением на элементы, подверженные процедуре предварительного поверхностного пластического деформирования поверхности.

Методика решения статически неопределимых задач, как правило, состоит из нижеследующих этапов [60, 72]:

- Статическая сторона задачи — используя метод сечения, составляют уравнения равновесия, содержащие неизвестные усилия, подлежащие определению. На этом же этапе выявляют степень статической неопределимости системы.
- Геометрическая сторона задачи — полагая, что система находится в деформированном состоянии, определяют связь между деформациями отдельно взятых элементов системы и составляют уравнения совместности деформаций.
- Физическая сторона задачи — на основании определяющих уравнений для материала описывают деформации и перемещения элементов конструкции через действующие в них изменяющиеся во времени вследствие ползучести усилия. Если конструкция подвергается изменению температуры, то к деформациям, вызванным внешними усилиями, добавляются и температурные деформации.

- Синтез — совместно решая полученные уравнения статики и совместности деформаций, находят искомые неизвестные усилия и напряжения в элементах этой конструкции.

Рассмотрим постановку задачи в самом общем виде для статически неопределимой стержневой системы [84] с неупрочненными элементами на примере фермы — статически неопределимой стержневой конструкции, состоящей из прямолинейных элементов, шарнирно соединенных между собой. Благодаря шарнирному соединению узлов в элементах системы (стержневых образцах) и узловому приложению внешней растягивающей нагрузки в стержнях реализуется одноосное напряженное состояние (ОНС).

Пусть n — количество стержней в системе, m — множество шарнирных узлов ($m < n$); σ_i , ε_i , e_i , ε_i^T , p_i — напряжение, полная деформация, упругая компонента деформации, температурная деформация, деформация ползучести в i -том стержне ($i = \overline{1, n}$) соответственно.

Тогда уравнения равновесия можно представить в виде

$$F_{jg}(R_1^j, \dots, R_n^j, N_1^j, \dots, N_m^j) = 0 \quad (g = \overline{1, m}), \quad (2.1)$$

где N_s^j ($s = \overline{1, m}$) — проекции внешних сил \overline{N}_s на координатные оси $j = \overline{1, \varrho}$ (полагаем $\varrho = 2$ для плоской, а $\varrho = 3$ — для пространственной стержневой системы); R_α^j ($\alpha = \overline{1, n}$) — проекции внутренних усилий \overline{R}_α в стержнях системы, связанные с напряжениями σ_α соотношением $\overline{R}_\alpha = \sigma_\alpha \cdot S_\alpha \cdot \overline{n}_\alpha$ (\overline{n}_α — единичный вектор, задающий ориентацию α -го стержня, S_α — площадь поперечного сечения соответствующего стержня).

Используя связи между напряжениями и реакциями, система (2.1) может быть представлена в виде

$$\sum_{i=1}^n a_{ig}^j \sigma_i + \sum_{s=1}^m b_{sg}^j N_s^j = 0 \quad (j = \overline{1, \varrho}; g = \overline{1, m}), \quad (2.2)$$

где a_{ig}^j и b_{sg}^j — известные константы, содержащие площади поперечных сечений

стержней, а также тригонометрические функции узлов конструкции относительно координатных осей.

Степень статической неопределимости системы определяется как разность между количеством неизвестных опорных реакций и числом независимых уравнений статики. Соответственно, для статически неопределимой системы в дополнение к уравнениям равновесия (2.2) требуется добавить $m_0 = n - \varrho m$ уравнений совместности деформаций

$$\Phi_k(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) = 0 \quad (k = \overline{1, m_0}). \quad (2.3)$$

Полная деформация ε_i каждого стержневого элемента конструкции будет представлена как аддитивная составляющая

$$\varepsilon_i = e_i + \varepsilon_i^T + p_i \quad (i = \overline{1, n}), \quad (2.4)$$

где e_i — упругая деформация, ε_i^T — температурная деформация, p_i — деформация ползучести.

В общем случае будем считать, что стержневые элементы системы изготовлены из разных материалов и имеют различные физико-механические свойства, а значит, упругие и реологические свойства материалов таких стержней тоже различны. Поэтому для упругих и реологических деформаций справедливо

$$e_i = \frac{\sigma_i}{E_i}, \quad p_i(t) \xrightarrow{A_i} \sigma_i(t), \quad \varepsilon_i^T = \alpha_i^T \Delta T = \alpha_i^T (T_1 - T_0) \quad (i = \overline{1, n}), \quad (2.5)$$

где E_i — модуль упругости материала i -того стержня, α_i^T — температурный коэффициент линейного расширения материала i -того стержня; T_0, T_1 ($T_0 < T_1$) — начальная температура и «рабочая» температура эксплуатации; A_i — временной дифференциальный или интегральный оператор, связывающий напряжения, деформацию ползучести и ее скорость.

Используя выражения (2.4) и (2.5), уравнения совместности деформаций (2.3) можно представить в виде

$$\Phi_k^*(\sigma_1(t), \dots, \sigma_n(t), p_1(t), \dots, p_n(t), \varepsilon_1^T, \dots, \varepsilon_n^T) = 0 \quad (k = \overline{1, m_0}). \quad (2.6)$$

Принимая во внимание второе соотношение (2.5), деформации ползучести i -того стержня в (2.6) можно выразить через соответствующие им напряжения по определенной теории ползучести, выбранной в соответствии с реологическими свойствами материала.

Поскольку в общем случае ползучесть металлических материалов является нелинейной, то и уравнения (2.6) будут нелинейными. Поэтому уравнения (2.2), (2.6) составляют систему функционально-дифференциальных или функционально-интегральных (в зависимости от выбора операторов A_i в (2.5)) нелинейных уравнений относительно напряжений $\sigma_i = \sigma_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$), где t — время. Данную систему в общем случае нельзя решить аналитически, поэтому для ее решения требуется применение аппарата численных методов. В настоящей работе в дальнейших исследованиях для решения таких систем используется метод «шагов по времени», широко зарекомендовавший себя в теории ползучести. Кратко изложим его суть.

На первом этапе выполним дискретизацию по времени t : $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_p = t^*$ (t^* — время наблюдения за ползучестью рассматриваемой конструкции). Поскольку в начальный момент времени $t_0 = 0$ деформации ползучести равны нулю, то решение в упругой области $\sigma_i(0)$ находится из системы (2.2), (2.6), полагая $p_i(0) = 0$ ($i = \overline{1, n}$). Получив напряжения $\sigma_i = \sigma_i(0)$, вычисляются приращения деформации ползучести Δp_i за время $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ при постоянных значениях напряжений, соответствующих времени t_0 (на первом шаге $t_0 = 0$), и рассчитывается значение реологической деформации ползучести при $t = t_1$: $p_i(t_1) = p_i(0) + \Delta p_i$ ($i = \overline{1, n}$). Далее, чтобы найти напряжения $\sigma_i = \sigma_i(t_1)$, необходимо решить систему уравнений (2.2), (2.6) при известных деформациях ползучести. После данного шага процесс итерационно продолжается до заданного расчетного времени t^* : на временном интервале $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ при постоянных значениях напряжений $\sigma_i = \sigma_i(t_1)$ определяется новое приращение деформации ползучести Δp_i , рассчитываются деформации ползучести $p_i(t_2) = p_i(t_1) + \Delta p_i$, вновь решается система (2.2), (2.6), вычисляются $\sigma_i = \sigma_i(t_2)$ и т. д.

Описанная выше методика определения кинетики напряженно-деформированного состояния в элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести носит довольно общий характер и может быть обобщена и модифицирована на системы с упрочненными элементами после процедуры ППД, а также применяться для решения ряда частных задач, в том числе для статически неопределимых систем с разной степенью неопределимости, элементами с различной геометрией и различными физико-механическими свойствами. Далее рассмотрим данную методику для решения задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах плоской статически неопределимой стержневой системы.

2.2. Решение задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимой стержневой системы в условиях ползучести

Формализуем общую постановку задачи на случай системы с поверхностно упрочненными стержневыми элементами. В этом случае задача релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах статически неопределимой системы при ползучести состоит из следующих этапов [84]:

- 1) реконструкция первоначального напряженно-деформированного состояния в стержневых элементах системы после поверхностно пластического деформирования (в общем случае — для анизотропного распределения полей пластических деформаций в упрочненном слое) при нормальной («комнатной») температуре T_0 . Методика реконструкции НДС выбирается в соответствии с геометрическими параметрами стержневой системы. В частности, например, для внешне упрочненных сплошных или полых цилиндрических образцов используется методика, отраженная в работах

[94, 96–98], для полых цилиндров с двухсторонним упрочнением — [61], для плоских призматических стержней — [99];

- 2) расчет полей остаточных напряжений в элементах системы после «мгновенного» температурно-силового нагружения с температуры упрочнения $T = T_0$ до рабочей температуры эксплуатации $T = T_1$ ($T_0 < T_1$);
- 3) решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах системы под действием температурно-силовой нагрузки в условиях ползучести всей стержневой конструкции при температуре эксплуатации $T = T_1$ при переменных растягивающих напряжениях в элементах конструкции;
- 4) расчет полей остаточных напряжений в элементах системы непосредственно после достижения расчетного времени ползучести и последующей «мгновенной» температурно-силовой разгрузке с температуры $T = T_1$ до нормальной («комнатной») первоначальной температуры $T = T_0$.

В результате реализации представленной схемы решения задачи в каждом из упрочненных элементов статически неопределимой стержневой системы можно получить полную картину распределения полей остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя с течением времени, соответствующих разным этапам режимов температурно-силовой нагрузки и разгрузки.

Поскольку геометрические параметры стержней системы являются определяющими как на этапе восстановления НДС после упрочнения, так и при последующем решении краевой задачи релаксации ОН, то для определенности, не уменьшая общности подхода, рассмотрим каждый из описанных выше этапов на примере моделирования элементов стержневой системы в виде сплошных поверхностно упрочненных цилиндрических образцов.

2.2.1. Формирование напряженно-деформированного состояния в элементах стержневой системы после процедуры поверхностного упрочнения и температурно-силового нагружения

На первом этапе исследования в каждом из стержневых элементов статически неопределимой системы необходимо сформировать напряженно-деформированное состояние после поверхностного упрочнения при начальной «комнатной» температуре. Выше было отмечено, что для реконструкции НДС могут быть использованы различные методы, выбранные в соответствии с геометрическими параметрами стержневой системы. Так как ранее было определено, что в текущей постановке задачи стержни моделируются в виде сплошных цилиндрических образцов круглого поперечного сечения, то здесь и далее решение задачи для определения полей ОН будет осуществляться в цилиндрической системе координат (r, θ, z) , в которой σ_{rs}^{res} , $\sigma_{\theta s}^{\text{res}}$, σ_{zs}^{res} — радиальная, окружная и осевая компоненты тензора остаточных напряжений, а q_{rs} , $q_{\theta s}$, q_{zs} — соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций в s -ом цилиндрическом элементе системы ($s = \overline{1, n}$, n — количество стержней системы). Как отмечалось выше, недиагональные компоненты тензора пластических деформаций не учитываются в силу их малости по сравнению с нормальными компонентами.

Напряженно-деформированное состояние в упрочненном стержне s непосредственно после ППД в момент времени $t = 0 - 0$ определяется тензором остаточных напряжений

$$\sigma_{ij}^{\text{res}}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \sigma_{zs}^{\text{res}}(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{rs}^{\text{res}}(r) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

и тензором полных деформаций

$$\varepsilon_{ijs}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{zs}(r, 0 - 0) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\theta s}(r, 0 - 0) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{rs}(r, 0 - 0) \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_{is}(r, 0 - 0) &= [(1 + \mu_s)\sigma_{is}^{\text{res}}(r, 0 - 0) - \mu_s\sigma_{0s}^{\text{res}}] / E_{0s} + q_{is}(r) \quad (i = r, \theta, z), \\ \sigma_{0s}^{\text{res}} &= \sigma_{rs}^{\text{res}}(r) + \sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r) + \sigma_{zs}^{\text{res}}(r). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Здесь E_{0s} — модуль Юнга при температуре упрочнения $T = T_0$, μ_s — коэффициент Пуассона материала.

Для определения компонент тензора остаточных напряжений (2.7) и пластических деформаций, входящих в состав (2.8), после ППД будем использовать известную феноменологическую методику [96, 97], подробно рассмотренную в главе 1, итоговая расчетная схема которой для s -го стержня имеет вид

$$\sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r), \alpha_s \xrightarrow{(1.1)} \sigma_{rs}^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(1.2)} q_{\theta s}(r) \xrightarrow{(1.3)} q_{zs}(r) \xrightarrow{(1.4)} q_{rs}(r) \xrightarrow{(1.5)} \varepsilon_{zs}^0 \xrightarrow{(1.6)} \sigma_{zs}^{\text{res}}(r), \quad (2.10)$$

где числа, указанные над стрелками, обозначают номер формулы, по которой производится расчет соответствующей величины. Так как предполагается, что упрочненные стержни представляют собой сплошные цилиндрические образцы радиуса R_s , то в расчетных соотношениях (2.10) полагаем $0 \leq r \leq R_s$ ($s = \overline{1, n}$).

Выше указано, что методика реконструкции ОН и ПД (2.10) требует наличия известного распределения $\sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r)$, которое можно получить путем аппроксимации дискретных экспериментальных данных для этой компоненты. Для перехода от экспериментальных значений из области сжатия (в приповерхностном слое материала) к непрерывным $\sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r)$ ($r \in [0, R_s]$) используется аппроксимация, предложенная в работах [96, 106] и имеющая вид

$$\sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R - h^* - r)^2}{b^2}\right), \quad (2.11)$$

где $h^* = R - r$ — расстояние от упрочненной поверхности цилиндра радиуса R , соответствующее экстремуму (локальному минимуму) эпюры $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$; σ_0, σ_1, b — параметры, подлежащие определению.

Итак, полученные тензоры остаточных напряжений (2.7) и деформаций (2.8) являются начальными данными для решения краевой задачи релаксации ОН в условиях ползучести в сплошных цилиндрических элементах стержневой системы.

Если в рассматриваемой статически неопределимой системе цилиндрические стержневые элементы имеют разные геометрические и физико-механические характеристики (например, различные радиусы или выполнены из разных материалов), то напряженно-деформированное состояние после поверхностного упрочнения будет в них также различным, а значит, для каждого из $s = \overline{1, n}$ элементов необходимо провести свою процедуру формирования полей тензоров напряжений (2.7) и деформаций (2.8), учитывающую характерные особенности и свойства материала рассматриваемого элемента. В противном случае, если стержни представлены в виде идентичных цилиндрических образцов с одинаковым круглым поперечным сечением и выполнены из одного и того же материала, то НДС после выбранной процедуры упрочнения в каждом из них будет определяться идентичными тензорами остаточных напряжений и пластических деформаций.

Пусть в момент времени $t = 0 + 0$ происходит «мгновенное» температурно-силовое нагружение системы с первоначальной температуры упрочнения $T = T_0$ до температуры эксплуатации $T = T_1$, при которых модуль Юнга соответственно равен E_{0s} и E_{1s} . Поскольку при температурном нагружении окружная компонента тензора пластических деформаций $q_{\theta s} = q_{\theta s}(r)$ не зависит от температуры [96] (не возникает дополнительных пластических деформаций), то на момент полного прогрева цилиндрического образца соотношение (1.2) для определения $q_{\theta s}(r)$ можно представить в эквивалентном виде

$$q_{\theta_s}(r) = \frac{(1 + \mu_s)(1 - 2\mu_s)}{E_{1s}(1 + \alpha_s\mu_s)^2} r^{-\nu} \int_0^r \xi^{\nu-1} \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \left[\sigma_{rs}^{\text{res}}(\xi) + (1 + \alpha_s)\sigma_{\theta_s}^{\text{res}}(\xi) \right] d\xi -$$

$$- \frac{1 + \mu_s}{E_{1s}(1 + \alpha_s\mu_s)} \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \left[(1 - \mu_s)\sigma_{\theta_s}^{\text{res}}(r) - \mu_s\sigma_{rs}^{\text{res}}(r) \right], \quad \nu = \frac{2 + \alpha_s}{1 + \alpha_s\mu_s}. \quad (2.12)$$

Из (2.12) можно заметить, что если в соотношении для определения $q_{\theta_s}(r)$ (1.2) умножить все компоненты тензора остаточных напряжений σ_{is}^{res} ($i = r, \theta, z$), сформированного после ППД при температуре T_0 и модуле Юнга E_{0s} , на коэффициент E_{1s}/E_{0s} , то получим распределение ОН при $T = T_1$. Отсюда следует естественный вывод: «мгновенное» повышение температуры образца способствует «скачку» эпюр остаточных напряжений на величину отношения E_{1s}/E_{0s} .

Так как помимо «мгновенного» прогрева элементов системы от T_0 до T_1 к стержневой системе прикладывается растягивающая нагрузка, то в ее элементах происходит перераспределение «рабочих» напряжений $\sigma_s(0 + 0) = \sigma_s^0$ ($s = \overline{1, n}$). Эти напряжения накладываются на напряженно-деформированное состояние, сформированное после поверхностного упрочнения и их трансформации ввиду повышения температуры T_0 до T_1 . «Рабочие» напряжения способствуют «упругому» скачку осевых напряжений $\sigma_{zs}^{\text{res}}(r)$ на величину σ_s^0 , а также упругих деформаций, при этом в момент времени $t = 0 + 0$ напряжения σ_s^0 , соответствующие продольным растягивающим нагрузкам в стержнях системы, находятся из системы уравнений (2.2), (2.6) при $p_s(t) = 0$ ($s = \overline{1, n}$).

Таким образом, все составляющие тензора остаточных напряжений для каждого из $s = \overline{1, n}$ стержней системы после «мгновенного» температурно-силового нагружения в момент времени $t = 0 + 0$ можно представить как

$$\sigma_{rs}(r, 0 + 0) = \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \sigma_{rs}^{\text{res}}(r, 0 - 0);$$

$$\sigma_{\theta_s}(r, 0 + 0) = \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \sigma_{\theta_s}^{\text{res}}(r, 0 - 0); \quad (2.13)$$

$$\sigma_{zs}(r, 0 + 0) = \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \sigma_{zs}^{\text{res}}(r, 0 - 0) + \sigma_s^0.$$

Заметим, что приложенная температурно-силовая нагрузка способствует «скачку» также и упругих деформаций, поэтому компоненты тензора деформаций выражаются в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rs}(r, 0+0) &= [\sigma_{rs}(r, 0+0) - \mu(\sigma_{\theta s}(r, 0+0) + \sigma_{zs}(r, 0+0))]/E_{1s} + q_{rs}(r); \\ \varepsilon_{\theta s}(r, 0+0) &= [\sigma_{\theta s}(r, 0+0) - \mu(\sigma_{rs}(r, 0+0) + \sigma_{zs}(r, 0+0))]/E_{1s} + q_{\theta s}(r); \\ \varepsilon_{zs}(r, 0+0) &= [\sigma_{zs}(r, 0+0) - \mu(\sigma_{\theta s}(r, 0+0) + \sigma_{rs}(r, 0+0))]/E_{1s} + q_{zs}(r).\end{aligned}\quad (2.14)$$

Выражения (2.13) и (2.14) задают начальное напряженно-деформированное состояние в каждом сплошном цилиндрическом поверхностно упрочненном стержне рассматриваемой системы в момент времени $t = 0 + 0$ — непосредственно после «мгновенной» температурно-силовой нагрузки всей конструкции с упрочненными элементами. Именно они и являются определяющими начальными данными для решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в процессе ползучести.

2.2.2. Метод расчета кинетики напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимой стержневой системы в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении

Рассмотрим решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном слое сплошных цилиндрических стержней системы в условиях ползучести при температуре эксплуатации $T = T_1$ под действием растягивающей осевой нагрузки.

Метод решения задачи ползучести для упрочненного цилиндра под действием растягивающей осевой силы, крутящего момента и внутреннего давления рассмотрен в [155]. В настоящем разделе приведем модифицированную методику для расчета кинетики НДС в плоских стержневых системах в соответствии с работами [84, 86], где изложена методика решения данной краевой задачи для стержневой системы, элементы которой моделируются в виде сплошных

цилиндрических образцов. Как уже отмечено выше, решение данной краевой задачи производится в цилиндрической системе координат (r, θ, z) и предполагает расчет остаточных напряжений и деформаций в момент времени t эксплуатации изделия. В любой момент времени t для каждого из $s = \overline{1, n}$ стержней системы постановка краевой задачи в себя включает:

– уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_{rs}(r, t)}{dr} + \sigma_{rs}(r, t) = \sigma_{\theta s}(r, t); \quad (2.15)$$

$$2\pi \int_0^{R_s} \sigma_{zs}(r, t) r dr = F_s(t), \quad (2.16)$$

где $\sigma_{rs}(r, t)$, $\sigma_{\theta s}(r, t)$, $\sigma_{zs}(r, t)$ — радиальная, окружная и осевая компоненты тензора напряжений; $F_s(t)$ — продольная сила, возникающая в каждом s -ом цилиндрическом стержне системы радиуса R_s ;

– уравнение совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_{\theta s}(r, t)}{dr} + \varepsilon_{\theta s}(r, t) = \varepsilon_{rs}(r, t), \quad (2.17)$$

где $\varepsilon_{rs}(r, t)$, $\varepsilon_{\theta s}(r, t)$ — радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций;

– гипотезу плоских сечений:

$$\varepsilon_{zs}(r, t) = \varepsilon_{zs}^0(t), \quad (2.18)$$

где $\varepsilon_{zs}(r, t)$ — осевая компонента тензора полных деформаций;

– краевые условия:

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \frac{d\sigma_{rs}(r, t)}{dr} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \sigma_{rs}(r, t) \right|_{r=R_s} = 0. \quad (2.19)$$

Время t в соотношения (2.15)–(2.19) входит параметрически, поэтому в уравнениях (2.15) и (2.17) используются обычные производные по r .

В основе методики расчета кинетики напряжений стержневой системы в условиях ползучести лежит прямой метод решения задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце [97],

получивший развитие для одноосного растяжения и комбинации растяжения с кручением в работах [105, 125]. В настоящей работе, в отличие от упомянутых выше исследований, требуется принимать во внимание перераспределение растягивающих напряжений $\sigma_s(t)$ ($s = \overline{1, n}$) между элементами в стержневой системе. Поэтому методику работ [97, 105, 125] нужно пересмотреть по отношению к отмеченному фактору.

Разберем схему решения описанной краевой задачи для поверхностно упрочненных цилиндрических элементов стержневой системы.

В момент времени t компоненты тензора деформации s -го цилиндрического образца с наведенными полями пластических деформаций состоят из суммы

$$\varepsilon_{ls}(r, t) = e_{ls}(r, t) + q_{ls}(r) + p_{ls}(r, t) + \varepsilon_s^T \quad (l = r, \theta, z), \quad (2.20)$$

где $e_{ls}(r, t)$ — упругая деформация; $q_{ls}(r)$ — остаточная пластическая деформация после поверхностного упрочнения; ε_s^T — температурная деформация; $p_{ls}(r, t)$ — деформация ползучести, которая определяется на основании реологической теории, выбранной в соответствии с экспериментальными данными (в общем случае такая модель представлена в главе 1 соотношениями (1.22)–(1.28)).

Отметим, что в начальный момент времени $t = 0$ реологические компоненты $p_{ls}(r, t)$ на всей области определения образца $r \in [0, R_s]$ равны нулю:

$$p_{rs}(r, 0) = 0; \quad p_{\theta s}(r, 0) = 0; \quad p_{zs}(r, 0) = 0.$$

В условиях температурного и силового нагружения в упрочненном цилиндрическом образце происходит перераспределение остаточных напряжений (релаксация) вследствие появления деформации ползучести. Поэтому для описания процесса релаксации в каждом из s упрочненных стержней статически неопределимой системы необходимо разрешить краевую задачу (2.15)–(2.19) относительно напряжений $\sigma_{ls}(r, t)$ ($l = r, \theta, z; s = \overline{1, n}$).

В работах [84, 97, 125] получено, что используя ряд математических преобразований, задача сводится к решению дифференциального уравнения второго

порядка

$$r^2 \frac{d^2 \sigma_{rs}(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_{rs}(r, t)}{dr} = g_s(r, t), \quad (2.21)$$

$$g_s(r, t) = \frac{E_{1s}}{1 - \mu_s^2} \left[\frac{2 + \alpha_s}{1 + \alpha_s} q_{rs}(r) + p_{rs}(r, t) - p_{\theta s}(r, t) - \right. \\ \left. - r \left(\frac{dp_{\theta s}(r, t)}{dr} + \mu_s \frac{dp_{zs}(r, t)}{dr} \right) + \frac{r(1 + \alpha_s \mu_s)}{1 + \alpha_s} \frac{dq_{rs}(r)}{dr} \right], \quad (2.22)$$

решение которого с граничными условиями (2.19) для сплошного образца имеет вид:

$$\sigma_{rs}(r, t) = - \int_r^{R_s} \frac{1}{\xi^3} \left(\int_0^\xi g_s(\eta, t) \eta d\eta \right) d\xi. \quad (2.23)$$

Далее, используя $\sigma_{rs} = \sigma_{rs}(r, t)$, получим выражения и для остальных компонент тензора напряжений [84]:

$$\sigma_{\theta s}(r, t) = \sigma_{rs}(r, t) + r \frac{d\sigma_{rs}(r, t)}{dr}; \quad (2.24)$$

$$\varepsilon_{zs}^0(t) = \frac{\sigma_s(t)}{E_{1s}} + p_s(t); \quad (2.25)$$

$$p_s(t) = \frac{2}{R_s^2} \int_0^{R_s} \left[q_{zs}(r) + p_{zs}(r, t) + \varepsilon_s^T - \frac{\mu_s}{E_{1s}} (\sigma_{rs}(r, t) + \sigma_{\theta s}(r, t)) \right] r dr; \quad (2.26)$$

$$\sigma_{zs}(r, t) = [\varepsilon_{zs}^0(t) - q_{zs}(r) - p_{zs}(r, t) - \varepsilon_s^T] E_{1s} + \mu_s [\sigma_{rs}(r, t) + \sigma_{\theta s}(r, t)], \quad (2.27)$$

где $p_s(t)$ — интегральная величина осевой деформации в каждом из s стержней статически неопределимой системы, которая используется для расчета кинетики напряжений $\sigma_s = \sigma_s(t)$ ($s = \overline{1, n}$) из решения системы (2.2), (2.6).

При $t > 0$ деформации ползучести $p_{ls}(r, t)$ определяются при помощи компонент тензора напряжений $\sigma_{ls}(r, t)$ ($l = r, \theta, z; s = \overline{1, n}$) согласно схеме сложного напряженного состояния в соответствии с выбранной теорией ползучести.

Стоит заметить, что разработанная методика позволяет оценить распределение напряжений в стержнях системы при ползучести в любой момент времени t при изменяющихся во времени растягивающих напряжениях системы $\sigma_s(t)$

($s = 1, 2, 3$) в том числе от перераспределения напряжений в стержнях системы вследствие ползучести, в отличие от существующих методик [97, 125], где процесс релаксации протекает на фоне постоянных растягивающих нагрузок.

Итак, схема получения напряженно-деформированного состояния в каждом поверхностно упрочненном цилиндрическом стержне системы в процессе ползучести под действием температурно-силовой нагрузки будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 t, p_{ls}(r, t) \ (l = r, \theta, z) &\xrightarrow{(2.22)} g_s(r, t) \xrightarrow{(2.23)} \sigma_{rs}(r, t) \xrightarrow{(2.24)} \sigma_{\theta s}(r, t) \xrightarrow{(2.26)} \\
 &\xrightarrow{(2.26)} p_s(t) \xrightarrow{(2.2),(2.6)} \sigma_s(t) \xrightarrow{(2.25)} \varepsilon_{zs}^0(t) \xrightarrow{(2.27)} \sigma_{zs}(r, t). \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

Пусть теперь в момент времени $t = t^* + 0$ производится «мгновенная» температурно-силовая разгрузка системы с температуры $T = T_1$ до первоначальной $T = T_0$. Так как при температурной разгрузке полагается, что изменений пластических деформаций и накопленных компонент деформаций ползучести не происходит, то для определения остаточных напряжений в момент разгрузки $t = t^* + 0$ достаточно из полученных к моменту времени $t = t^*$ напряжений (предшествующих моменту разгрузки) вычесть «рабочие» напряжения $\sigma_s^0 = \sigma_s(0+0)$ (решение системы (2.2), (2.6)) и затем умножить на коэффициент E_{0s}/E_{1s} (обратный коэффициенту при температурном нагружении):

$$\sigma_{rs}(r, t^* + 0) = \frac{E_{0s}}{E_{1s}} \sigma_{rs}(r, t^*); \quad (2.29)$$

$$\sigma_{\theta s}(r, t^* + 0) = \frac{E_{0s}}{E_{1s}} \sigma_{\theta s}(r, t^*); \quad (2.30)$$

$$\sigma_{zs}(r, t^* + 0) = \frac{E_{0s}}{E_{1s}} \left[\sigma_{zs}(r, t^*) - \sigma_s^0 \right]. \quad (2.31)$$

В результате получаем полную картину кинетики остаточных напряжений в каждом упрочненном сплошном цилиндрическом элементе рассматриваемой системы с течением времени при различных режимах нагружения за цикл «температурно-силовая нагрузка»–«ползучесть»–«температурно-силовая разгрузка».

Важно заметить, в данном разделе вводилось предположение о том, что

статически неопределимая система является плоской и имеет произвольное количество стержневых элементов $s = \overline{1, n}$, а ее элементы моделируются сплошными цилиндрическими элементами с различной геометрией и физико-механическими свойствами. Степень статической неопределимости системы полностью зависит от геометрических параметров исследуемой конструкции, а также влияет на вид и решение системы (2.2), (2.6). Данная система уравнений является ключевым элементом в расчетной методике, поэтому решение конкретной стержневой конструкции требует особого внимания. В связи с этим, не снижая общности основного подхода, проиллюстрируем разработанную методику на конкретных примерах статически неопределимых плоских стержневых систем с разным числом степеней свободы.

2.3. Статически неопределимая стержневая система с двумя степенями свободы

Материал настоящего раздела излагается в соответствии с работами автора данной диссертации [84, 86].

2.3.1. Постановка задачи

Рассмотрим трехэлементную стержневую систему с несимметричным расположением элементов, схема которой и основные обозначения представлены на рис. 2.1: $l_1 \neq l_2 \neq l_3$, $\alpha \neq \beta$. Система является плоской и рассматривается в декартовой системе координат XOY . Стержни данной системы представляют собой сплошные цилиндрические образцы одинакового круглого поперечного сечения площадью $F = \pi R^2$ (R — радиус цилиндра). Здесь и далее будем считать, что стержни имеют не только идентичные геометрические параметры, но и выполнены из одинакового материала, то есть обладают идентичными физико-механическими свойствами.

Пусть система находится под действием температурно-силовой нагрузки.

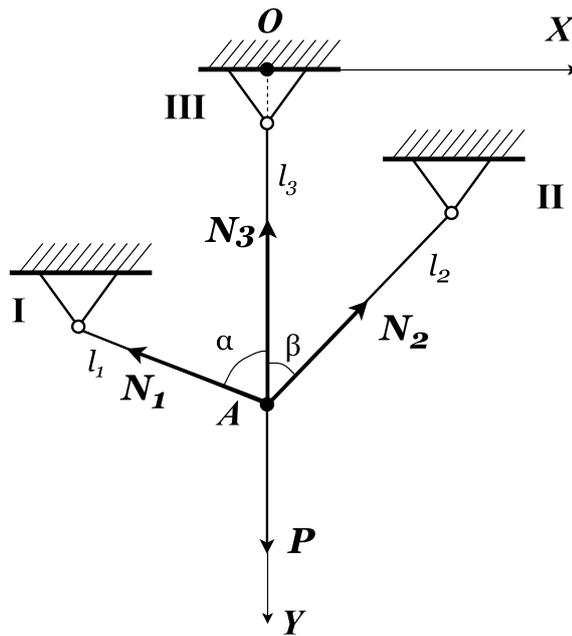


Рис. 2.1. Схема статически неопределимой стержневой системы с несимметричным расположением элементов

Соответственно, в каждом из стержней системы в результате перераспределения реакций N_1 , N_2 и N_3 нагрузок возникнет напряженно-деформированное состояние, вызывающее деформации и перемещения узла A (см. рис. 2.2).

Прокомментируем ряд обозначений, отображенных на рис. 2.1 и рис. 2.2. Пусть P — приложенная к системе растягивающая нагрузка, N_s — реакции, возникающие в стержнях, l_s — длины стержней, Δl_s — удлинения стержней в процессе деформирования всей конструкции ($s = 1, 2, 3$), Δl — перемещение узла A стержневой системы, φ — угол, образованный вектором перемещения с осью OY , α и β — углы, образованные первым I ($s = 1$) и вторым II ($s = 2$) стержнями системы с третьим стержнем III ($s = 3$), то есть осью OY .

Тогда уравнения равновесия системы, записанные через реакции, будут иметь вид

$$\begin{cases} -N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta = 0, \\ N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \beta + N_3 = P. \end{cases} \quad (2.32)$$

Схема сил, действующих на узел A (см. рис. 2.2), является системой сходящихся сил, а значит, условие равновесия системы будет состоять из двух

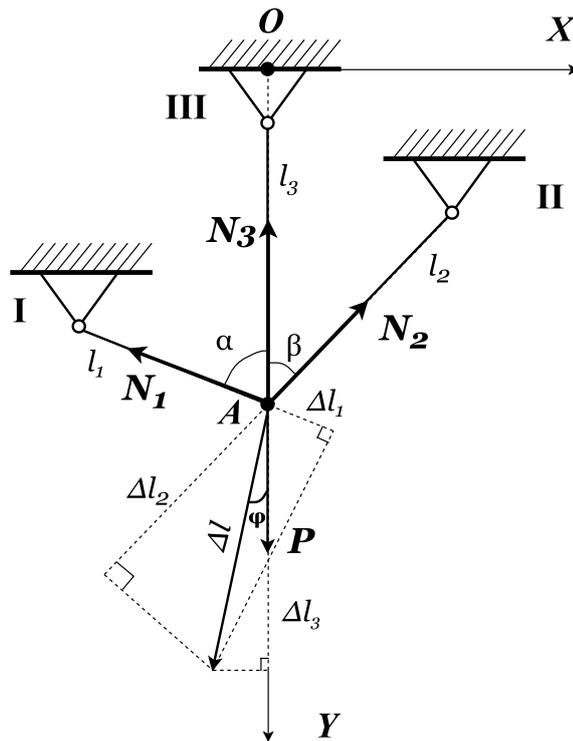


Рис. 2.2. Схема деформации статически неопределимой стержневой системы с несимметричным расположением элементов

уравнений статики. Поскольку имеем 4 неизвестных (опорные реакции N_s ($s = 1, 2, 3$) и угол φ) и 2 уравнения статики, то системе потребуется дополнительно $m = 4 - 2 = 2$ уравнения совместности деформаций, а значит, рассматриваемая система будет иметь две степени неопределенности (дважды статически неопределима).

Отметим, что здесь и далее задача рассматривается в рамках теории малых деформаций, поэтому углы α и β в линейном приближении в процессе деформирования не изменяются.

По определению $\sigma = N/F$, поэтому, переходя к напряжениям в (2.32), уравнения равновесия запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} -\sigma_1 \sin \alpha + \sigma_2 \sin \beta = 0, \\ \sigma_1 \cos \alpha + \sigma_2 \cos \beta + \sigma_3 = P_*, \end{cases} \quad (2.33)$$

где σ_s ($s = 1, 2, 3$) — напряжения в стержнях системы, $P_* = P/F$, а уравнения

совместности деформаций (УСД), выраженные через удлинения стержней —

$$\Delta l = \frac{\Delta l_1}{\cos(\alpha + \varphi)} = \frac{\Delta l_2}{\cos(\beta - \varphi)} = \frac{\Delta l_3}{\cos \varphi}. \quad (2.34)$$

Объединяя уравнения равновесия (2.33) и УСД (2.34), получим систему уравнений относительно неизвестных φ и σ_s ($s = 1, 2, 3$):

$$\begin{cases} -\sigma_1 \sin \alpha + \sigma_2 \sin \beta = 0, \\ \sigma_1 \cos \alpha + \sigma_2 \cos \beta + \sigma_3 = P_*, \\ \Delta l_1 \cos(\beta - \varphi) = \Delta l_2 \cos(\alpha + \varphi), \\ \Delta l_2 \cos \varphi = \Delta l_3 \cos(\beta - \varphi). \end{cases} \quad (2.35)$$

Таким образом, напряжения в элементах статически неопределимой системы и направление вектора ее перемещения находятся из решения системы (2.35) и могут быть использованы не только для оценки перераспределения нагрузки в системе, но также и для решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в процессе ползучести при температурно-силовой нагрузке.

2.3.2. Расчет кинетики напряжений в неупрочненных элементах системы в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении

Рассмотрим решение задачи ползучести стержневой системы в режиме температурно-силового нагружения на основе системы уравнений (2.35).

В текущей постановке задачи считаем, что стержни рассматриваемой трех-элементной системы (см. рис. 2.1) моделируются как сплошные цилиндрические образцы одинакового круглого поперечного сечения и выполнены из одного материала, а значит, модуль Юнга при температурах T_0 и T_1 равен соответственно $E_{0s} = E_0$ и $E_{1s} = E_1$, коэффициент Пуассона $\mu_s = \mu$, параметр анизотропии упрочнения материала $\alpha_s = \alpha$, коэффициент линейного теплового расширения материала $\alpha_s^T = \alpha^T$.

Здесь и далее полагаем, что прогрев стержней происходит «мгновенно». Изменение температуры всей системы вызывает температурные деформации в каждом из ее элементов и выражается как $\varepsilon^T = \alpha^T \Delta T$, $\Delta T = T_1 - T_0$ ($T_0 < T_1$).

Полная деформация s -го стержня системы состоит из упругой деформации e_s , деформации ползучести p_s и температурной деформации ε^T :

$$\varepsilon_s(t) = e_s(t) + p_s(t) + \varepsilon^T, \quad (2.36)$$

$$e_s(t) = \frac{\sigma_s(t)}{E}, \quad p_s(t) : \sigma_s \xrightarrow{B} p_s \quad (s = 1, 2, 3), \quad (2.37)$$

где B — временной интегральный или дифференциальный оператор, связывающий напряжения и реологические деформации (скорости деформации) в стержне системы, E — модуль упругости материала при определенной температуре (E_0 при «комнатной» температуре T_0 ; E_1 при температуре нагрева T_1).

С учетом закона Гука, соотношения $\Delta l = l\varepsilon$, а также выражений (2.36) и (2.37) преобразуем систему уравнений (2.35) к виду

$$\begin{cases} -\sigma_1(t) \sin \alpha + \sigma_2(t) \sin \beta = 0, \\ \sigma_1(t) \cos \alpha + \sigma_2(t) \cos \beta + \sigma_3(t) = P_*, \\ l_1 \left[\frac{\sigma_1(t)}{E} + p_1(t) + \varepsilon^T \right] \cos (\beta - \varphi) = l_2 \left[\frac{\sigma_2(t)}{E} + p_2(t) + \varepsilon^T \right] \cos (\alpha + \varphi), \\ l_2 \left[\frac{\sigma_2(t)}{E} + p_2(t) + \varepsilon^T \right] \cos \varphi = l_3 \left[\frac{\sigma_3(t)}{E} + p_3(t) + \varepsilon^T \right] \cos (\beta - \varphi). \end{cases} \quad (2.38)$$

Осуществим несложные преобразования системы (2.38) и определим формулы для расчета напряжений $\sigma_s(t)$ в каждом из стержней системы в любой момент времени t :

$$\sigma_1(t) = \sigma_2(t) \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \quad (2.39)$$

$$\sigma_3(t) = P_* - \sigma_2(t) \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha}, \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2(t) = E \left[[\varepsilon^T + p_2(t)] l_2 \cos (\alpha + \varphi) - [\varepsilon^T + p_1(t)] l_1 \cos (\beta - \varphi) \right] \times \\ \times \left[l_1 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cos (\beta - \varphi) - l_2 \cos (\alpha + \varphi) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Чтобы определить величину угла $\varphi = \varphi(t)$, который характеризует направление вектора перемещения узла A (см. рис. 2.2), обозначим $\cos \varphi = z$, $\sin \varphi = \sqrt{1 - z^2}$. После элементарных тригонометрических преобразований из системы (2.38) и соотношений (2.39)–(2.41) получим уравнение в неявном виде относительно $z = \cos \varphi$:

$$\begin{aligned} & \left[[\varepsilon^T + p_2(t)] l_2 \cos(\alpha + \varphi) - [\varepsilon^T + p_1(t)] l_1 \cos(\beta - \varphi) \right] \times \\ & \quad \times \left[l_2 \cos \varphi + l_3 \cos(\beta - \varphi) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \right] = \\ & = \left[[\varepsilon^T + p_3(t) + \frac{P_*}{E}] l_3 \cos(\beta - \varphi) - [\varepsilon^T + p_2(t)] l_2 \cos \varphi \right] \times \\ & \quad \times \left[l_1 \cos(\beta - \varphi) \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} - l_2 \cos(\alpha + \varphi) \right], \quad (2.42) \end{aligned}$$

где $\cos(\alpha + \varphi) = z \cos \alpha - \sqrt{1 - z^2} \sin \alpha$, $\cos(\beta - \varphi) = z \cos \beta + \sqrt{1 - z^2} \sin \beta$.

Полученное уравнение для определения $z = \cos \varphi$ (2.42) в дальнейших конкретных расчетах решается численно по методу бисекции.

Таким образом, решение системы (2.38) осуществляется по схеме

$$\begin{aligned} t, l_1, l_2, l_3, \alpha^T, \Delta T, P_*, E, \alpha, \beta, p_1(t), p_2(t), p_3(t) & \xrightarrow{(2.42)} z = \cos \varphi \xrightarrow{(2.41)} \\ & \xrightarrow{(2.41)} \sigma_2(t) \xrightarrow{(2.40), (2.39)} \sigma_3(t), \sigma_1(t). \quad (2.43) \end{aligned}$$

Схема (2.43) справедлива и для определения упругого решения, соответствующего одномоментному температурно-силовому нагружению системы при $t = 0 + 0$ (при этом $p_s(0 + 0) = 0$ ($s = 1, 2, 3$), $T = T_1$, $E = E_1$).

Реализация расчетной схемы (2.43) в любой момент времени $t > 0$ требует наличия деформаций ползучести $p_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$). Они определяются только при наличии известной теории ползучести, адекватно описывающей экспериментальные данные рассматриваемого материала.

Здесь и далее будем считать, что материалы, подлежащие рассмотрению, обладают только первой и второй стадиями ползучести, а деформация ползучести является необратимой. Поэтому для определения оператора B в (2.37)

воспользуемся вариантом одноосной реологической модели Ю. П. Самарина [111], который для описания первых двух стадий ползучести имеет вид:

$$p(t) = v(t) + w(t); \quad (2.44)$$

$$\dot{v}(t) = \begin{cases} \lambda \left[b \left| \frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right|^{n-1} \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right) - v(t) \right], & \left[b \left| \frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right|^{n-1} \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right) - v(t) \right] > 0, \\ 0, & \left[b \left| \frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right|^{n-1} \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right) - v(t) \right] \leq 0; \end{cases} \quad (2.45)$$

$$\dot{w}(t) = c \left| \frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right|^{m-1} \frac{\sigma(t)}{\sigma^*}. \quad (2.46)$$

Здесь p — деформация ползучести; v и w — вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести; $\lambda, b, c, n, m, \sigma^*$ — константы модели, методика определения которых изложена в монографии [87].

Ранее отмечалось, что реализация расчетной методики (2.43) требует применения аппарата численных методов. Для численной реализации решения задачи ползучести, как было упомянуто ранее, применяется известный и хорошо зарекомендовавший себя метод «шагов по времени», базирующийся на методе Эйлера численного решения систем дифференциальных уравнений. Так, считая, что по временной координате t проведена дискретизация $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{j-1} < t_j = t^*$ (t^* — конечное время расчета) и применяя метод Эйлера, все приращения накопленной деформации ползучести p_s и ее компонент для всех из $s = 1, 2, 3$ стержней рассматриваемой системы за время $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$ вычисляются по следующим соотношениям:

$$p_s(t_{j+1}) = v_s(t_{j+1}) + w_s(t_{j+1}); \quad (2.47)$$

$$v_s(t_{j+1}) = v_s(t_j) + \Delta v_s(t_{j+1}); \quad (2.48)$$

$$\Delta v_s(t_{j+1}) = \begin{cases} \lambda \left[b \left| \frac{\sigma_s(t_j)}{\sigma^*} \right|^{n-1} \left(\frac{\sigma_s(t_j)}{\sigma^*} \right) - v_s(t_j) \right] \Delta t_j, & [\dots] > 0; \\ 0, & [\dots] \leq 0; \end{cases} \quad (2.49)$$

$$w_s(t_{j+1}) = w_s(t_j) + \Delta w_s(t_{j+1}); \quad (2.50)$$

$$\Delta w_s(t_{j+1}) = c \left| \frac{\sigma_s(t_j)}{\sigma^*} \right|^{m-1} \frac{\sigma_s(t_j)}{\sigma^*} \Delta t_j. \quad (2.51)$$

В качестве начальных данных в момент времени $t = 0 + 0$ используется термоупругое решение $\sigma_s(0) = \sigma_s^0$, $\varphi(0) = \varphi^0$, которое определяется по схеме (2.43) при деформациях ползучести $p_s(0) = 0$ и ее компонентах $v_s(0) = w_s(0) = 0$ ($s = 1, 2, 3$).

По достижении заданного времени расчета ползучести t^* осуществляется «мгновенная» силовая и температурная разгрузка системы ($t = t^* + 0$) с температуры эксплуатации T_1 до первоначальной T_0 (см. соотношения (2.29)–(2.31)).

После этих последовательных операций получим полную картину кинетики растягивающих напряжений в каждом из стержней рассматриваемой статически неопределимой системы за цикл «нагрузка–ползучесть–разгрузка».

2.3.3. Проверка адекватности математической модели и анализ результатов расчета

Для проверки адекватности разработанного численного метода исследования ползучести статически неопределимой стержневой системы «шагами по времени» выполним сравнение расчетных значений напряжений за большое расчетное время ползучести t^* с асимптотическими значениями этих же величин при $t \rightarrow \infty$, которые можно получить, не прибегая к численному методу «шагов по времени».

Опишем процедуру вычисления асимптотических значений напряжений в стержнях системы. Полагаем, что при $t \rightarrow \infty$ процесс перераспределения напряжений в элементах системы завершается (практически это происходит для достаточно больших значений $t = t^*$), а значит, напряжения принимают фиксированные значения $\sigma_s^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$), перемещение системы также стабилизируется ввиду фиксированного значения угла $\varphi^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t)$. Поскольку напряжения достигают постоянных значений, то ползучесть всей стержневой системы протекает с постоянной скоростью деформации, описываемой толь-

ко вязкой компонентой w в реологических соотношениях (2.44), так как из-за асимптотической ограниченности вязкопластической компоненты $v_s(t)$ ею при $t \rightarrow \infty$ пренебрегаем. Также в системе (2.38) при $t \rightarrow \infty$ будем пренебрегать величинами упругой и температурной деформаций. Поэтому из (2.46) при $t \rightarrow \infty$ имеем

$$\dot{p}_s(t^*) = \dot{w}_s(t^*) = c \left| \frac{\sigma_s^*}{\sigma^*} \right|^{m-1} \frac{\sigma_s^*}{\sigma^*} = \text{const},$$

и система (2.38) будет иметь вид

$$\begin{cases} -\sigma_1^* \sin \alpha + \sigma_2^* \sin \beta = 0, \\ \sigma_1^* \cos \alpha + \sigma_2^* \cos \beta + \sigma_3^* = P_*, \\ l_1 |\sigma_1^*|^{m-1} \sigma_1^* \cos(\beta - \varphi^*) = l_2 |\sigma_2^*|^{m-1} \sigma_2^* \cos(\alpha + \varphi^*), \\ l_2 |\sigma_2^*|^{m-1} \sigma_2^* \cos \varphi^* = l_3 |\sigma_3^*|^{m-1} \sigma_3^* \cos(\beta - \varphi^*). \end{cases} \quad (2.52)$$

Пусть $\cos \varphi^* = z$, $\sin \varphi^* = \sqrt{1 - z^2}$, из (2.52) следует:

$$\sigma_1^* = \sigma_2^* \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \quad (2.53)$$

$$\sigma_3^* = P_* - \sigma_2^* \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}, \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} l_2 |\sigma_2^*|^{m-1} \sigma_2^* z - l_3 \left| P_* - \sigma_2^* \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \right|^{m-1} \times \\ \times \left(P_* - \sigma_2^* \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \right) [z \cos \beta + \sqrt{1 - z^2} \sin \beta] = 0, \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$l_1 \left| \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right|^{m-1} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} [z \cos \beta + \sqrt{1 - z^2} \sin \beta] = l_2 [z \cos \alpha - \sqrt{1 - z^2} \sin \alpha]. \quad (2.56)$$

Уравнения (2.55) и (2.56) имеют неявный вид относительно неизвестных σ_2^* и z .

Таким образом, расчетная схема предельных (асимптотических) значений σ_s^* ($s = 1, 2, 3$) и φ^* выражается последовательностью операций:

$$P_*, l_1, l_2, l_3, \alpha, \beta \xrightarrow{(2.56)} z = \cos \varphi^*, \varphi^* \xrightarrow{(2.55)} \sigma_2^* \xrightarrow{(2.54)} \sigma_3^* \xrightarrow{(2.53)} \sigma_1^*. \quad (2.57)$$

Итак, асимптотическое напряженное состояние, рассчитанное по схеме (2.57) и соответствующее стабилизации стержневой системы и стадии ее установившейся ползучести, и расчетные значения при $t \rightarrow \infty$ используются для частичной проверки адекватности разработанной численной методики (2.43). Критерием адекватности в данном случае служит предельно допустимое (назначается исследователем) отклонение асимптотических и расчетных данных, и если это отклонение будет меньше предельного, то модель признается адекватной, в противном случае — модель не является адекватной.

Отметим, что в работах [28, 31, 84, 86] выполнено подробное исследование систем с похожей геометрией из сплава ЖС6У при $T_1 = 675^\circ\text{C}$ под действием нагрузки $P = 41$ кН во время ползучести за $t = 500$ ч. В работе [27] была рассмотрена аналогичная система из сплава Д16Т, однако разгрузка и детальный анализ температурно-силового нагружения на поведение конструкции не проводился. Поэтому в рамках настоящей работы целесообразно произвести не только подробный анализ статически неопределимых систем, например, из сплава Д16Т при $T_1 = 125^\circ\text{C}$, но и выполнить анализ устойчивости численной методики расчета системы и для этого материала.

В качестве модельного примера рассмотрим статически неопределимую трехэлементную стержневую систему (рис. 2.1) из алюминиевого сплава Д16Т с параметрами: длины стержней равны $l_1 = 1000$ мм, $l_2 = 2l_1$, $l_3 = 1.5l_1$, углы между стержнями составляют $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 15^\circ$, радиус цилиндрического стержневого элемента $R = 7.5$ мм. Первоначально система находится в состоянии покоя ($P = 0$) при комнатной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$, модуль Юнга $E_0 = 0.72 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0.3$, коэффициент линейного теплового расширения материала $\alpha^T = 22.9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Также полагаем, что рассматриваемая система находится в состоянии температурно-силовой нагрузки при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ (соответствующий модуль Юнга $E_1 = 0.65 \cdot 10^5$ МПа) под действием растягивающей силы $P = 180$ кН.

Расчетные значения напряжений $\sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$) вычислялись по методи-

ке «шагов по времени» и схеме (2.43), асимптотические значения напряжений определялись, используя схему (2.57).

Значения параметров реологической модели (2.44)–(2.46) для материала Д16Т при температуре $T_1 = 125^\circ\text{C}$ находились по методике [87, 111] на основании экспериментальных данных четырех режимов осевого растяжения при $\sigma = \{353; 385; 413; 420\}$ МПа (см. рис. 2.3), опубликованных в диссертационной работе В. В. Лунина [55] и статье [126].

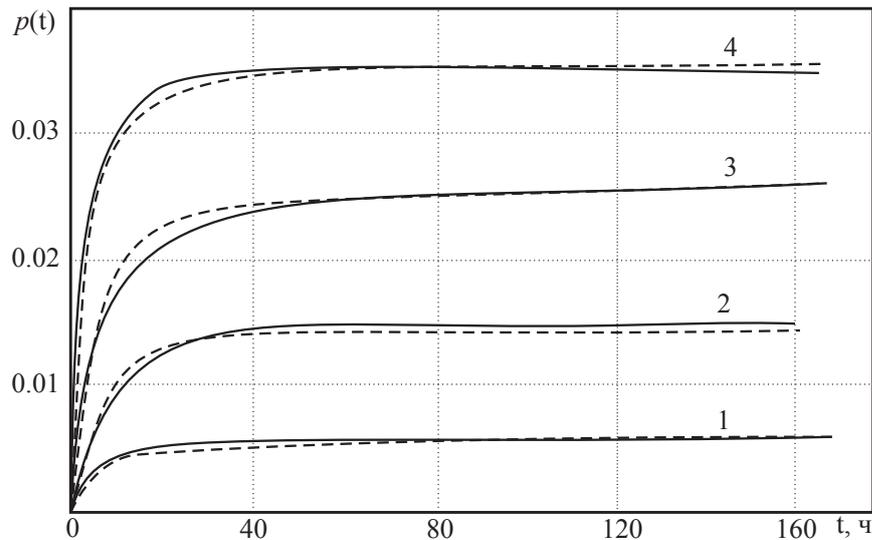


Рис. 2.3. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые одноосной ползучести сплава Д16Т при $T = 125^\circ\text{C}$: 1 — $\sigma = 353$ МПа; 2 — $\sigma = 385$ МПа; 3 — $\sigma = 413$ МПа; 4 — $\sigma = 420$ МПа

Отметим, что представленные экспериментальные кривые ползучести имеют первую и вторую стадии ползучести, а сама деформация ползучести полностью необратима. Согласно [111], для идентификации параметров модели (2.44)–(2.46) используется аппроксимация одноосных экспериментальных кривых ползучести при постоянном напряжении $\sigma = \text{const}$ (сплошные линии на рис. 2.3). Интегрирование (2.44)–(2.46) позволяет получить для стационарных кривых ползучести аналитическую зависимость вида:

$$p(t) = b(1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n + c \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^m t. \quad (2.58)$$

Реологическая модель для сплава Д16Т при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ была построена в диссертационной работе В. В. Лунина [55] путем реализации методики работы

[111], поэтому здесь воспользуемся результатами идентификации параметров одноосной модели (2.44)–(2.46), значения которых следующие: $c = 4.34 \cdot 10^{-23}$; $m = 10.787$; $\lambda = 0.17$ (1/час); $b = 4.703 \cdot 10^{-20}$; $n = 11$; $\sigma^* = 10$ МПа.

Теоретические значения, полученные по расчетной формуле при постоянных напряжениях и численных значениях параметров

$$p(t) = 4.703 \cdot 10^{-20}(1 - e^{-0.17t}) (0.1\sigma)^{11} + 4.34 \cdot 10^{-23} (0.1\sigma)^{10.787} t,$$

представлены на рис. 2.3 штриховыми линиями (сплошные линии — экспериментальные кривые), наблюдается хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

После «мгновенного» температурно-силового нагружения в момент времени $t = 0 + 0$ приложенная нагрузка распределилась в стержнях следующим образом: $\sigma_1^0 = 206.234$ МПа, $\sigma_2^0 = 398.413$ МПа, $\sigma_3^0 = 455.151$ МПа, $\varphi^0 = 43.275^\circ$.

Используя полученные данные в качестве начальных в расчете ползучести, получим графики изменения растягивающих напряжений в каждом стержне системы $\sigma_s = \sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$) (рис. 2.4, а) и кинетику во времени угла $\varphi = \varphi(t)$ (рис. 2.4, б), определяющего направление вектора перемещения всей рассматриваемой системы.

За заданное время расчета ползучести $t = t^* = 500$ ч растягивающие напряжения претерпевают существенные изменения и достигают значений $\sigma_s(t^*)$ ($s = 1, 2, 3$), отображенных в таблице 2.1.

Анализ графиков рис. 2.4, а позволяет заметить, что уже для $t > 100$ ч наблюдается существенное (и окончательное) перераспределение напряжений между стержнями системы, растягивающие напряжения практически перестают изменяться, то есть имеем асимптотическое поведение стержневой системы. И поскольку значения напряжений не претерпевают значительных изменений, то ползучесть протекает с относительно постоянной скоростью.

Произведем анализ напряжений $\sigma_s(t^*)$, вычисленных по расчетной численной методике за время $t^* = 500$ ч, и асимптотических значений напряжений σ_s^* на большом временном интервале ($t \rightarrow \infty$) (см. табл. 2.1).

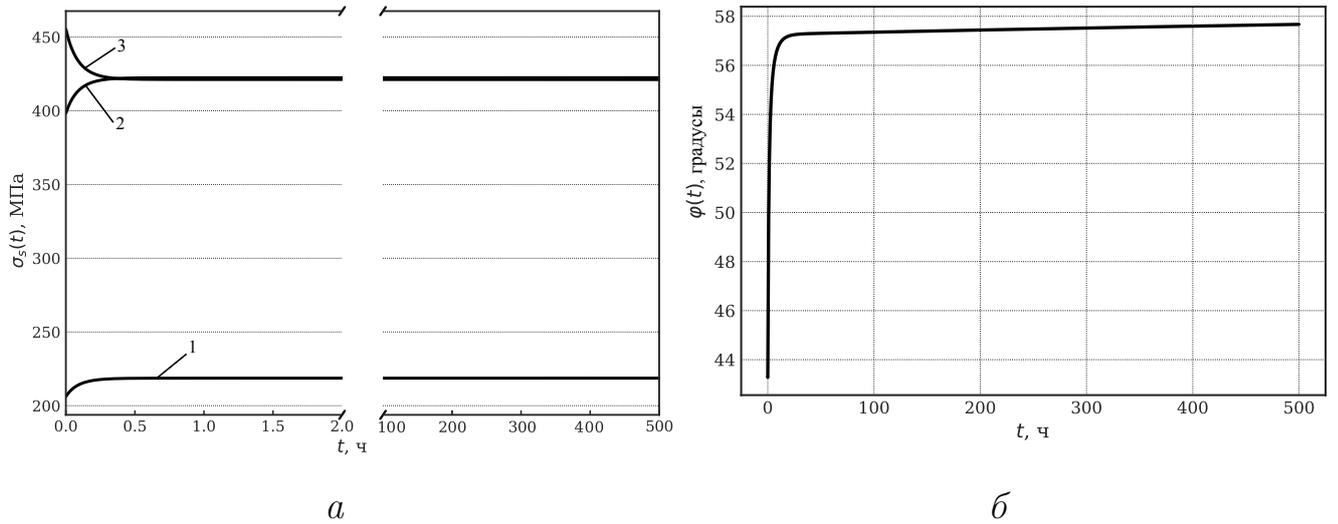


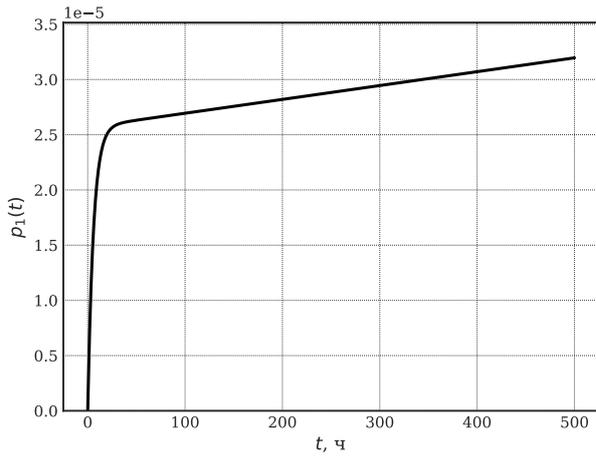
Рис. 2.4. (а) Графики изменения растягивающих напряжений $\sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$) в боковых (1, 2) и центральном (3) стержнях из сплава Д16Т при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ в процессе ползучести системы при температурно-силовой нагрузке ($P = 180$ кН) за $t = 500$ ч; (б) изменение угла $\varphi(t)$ для стержневой системы с течением времени при температурно-силовой нагрузке

Таблица 2.1. Предельные (асимптотические) и расчетные (методом «шагов по времени») значения напряжений σ_s ($s = 1, 2, 3$) и $\cos \varphi$ в статически неопределимой системе (рис. 2.1) при одноосном напряженном состоянии, расчетное время $t = 500$ ч

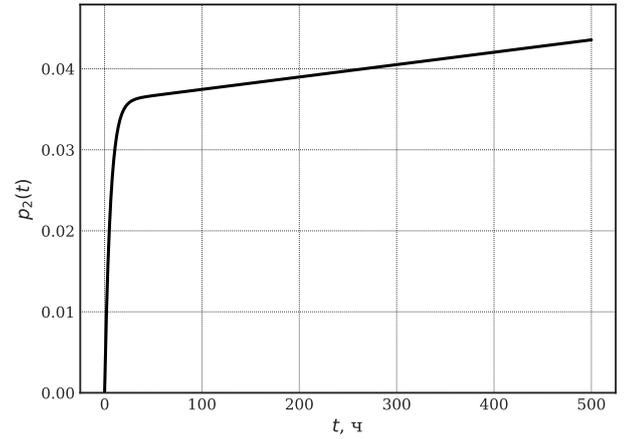
	σ_1 , МПа	σ_2 , МПа	σ_3 , МПа	$\cos \varphi$
Расчетные значения, $\sigma_s(t^*)$	218.744	422.582	420.970	0.535
Предельные значения, σ_s^*	218.891	422.865	420.571	0.500
Относительная погрешность, δ , %	0.067	0.067	0.095	7.000

Малая относительная погрешность расчетных значений $\sigma_s(t^*)$ по отношению к соответствующим асимптотическим значениям σ_s^* подтверждает правомерность использования разработанной численной методики. Стоит также отметить интересный факт, что в процессе ползучести изменяется не только величина вектора перемещений Δl узла A (см. рис. 2.2), но и величина дрейфа направления перемещения этого вектора ($\varphi = \varphi(t)$).

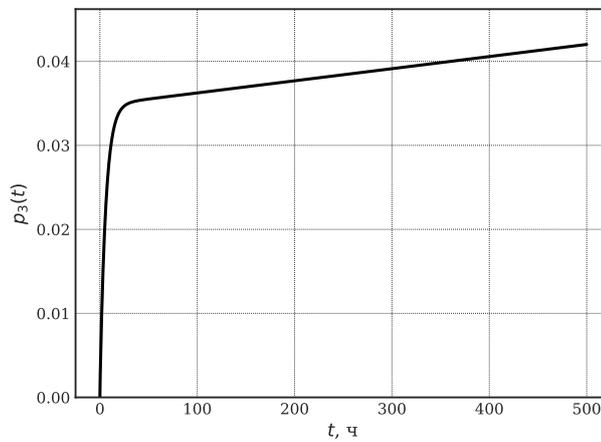
Приведем также для иллюстрации процесса реологического деформирования графики кривых деформаций ползучести $p_s(t)$, полученные расчетным путем по общей модели (2.44)–(2.46) (рис. 2.5) в стержнях системы. Заметим, что полученные расчетные кривые действительно соответствуют картине уста-



а



б



в

Рис. 2.5. Расчетные значения деформаций ползучести по одноосной реологической модели (2.44)–(2.46) в различных стержнях системы из сплава Д16Т при $T = 125^\circ\text{C}$ за время $t = 500$ ч: боковые стержни — 1 (а), 2 (б); центральный — 3 (в)

новившейся ползучести стержневой системы как конструкции.

Результаты численных экспериментов качественно согласуются с результатами работ [28, 84, 86] с участием автора настоящего диссертационного исследования, что также подтверждает устойчивость разработанной расчетной методики.

Таким образом, полученные результаты расчета кинетики напряжений в элементах статически неопределимой неупрочненной стержневой системы с течением времени по разработанной математической модели хорошо согласуются

ся с предельными теоретическими значениями, которые соответствуют стадии установившейся ползучести, что свидетельствует об адекватности математической модели.

2.3.4. Расчет кинетики остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимой несимметричной стержневой системы в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении

Рассмотрим теперь методику расчета кинетики остаточных напряжений применительно к сложному напряженному состоянию (СНС) в стержнях системы после упрочнения. Для моделирования воспользуемся той же стержневой системой, что и в предыдущем разделе 2.3.2, но в предположении, что все стержни рассматриваемой конструкции были предварительно поверхностно упрочнены пневмодробеструйной обработкой микрошариками и имеют идентичное начальное распределение наведенных полей остаточных напряжений и пластических деформаций. Геометрические параметры системы, численные значения механических характеристик и параметры реологической модели сплава Д16Т ($T_1 = 125^\circ\text{C}$), а также значение величины растягивающей нагрузки P приведены в пункте 2.3.3.

В качестве начальной информации в момент времени $t = 0 - 0$ используется экспериментальная эпюра распределения осевого остаточного напряжения $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ в приповерхностном слое после ППД при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ для цилиндрического образца из сплава Д16Т радиуса $R = 7.5$ мм, представленная в работе [55] и приведенная на рис. 2.6 маркерами.

Важно отметить, что пневмодробеструйная обработка микрошариками является изотропной технологией упрочнения (коэффициент анизотропии $\alpha = 1$), поэтому величины осевой и окружной деформаций практически совпадают [96, 97], и для реализации расчетной методики (2.10) достаточно иметь только одну экспериментальную эпюру $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ [96]. Это означает, что для идентификации

параметров аппроксимации $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ в первом приближении правомерно использовать экспериментальные данные (точки на рис. 2.6) для $\sigma_z^{\text{res}}(r)$. Затем искомые параметры σ_0 , σ_1 , b аппроксимации $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ варьируются и схема (2.10) многократно повторяется до достижения минимума среднеквадратического отклонения расчетных данных от экспериментальных для осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z = \sigma_z(r)$. Использование значений характерных точек осевой эпюры ($R = 7.5$ мм, $h_0 = 0.65$ мм, $h^* = 0.05$ мм, $\sigma^* = -340.792$ МПа) позволило найти значения параметров аппроксимации (2.11): $b = 0.343$ мм, $\sigma_0 = 16.879$ МПа, $\sigma_1 = 357.671$ МПа. Результирующая кривая аппроксимации $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ представлена на рис. 2.6 сплошной линией, а расчетная эпюра распределения $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ — штриховой линией.

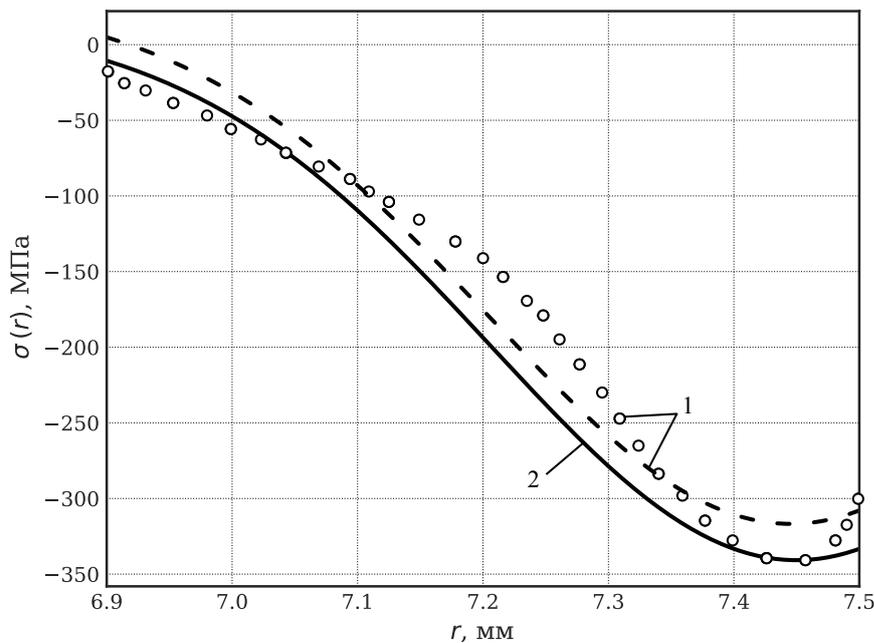


Рис. 2.6. Распределение осевой $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ (1) и окружной $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ (2) компонент тензора остаточных напряжений в приповерхностном слое цилиндрического образца из сплава Д16Т при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ после пневмодробеструйного упрочнения поверхности: линия — расчет, маркеры — эксперимент

Как было отмечено ранее, в соотношения схемы (2.28) для описания НДС в упрочненном цилиндрическом стержне в процессе ползучести всей конструкции (2.28) входят компоненты тензора деформаций ползучести $p_{ls}(r, t)$ и их произ-

водные $\frac{dp_{ls}(r, t)}{dr}$ ($l = r, \theta, z; s = 1, 2, 3$), которые определяются согласно реологической модели, выбранной в соответствии с экспериментальными данными.

Для этого воспользуемся реологической моделью, предложенной Ю. П. Самариным [111], которая описывает сложное напряженное состояние в пределах первых двух стадий ползучести, является частным случаем общей модели (1.22)–(1.27) при $\omega(t) = 0$ и обобщает одноосную модель (2.44)–(2.46):

$$p_{ij} = v_{ij} + w_{ij}; \quad (2.59)$$

$$\dot{w}_{ij} = \frac{3}{2} c \left(\frac{S_*}{\sigma^*} \right)^{m-1} \frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right); \quad (2.60)$$

$$v_{\nu\nu}(t) = (1 + \mu'') \beta_{\nu\nu}(t) - \mu'' (\beta_{11}(t) + \beta_{22}(t) + \beta_{33}(t)); \quad (2.61)$$

$$\dot{\beta}_{\nu\nu}(t) = \begin{cases} \lambda \left[b \left(\frac{S_*}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right], & \left[b \left(\frac{S_*}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right] \sigma_{\nu\nu} > 0, \\ 0, & \left[b \left(\frac{S_*}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right] \sigma_{\nu\nu} \leq 0, \end{cases} \quad (2.62)$$

где p_{ij} — тензор деформаций ползучести; w_{ij} и v_{ij} — тензоры деформаций вязкого течения и вязкопластической (необратимой) компоненты деформаций ползучести p_{ij} ; μ'' — коэффициент Пуассона для компоненты $v_{\nu\nu}$ (согласно рекомендациям [111] можно принять $\mu'' = 0.42$); $c, n, \lambda, b, m, \sigma^*$ — константы модели, имеющие тот же смысл и значения, что и в одноосной модели (2.44)–(2.46) ($c = 4.34 \cdot 10^{-23}$; $m = 10.787$; $\lambda = 0.17$ (1/час); $b = 4.703 \cdot 10^{-20}$; $n = 11$; $\sigma^* = 10$ МПа); $S_* = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2}$ — интенсивность напряжений.

Расчет ведется в главных осях (r, θ, z) . В связи с этим суммирование по индексу ν для вязкопластической компоненты v_{ij} в (2.61) не производится, все недиагональные компоненты для тензоров $p_{ij}, v_{ij}, w_{ij}, \sigma_{ij}$ полагаются равными нулю, а для величин с двойными индексами $\nu\nu$ (см. выражения (2.61), (2.62)) справедливы обозначения: $\nu = 1$ соответствует индексу z , $\nu = 2 - \theta$, $\nu = 3 - r$ ($\sigma_{11} = \sigma_z, \sigma_{22} = \sigma_\theta, \sigma_{33} = \sigma_r$).

Далее, аналогично рассмотренному модельному расчету неупрочненной системы в разделе 2.3.3, чтобы решить задачу нелинейной ползучести и реализовать методику для оценки кинетики напряжений в стержневых элементах статически неопределимой системы, нужно применить аппарат численных методов. Здесь также будем использовать метод «шагов по времени» и метод Эйлера для расчета деформаций ползучести по модели (2.59)–(2.62), а также метод бисекции для решения уравнений в неявном виде в схеме (2.43), квадратурные формулы для вычисления интегралов, конечные разности для нахождения производных компонент деформаций ползучести и пластических деформаций в схемах (2.10) и (2.28).

По достижении расчетного времени ползучести $t = t^*$ происходит «мгновенная» температурно-силовая разгрузка ($t = t^* + 0$) с температуры $T = T_1$ ($E = E_1$) до первоначальной $T = T_0$ ($E = E_0$).

В качестве примера проиллюстрируем расчет релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных стержнях системы из сплава Д16Т при условиях температурно-силового нагружения, аналогичных использованным при исследовании неупрочненных элементов в предыдущем разделе — $T_1 = 125^\circ\text{C}$, $P = 180$ кН), и проанализируем результаты.

В момент времени $t = 0 + 0$ происходит «мгновенная» температурно-силовая нагрузка. При этом происходит ряд изменений в НДС стержневой системы: во-первых, остаточные напряжения, возникшие после ППД, при изменении температуры с $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_1 = 125^\circ\text{C}$ перераспределяются и умножаются на коэффициент E_1/E_0 . Во-вторых, вследствие возникших от температурной деформации и от приложенной нагрузки реакций дополнительно перераспределяются «рабочие» осевые напряжения $\sigma_s(0)$ ($s = 1, 2, 3$) в каждом из трех стержней. На фоне этого для осевой компоненты тензора напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ ($0 \leq r \leq R$) в каждом из стержней наблюдается скачок на величину напряжений $\sigma_s(0)$ ($s = 1, 2, 3$) (см. рис. 2.7). Здесь остаточные напряжения $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ после ППД микрошариками (момент времени $t = 0 - 0$) при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ отоб-

ражены эпюрой 1, эпюры 2, 3 и 4 соответствуют распределению напряжений в приповерхностном упрочненном слое после «мгновенной» температурно-силовой нагрузки с $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_1 = 125^\circ\text{C}$ (момент времени $t = 0 + 0$) в первом, втором и третьем стержнях системы соответственно. Наиболее нагруженным является третий (центральный) стержень системы.

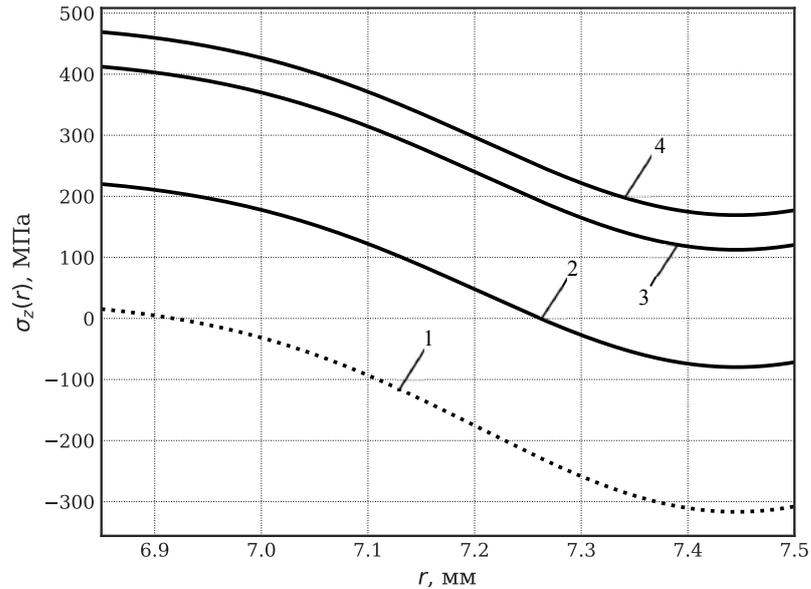


Рис. 2.7. Распределение осевых остаточных напряжений $\sigma_z(r, t)$ в поверхностно упрочненных стержнях системы (сплав Д16Т): 1 — после процедуры упрочнения ($t = 0 - 0$); 2, 3, 4 — после мгновенной температурно-силовой нагрузки ($t = 0 + 0$) от $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_1 = 125^\circ\text{C}$ и силе $P = 180$ кН в первом, втором и третьем стержнях соответственно

Полученное напряженно-деформированное состояние на момент времени $t = 0 + 0$ представляет собой начальные данные для решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений на фоне ползучести в элементах стержневой системы при постоянной температурно-силовой нагрузке.

На основании расчета системы с неупрочненными элементами ранее получено, что уже на момент времени $t > 100$ ч наблюдается установившаяся ползучесть, и растягивающие напряжения в стержнях имеют асимптотическое поведение, поэтому расчет релаксации остаточных напряжений при ползучести целесообразно ограничить расчетным временем $t = 100$ ч.

Рассмотрим результаты расчетов кинетики ОН в стержнях системы за полный цикл «нагрузка – ползучесть – разгрузка». На рис. 2.8 представлены расчетные эпюры радиальной $\sigma_r(r, t)$, окружной $\sigma_\theta(r, t)$ и осевой $\sigma_z(r, t)$ компонент тензора остаточных напряжений в каждом из стержней рассматриваемой системы с течением времени. Точками показано напряженно-деформированное состояние, сформированное после ППД при комнатной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (линия 1). Для осевой компоненты $\sigma_z(r, t)$ после «мгновенного» температурно-силового нагружения ($t = 0 + 0$) наблюдается «упругий скачок» на величину растягивающих напряжений системы σ_s^0 (линия 2). Изменение напряжений в процессе релаксации в различные временные срезы $t = \{0.1; 1; 100\}$ ч для всех компонент ОН показано на рис. 2.8 линиями 3–5 соответственно. «Мгновенная» температурно-силовая разгрузка — линии 6. Из графиков видно, что во времени релаксация ОН протекает в стержнях с различной скоростью, причем в наиболее нагруженном третьем (центральном) стержне релаксация на начальных этапах (особенно в течение первого часа) протекает быстрее, чем в менее нагруженных. С течением времени, очевидно, релаксация замедляется, так как при уменьшении величины напряжений в поверхностном слое происходит уменьшение и скорости деформации ползучести (по модулю) согласно реологической модели для сложного напряженного состояния. Таким образом, ползучесть конструкции и релаксация остаточных напряжений — сопутствующие и взаимосвязанные процессы.

Кроме того, поведение растягивающих напряжений $\sigma_s(t)$ в стержнях конструкции при сложном напряженном состоянии (рис. 2.9) согласуется с картиной релаксации при одноосном напряженном состоянии без упрочнения образцов (рис. 2.4, *a*), а радиальная, окружная и осевая компоненты тензора остаточных напряжений при $t \rightarrow \infty$ стремятся к асимптотическим значениям. Это также свидетельствует о частичной адекватности разработанной численной расчетной методики релаксации остаточных напряжений.

Несмотря на идентичное начальное напряженное состояние после ППД, по-

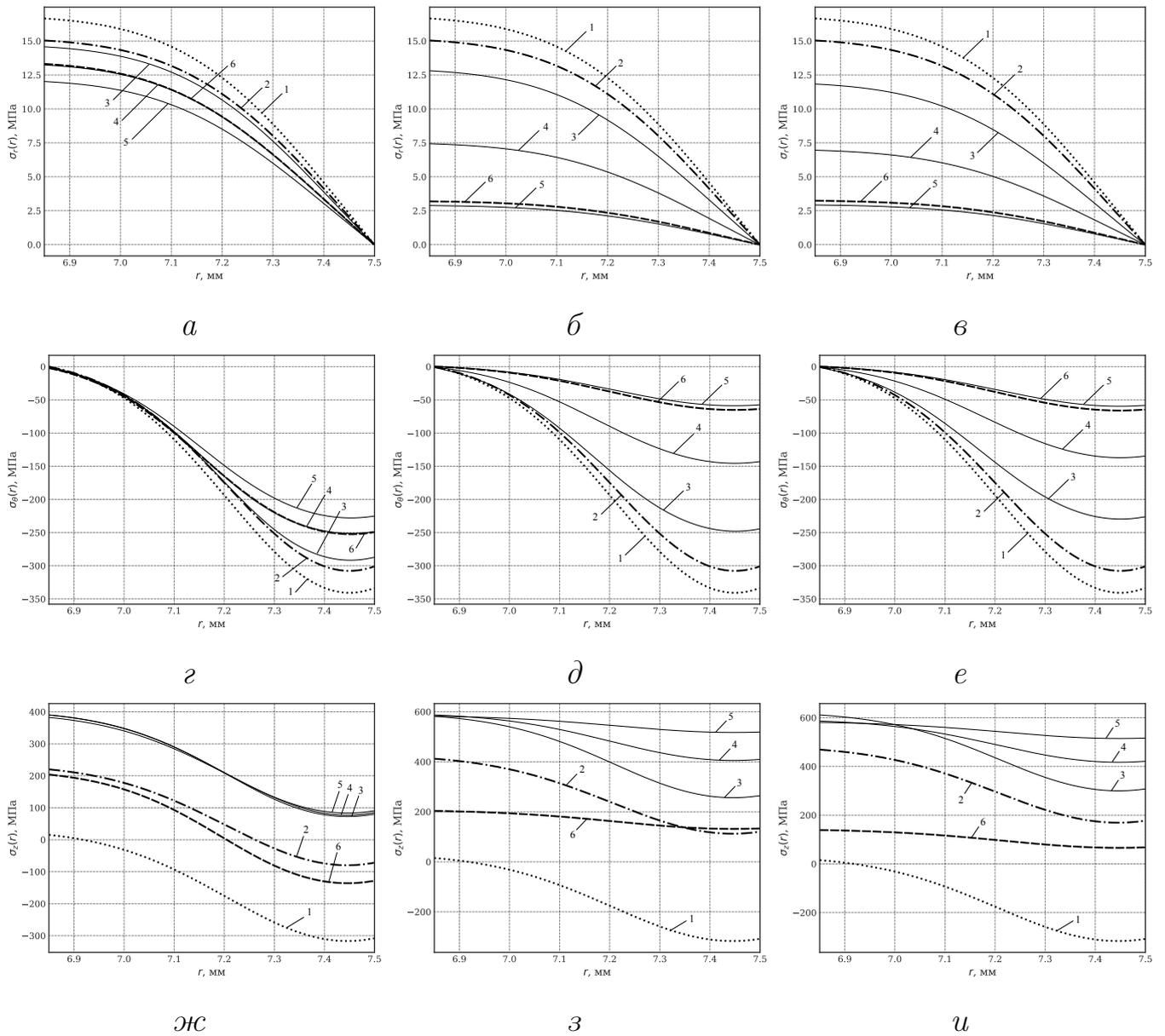


Рис. 2.8. Расчетные эпюры радиальной $\sigma_r(r, t)$ (а, б, в), окружной $\sigma_\theta(r, t)$ (г, д, е) и осевой $\sigma_z(r, t)$ (ж, з, и) компонент тензора остаточных напряжений в приповерхностном упрочненном слое в первом (а, г, ж), втором (б, д, з) и третьем (в, е, и) стержнях системы из сплава Д16Т в различные моменты времени: 1 – $t = 0 - 0$ после процедуры ППД при $T_0 = 20^\circ\text{C}$; 2 – $t = 0 + 0$ температурно-силовая нагрузка при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ и силе $P = 180$ кН; 3–5 – в процессе ползучести стержневой системы за время $t = \{0.1; 1; 100\}$ ч соответственно; 6 – «мгновенная» температурно-силовая разгрузка

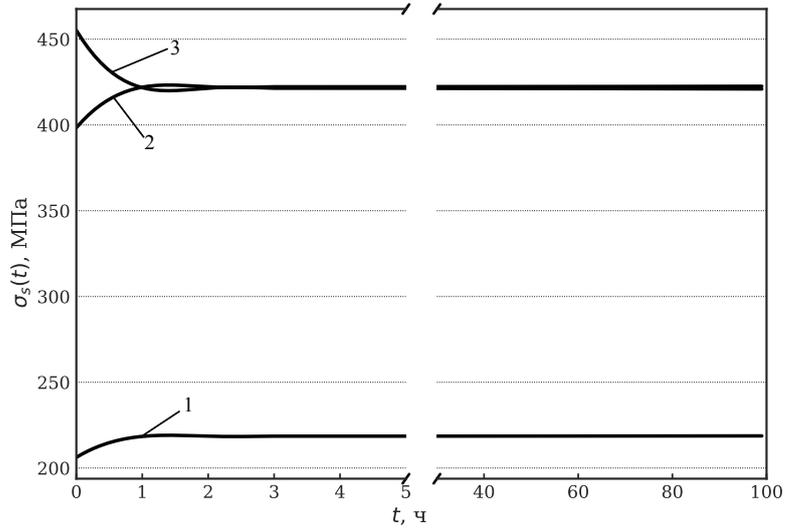


Рис. 2.9. Графики изменения растягивающих напряжений σ_s ($s = 1, 2, 3$) в боковых (1, 2) и центральном (3) поверхностно упрочненных стержнях из сплава Д16Т при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ в процессе ползучести системы (сложное напряженное состояние) при температурно-силовой нагрузке ($P = 180$ кН) за время $t = 100$ ч

следующая релаксация окружного напряжения протекает в поверхностно упрочненных элементах с разной интенсивностью (см. рис. 2.8 (z, d, e)).

Что касается осевой компоненты $\sigma_z(r, t)$ остаточных напряжений, то ее кинетика в целом в стержнях системы значительно отличается от кинетики компонент $\sigma_r(r, t)$ и $\sigma_\theta(r, t)$ (см. рис. 2.8 ($ж, з, u$)). В боковых стержнях (первый и второй) наблюдается «классическая» монотонная релаксация напряжений, однако в центральном (третьем) релаксация ОН, например, на поверхности ($r = R$) протекает немонотонно: сначала идет увеличение по модулю значений $\sigma_z(R, t)$ вблизи поверхности, а затем уменьшение (по модулю) напряжений в поверхностном слое, то есть наблюдается эффект «обратной» релаксации.

Из анализа результатов также видно, что остаточные напряжения в упрочненных элементах системы после снятия нагрузки, несмотря на большое время расчета, сохраняют значительную величину (штриховые линии б на рис. 2.8), что позволяет сделать заключение об эффективности методов поверхностного упрочнения в условиях высокотемпературного нагружения, по крайней мере в данном конкретном примере.

2.4. Статически неопределимая стержневая система с одной степенью свободы

2.4.1. Постановка задачи

В качестве примера рассмотрим еще одну трехэлементную, но геометрически симметричную стержневую систему (рис. 2.10), где длины крайних стержней равны $l_1 = l_2$, длина среднего — l_3 , углы наклона крайних стержней по отношению к вертикальной оси системы составляют α . Данная система является частным случаем плоской статически неопределимой системы (см. рис. 2.1) (при $l_1 = l_2$ и $\alpha = \beta$), решение которой подробно разобрано в разделе 2.3.

Также, как и в предыдущей задаче, стержни моделируются в виде сплошных цилиндрических образцов из одного материала с одинаковым круглым поперечным сечением площадью $F = \pi R^2$, а сама система находится под действием температурно-силового нагружения.

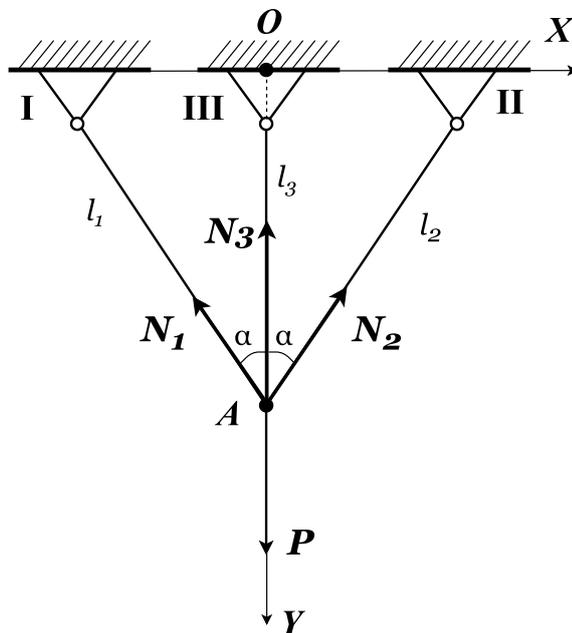


Рис. 2.10. Схема статически неопределимой стержневой системы с симметричным расположением элементов

Статически неопределимая система (рис. 2.10) в качестве модельной рассматривалась в теории во многих работах, например в [78, 80], в которых приве-

дена система уравнений для определения напряжений σ_3 , $\sigma_1 = \sigma_2$ и деформаций ε_3 , $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ в стержнях, имеющая вид

$$\begin{cases} 2\sigma_1 \cos \alpha + \sigma_3 = P_*, \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_3 \cos^2 \alpha, \end{cases} \quad (2.63)$$

где $P_* = P/F$, F — площадь поперечного сечения стержневой системы.

Таким образом, напряжения в элементах статически неопределимой геометрически симметричной системы находятся из решения системы (2.63) и могут быть использованы для оценки перераспределения нагрузки в системе и решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений при ползучести в условиях температурно-силовой нагрузки.

2.4.2. Расчет кинетики напряжений в неупрочненных элементах системы в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении

Как и для несимметричной конструкции, сначала рассмотрим решение задачи ползучести с неупрочненными стержневыми элементами в режиме температурно-силового нагружения на основе системы уравнений (2.63).

Методика решения задачи практически дублирует методику для несимметричной статически неопределимой системы, описанной в пункте 2.3.2, за исключением системы уравнений для определения кинетики напряжений непосредственно в стержневых элементах всей конструкции. Учитывая, что при температурно-силовой нагрузке полная деформация будет состоять из суммы упругой, температурной и деформации ползучести, с использованием закона Гука, система (2.63) запишется следующим образом:

$$\begin{cases} 2\sigma_1(t) \cos \alpha + \sigma_3(t) = P_*, \\ \frac{\sigma_1(t)}{E} + p_1(t) + \varepsilon^T = \left[\frac{\sigma_3(t)}{E} + p_3(t) + \varepsilon^T \right] \cos^2 \alpha, \end{cases} \quad (2.64)$$

где $\varepsilon^T = \alpha^T \Delta T$ (α^T — коэффициент линейного теплового расширения).

После преобразований из (2.64) получим формулы для вычисления напряжений $\sigma_s(t)$ в каждой из стержней системы:

$$\sigma_1(t) = \frac{P_* - \sigma_3(t)}{2 \cos \alpha}, \quad (2.65)$$

$$\sigma_3(t) = \frac{2E \cos \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \left[\varepsilon^T \sin^2 \alpha + p_1(t) - p_3(t) \cos^2 \alpha + \frac{P_*}{2E \cos \alpha} \right]. \quad (2.66)$$

Таким образом, схема решения (2.64) имеет вид:

$$t, \alpha^T, \Delta T, P_*, E, \alpha, p_1(t), p_3(t) \xrightarrow{(2.66)} \sigma_3(t) \xrightarrow{(2.65)} \sigma_1(t), \sigma_2(t). \quad (2.67)$$

Схема (2.67) остается справедливой также и для определения упругого решения при «мгновенном» температурно-силовом нагружении при температуре $T = T_1$ (модуль Юнга $E = E_1$) и $P_* > 0$, $\varepsilon^T > 0$ в момент времени $t = 0 + 0$.

Для конкретных расчетов деформаций ползучести $p_s(t)$ ($t > 0$) будем использовать реологическую модель (2.44)–(2.46) и численную методику «шаги по времени» (см. соотношения (2.47)–(2.51)). По окончании процесса ползучести, также как и в примере с несимметричной системой, выполним «мгновенную» температурно-силовую разгрузку с рабочей температуры T_1 до первоначальной температуры T_0 .

В качестве промежуточного результата выполнено сравнение напряжений, полученных численным методом «шагов по времени», с асимптотическими напряжениями $\sigma_s^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$) для тех же режимов температурно-силового нагружения и материала элементов стержневой системы Д16Т, что и в пунктах 2.3.3 и 2.3.4. Система уравнений для асимптотических значений напряжений при $t \rightarrow \infty$ имеет вид

$$\begin{cases} 2\sigma_1^* \cos \alpha + \sigma_3^* = P_*, \\ |\sigma_1^*|^{m-1} \sigma_1^* = |\sigma_3^*|^{m-1} \sigma_3^* \cos^2 \alpha. \end{cases} \quad (2.68)$$

Решение этой системы следующее:

$$\sigma_1(t) = \frac{P_* - \sigma_3^*}{2 \cos \alpha}, \quad (2.69)$$

$$\left| \frac{P_* - \sigma_3^*}{2 \cos \alpha} \right|^{m-1} \left(\frac{P_* - \sigma_3^*}{2 \cos \alpha} \right) - |\sigma_3^*|^{m-1} \sigma_3^* \cos^2 \alpha = 0. \quad (2.70)$$

В качестве модельного примера рассмотрим статически неопределимую трехэлементную стержневую систему с симметричным расположением элементов (рис. 2.10) из сплава Д16Т с параметрами: длины стержней $l_1 = l_2 = l_3 / \cos \alpha$, $l_3 = 1000$ мм, углы между боковыми стержнями с центральными стержнями равны $\alpha = 30^\circ$, радиус цилиндрического стержневого элемента $R = 7.5$ мм. Изначально система находится в состоянии покоя ($P = 0$) при комнатной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$, модуль Юнга $E_0 = 0.72 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0.3$, коэффициент линейного теплового расширения материала $\alpha^T = 22.9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Параметры модели ползучести (2.44)–(2.46) приведены в пункте 2.3.3.

Как и в примере несимметричной системы (см. пункт 2.3.3, считаем, что рассматриваемая система находится в состоянии температурно-силовой нагрузки при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ (соответствующий модуль Юнга $E_1 = 0.65 \cdot 10^5$ МПа) под действием растягивающей силы $P = 180$ кН.

Результаты расчетов предельных (асимптотических) напряжений в стержнях при $t \rightarrow \infty$, полученных по численному методу «шагов по времени» и из системы (2.68), приведены в таблице 2.2, из которой следует хорошее соответствие результатов по обоим подходам, что косвенно свидетельствует об адекватности численного метода решения задачи ползучести.

Таблица 2.2. Предельные (асимптотические) и расчетные (методом «шагов по времени») значения напряжений в боковом σ_1 и центральном σ_3 стержнях статически неопределимой системы (рис. 2.10) при одноосном напряженном состоянии, расчетное время $t = 500$ ч

	σ_1 , МПа	σ_3 , МПа
Расчетные значения, $\sigma_s(t^*)$	367.581	381.923
Предельные значения, σ_s^*	369.178	379.156
Относительная погрешность, δ , %	0.433	0.730

2.4.3. Расчет кинетики остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимой симметричной стержневой системы в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении

Что касается сложного напряженного состояния, то есть случая, когда элементы стержневой системы были предварительно поверхностно упрочнены технологиями ППД, то расчетная методика для несимметричной и симметричной систем не претерпевает существенных изменений. Единственное различие состоит в схеме расчета растягивающих напряжений $\sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$) ввиду геометрических особенностей рассматриваемой системы. Поэтому в настоящем разделе лишь приведем основные результаты, иллюстрирующие кинетику остаточных напряжений в стержнях статически неопределимой системы с одной степенью неопределенности.

Имея теперь напряженно-деформированное состояние в элементах после нагружения, реологическую модель (2.59)–(2.62), решение системы (2.67), по схеме (2.28) реализуем расчетную методику релаксации ОН в сплошных цилиндрических стержнях конструкции в условиях ползучести за расчетное время $t = 100$ ч. Характерные эпюры ОН в процессе релаксации за полный цикл «нагрузка – ползучесть – разгрузка» в боковом и центральном стержнях рассматриваемой системы проиллюстрированы на рис. 2.11. Поскольку напряжения в боковых стержнях равны, то эпюры для σ_{l2} ($l = r, \theta, z$) не приводятся.

Сравнивая эпюры остаточных напряжений в боковом и центральном стержнях системы заметим, что величина растягивающей нагрузки существенно влияет на процесс релаксации компонент $\sigma_{rs}(r, t)$, $\sigma_{\theta s}(r, t)$ и $\sigma_{zs}(r, t)$. С течением времени процесс релаксации в стержнях протекает со схожей интенсивностью, однако при «мгновенной» температурно-силовой разгрузке распределение осевой компоненты $\sigma_z(r, t)$ тензора остаточных напряжений в стержнях системы значительно отличается. При снятии силовой и температурной нагрузок наблю-

дается «скачок» напряжений на величину «рабочих» напряжений, которые распределились в элементах к окончанию расчета ползучести с учетом изменения температурных деформаций.

На рис. 2.12 приведены зависимости для растягивающих напряжений в боковом и центральном поверхностно упрочненных стержнях. В этом случае также наблюдается сходимость напряжений, полученных численным методом, к асимптотическим значениям (см. табл. 2.2). Этот факт также является показателем того, что разработанная численная методика решения поставленной задачи является адекватной и без существенных проблем обобщается на плоские статически неопределимые стержневые системы с различной геометрией и степенью статической неопределенности.

Отметим, что для решения рассмотренных задач требуется большой объем вычислений. Поэтому необходима разработка соответствующего не имеющего аналогов программного обеспечения, которое способно не только автоматизировать расчеты, но и оптимально и эффективно использовать вычислительные ресурсы. Все методики, рассмотренные в рамках настоящей главы, автоматизированы и численно реализованы в виде специальных расчетных модулей, позволяющих произвести полный цикл расчета кинетики остаточных напряжений «упрочнение – нагрузка – ползучесть – разгрузка» в элементах стержневых систем с различной степенью статической неопределенности (геометрически симметричная и несимметричная плоские стержневые системы). Описание численных методик расчета и программного комплекса будет представлено далее, в главе 4.

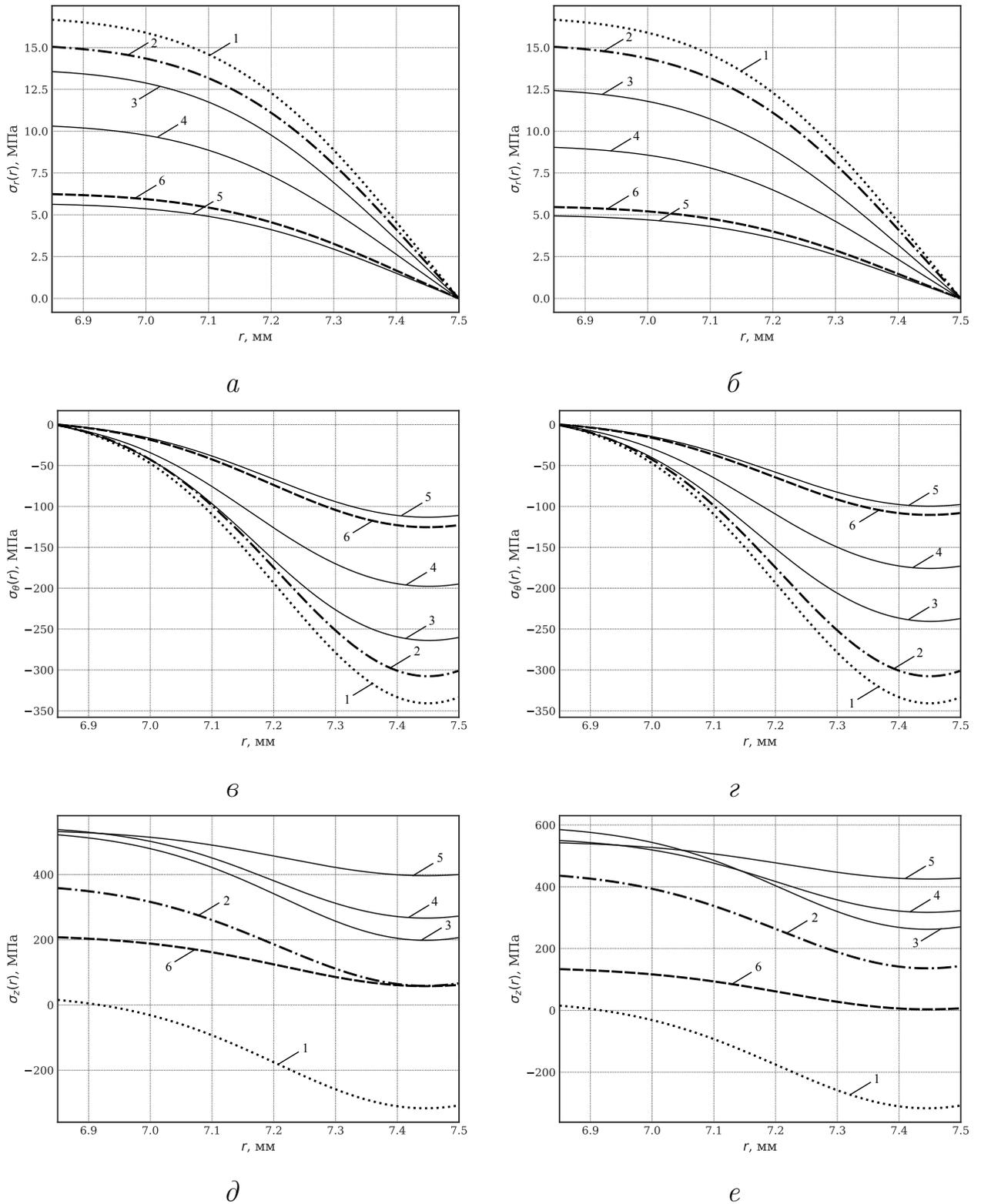


Рис. 2.11. Расчетные эпюры радиальной $\sigma_r(r, t)$ (а, б), окружной $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г) и осевой $\sigma_z(r, t)$ (д, е) компонент тензора остаточных напряжений в приповерхностном упрочненном слое в первом (а, в, д) и третьем (б, г, е) стержнях системы из сплава Д16Т в различные моменты времени: 1 – $t = 0 - 0$ после процедуры ППД при $T_0 = 20^\circ\text{C}$; 2 – $t = 0 + 0$ температурно-силовая нагрузка при $T_1 = 125^\circ\text{C}$ и силе $P = 180$ кН; 3–5 – в процессе ползучести стержневой системы за время $t = \{0.1; 1; 100\}$ ч соответственно; 6 – «мгновенная» температурно-силовая разгрузка

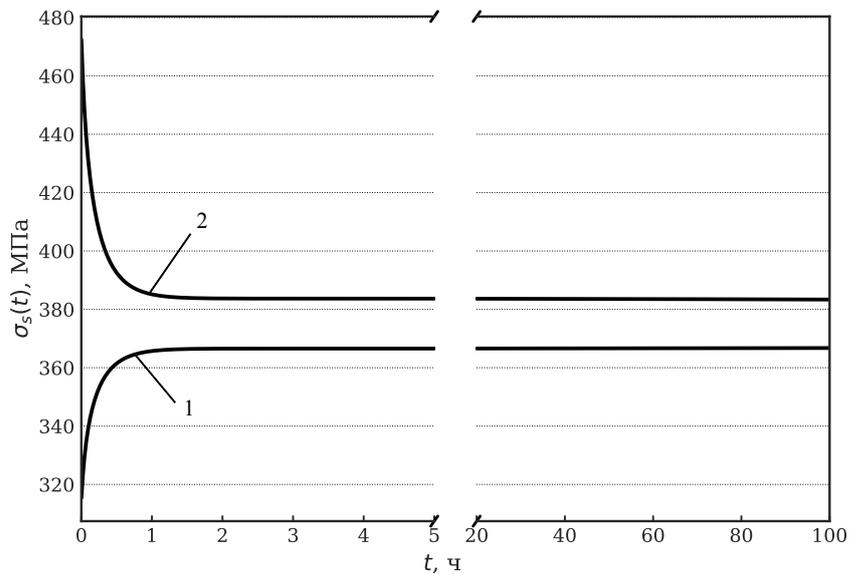


Рис. 2.12. Графики изменения растягивающих напряжений в поверхностно упрочненных боковом $\sigma_1(t)$ (1) и центральном $\sigma_2(t)$ (2) стержнях из сплава Д16Т при температуре $T_1 = 125^\circ\text{C}$ в процессе ползучести системы (сложное напряженное состояние) при температурно-силовой нагрузке ($P = 180$ кН) за время $t = 100$ ч

2.5. Выводы по главе 2

1. Разработана математическая модель и алгоритм численного расчета решения краевой задачи ползучести и релаксации остаточных напряжений в упрочненных стержневых элементах статически неопределимой системы.
2. Исследовано напряженно-деформированное состояние в упрочненных элементах статически неопределимых систем с одной и двумя степенями свободы (геометрически симметричная и несимметричная системы) под действием температурно-силового нагружения на модельном примере плоской трехэлементной стержневой системы из сплава Д16Т при «рабочей» температуре $T = 125^\circ\text{C}$ и растягивающей нагрузке величиной 180 кН. В результате реализации расчетной методики получены зависимости кинетики остаточных напряжений во время ползучести с учетом температурно-силовых нагрузок в каждом из элементов стержневой системы и выполнен сравнительный анализ скоростей релаксации в зависимости от

степени нагружения элемента конструкции.

3. Выполнена частичная проверка адекватности разработанной математической модели для стержневых систем с упрочненными и неупрочненными элементами в условиях ползучести с учетом температурной и силовой нагрузок. Для апостериорной оценки сходимости и устойчивости численного метода произведено сравнение расчетных (численных) и предельных (асимптотических) значений характеристик напряженно-деформированного состояния, соответствующих стадии установившейся ползучести, которые получены аналитически. Получено хорошее соответствие расчетных (на больших временных интервалах $t = 500$ ч) и предельных асимптотических значений (при $t \rightarrow \infty$).
4. В результате экспериментальных расчетов обнаружены следующие эффекты: происходит ступенчатое изменение величины и характера распределения остаточных напряжений только за счет «мгновенного» температурного прогрева элементов стержневой конструкции вследствие зависимости модуля Юнга от температуры; релаксация остаточных напряжений зависит от величины приложенной растягивающей нагрузки, и в более нагруженных стержневых элементах системы протекает с большей интенсивностью по сравнению с менее нагруженными стержнями.

Полученные результаты и разработанные модели позволяют научно-обоснованно оценивать эксплуатационный ресурс упрочненных стержневых конструкций на фоне ползучести в зависимости от величины и характера распределения остаточных напряжений.

Глава 3

Релаксация остаточных напряжений в упрочненных сплошных и полых цилиндрах в условиях ползучести при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения

Материал настоящей главы излагается в соответствии с публикациями автора диссертации [23—25, 32, 85, 154].

3.1. Постановка задачи

Металлические конструкции и их составляющие подвергаются серьезным нагрузкам при эксплуатации в условиях высоких температур, поэтому обеспечение высокой прочности и надежности — одна из актуальных задач с точки зрения практики. В главе 1 было отмечено, что наведение в тонком приповерхностном слое сжимающих остаточных напряжений (ОН) методами поверхностного пластического деформирования (ППД) положительно сказывается на релаксации ОН при реологическом поведении (ползучести) материала изделия [69, 119, 151, 167]. На текущий момент методы решения краевых задач применительно к различным упрочненным конструкциям и их элементам активно развиваются. Так, разработаны методы анализа кинетики напряжений в условиях ползучести в упрочненных призматических образцах [83], цилиндрах [96, 104—106], стержневых системах [84] и других. Однако, несмотря на довольно большое количество исследований в области реологического деформирования упрочненных конструкций, анализ влияния режимов нагружения и жестких кинематических ограничений на поведение материала изделия в полной мере детально не рас-

смаатривался. Поэтому цель настоящей главы состоит не только в разработке методики расчета ОН на фоне ползучести при жестких (зафиксированных) кинематических ограничениях [32], основанной на методике [104], но и в обобщении метода на различные «рабочие» температуры эксплуатации, вариации режимов сложного нагружения, ограничения на угловые и осевые деформации, и, как следствие, параметрический анализ влияния приложенных внешних нагрузок на общий процесс релаксации остаточных напряжений в упрочненных цилиндрических образцах разной конфигурации.

Изложим постановку задачи в общем виде.

Рассматривается цилиндрический образец, в поверхностном слое которого методами поверхностного пластического деформирования наведены поля остаточных напряжений и пластических деформаций. Полагаем, что данный образец находится при высокой температуре эксплуатации и фиксированных ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения. В процессе эксплуатации при таких условиях происходит ползучесть материала изделия, инициирующая процесс релаксации (уменьшение по модулю) остаточных напряжений. Соответственно, отсюда возникает актуальная в инженерной практике задача оценки кинетики напряженно-деформированного состояния (НДС) детали на фоне ползучести ее материала при сложных режимах нагружения и жестких кинематических ограничениях. Решение этой проблемы, а также детальное исследование влияния кинематических ограничений и режимов сложного нагружения (чистая термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) на релаксацию остаточных напряжений в сплошных и полых упрочненных цилиндрических образцах и является целью настоящей главы.

Решение поставленной задачи включает в себя следующие этапы:

- 1) восстановление полей остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД), возникших вследствие упрочнения цилиндрического образца при нормальной («комнатной») температуре $T = T_0$ после ППД,

по частично известным экспериментальным данным об одной или двух (зависит от использованной технологии упрочнения) компонентах тензора остаточных напряжений [61, 94, 96, 98];

- 2) расчет полей остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце после «мгновенной» температурно-силовой нагрузки до «рабочей» температуры эксплуатации $T = T_1$ ($T_1 > T_0$) с учетом приложенных нагрузок (осевая растягивающая сила F_0 , крутящий момент M_0 , внутреннее давление q (для полых цилиндров)) при заданном режиме нагружения;
- 3) введение жестких кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения, возникших вследствие нагружения;
- 4) решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений и приложенных усилий $F = F(t)$ ($F(0) = F_0$) и $M = M(t)$ ($M(0) = M_0$) на фоне ползучести материала изделия при комбинированном нагружении при температуре $T = T_1$.

Таким образом, описанные выше этапы позволяют смоделировать целостную картину кинетики ОН в упрочненном цилиндрическом образце, и, соответственно, провести подробное исследование влияния различных режимов нагружения и ограничений на релаксацию ОН в условиях ползучести.

3.2. Реконструкция напряженно-деформированного состояния в цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования

На первом этапе решения поставленной задачи требуется решить обратную краевую задачу восстановления напряженно-деформированного состояния

в упрочненном цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования.

Отметим, что задача восстановления НДС цилиндрических образцов после упрочнения подробно рассмотрена в главе 1, но для полноты восприятия материала данного раздела кратко приведем основные положения и окончательную расчетную схему обобщенной методики реконструкции НДС в цилиндрическом образце (для сплошных и полых цилиндров) [94, 98], основанной на известном феноменологическом подходе [96, 97].

Для решения задачи используется стандартная цилиндрическая система координат (r, θ, z) , где σ_r^{res} , $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и σ_z^{res} — соответствующие обозначения для радиальной, окружной и осевой компонент тензора остаточных напряжений, а q_r , q_θ и q_z — соответственно компоненты тензора пластических деформаций после процедуры ППД. В работе [100] экспериментально установлено, что величины недиагональных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций малы по сравнению с диагональными, поэтому в методике [98] они не подлежат рассмотрению.

В основе методики лежит предположение о том, что известна экспериментальная эпюра окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ тензора остаточных напряжений, поэтому все соотношения для определения наведенных ОН и ПД выражаются через $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ с использованием уравнений равновесия, совместности деформаций, закона Гука и условия пластической несжимаемости материала изделия. Полагая, что в области сжатия поверхностного слоя не возникают вторичные пластические деформации, расчетные соотношения для цилиндрического образца с радиусами R_1 и R_2 ($R_1 \leq r \leq R_2$) состоят из следующих зависимостей [98]:

$$\sigma_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi; \quad (3.1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E_0(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} \left[\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) \right] d\xi - \frac{1+\mu}{E_0(1+\alpha\mu)} \left[(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r) \right], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}; \quad (3.2)$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r); \quad (3.3)$$

$$q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r); \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \xi \left\{ q_z(\xi) - \frac{\mu}{E_0} \left[\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) \right] \right\} d\xi; \quad (3.5)$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E_0 \left[\varepsilon_z^0 - q_z(r) \right] + \mu \left[\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r) \right], \quad (3.6)$$

где E_0 — модуль Юнга при температуре упрочнения T_0 ; μ — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения; R_1 и R_2 — внутренний и внешний радиус цилиндрического образца (для сплошного цилиндра $r \in [0, R_2]$ справедливо положить $R_1 = 0$, $R_2 = R$ (R — величина радиуса цилиндра)).

Таким образом, в соответствии с (3.1)–(3.6), расчетная схема реконструкции полей ОН и ПД в цилиндрическом образце после поверхностного упрочнения принимает вид:

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r), \alpha \xrightarrow{(3.1)} \sigma_r^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(3.2)} q_\theta(r) \xrightarrow{(3.3)} q_z(r) \xrightarrow{(3.4)} q_r(r) \xrightarrow{(3.5)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(3.6)} \sigma_z^{\text{res}}(r). \quad (3.7)$$

Полученные по схеме (3.7) поля остаточных напряжений и пластических деформаций являются начальными данными для решения краевой задачи релаксации ОН в условиях ползучести.

Как было замечено ранее, реализация схемы (3.7) требует наличия известной эпюры окружной компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$, построенной с использованием экспериментальных данных, а также параметра анизотропии упрочнения α . Зависимость $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ экспериментально возможно определить только в области сжатия (тонком упрочненном слое 100–200 мкм) [103], поэтому для реализации схемы (3.7) нужно ее экстраполировать на всю

область определения $r \in [R_1, R_2]$. Виды аппроксимационных соотношений для $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ приведены в главе 1 (см. формулы (1.8)–(1.10)).

Таким образом, напряженно-деформированное состояние в общем случае в упрочненном цилиндрическом элементе в момент времени $t = 0 - 0$ (непосредственно после процедуры ППД) определяется тензором остаточных напряжений

$$\sigma_{ij}^{\text{res}}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \sigma_z^{\text{res}}(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^{\text{res}}(r) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r^{\text{res}}(r) \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

компоненты которого определяются согласно (3.7), и тензором полных деформаций

$$\varepsilon_{ij}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_z(r, 0 - 0) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta(r, 0 - 0) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r(r, 0 - 0) \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(r, 0 - 0) &= [\sigma_z^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_r^{\text{res}}(r))] / E_0 + q_z(r); \\ \varepsilon_\theta(r, 0 - 0) &= [\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))] / E_0 + q_\theta(r); \\ \varepsilon_r(r, 0 - 0) &= [\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))] / E_0 + q_r(r). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Здесь E_0 — модуль Юнга при температуре упрочнения T_0 , μ — коэффициент Пуассона.

Тензоры (3.8) и (3.9) формируют начальное напряженное состояние в цилиндрическом образце после процедуры поверхностного упрочнения.

3.3. Определение характеристик напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндре при температурно-силовом нагружении

Рассмотрим схему температурно-силового нагружения упрочненного цилиндра. Отметим, что сплошной цилиндр является частным случаем полого при $R_1 = 0$, $R_2 = R$, в нем также отсутствует напряженное состояние, обусловленное внутренним давлением ($q = 0$). Поэтому с целью обобщенного изложения здесь и далее в качестве рассматриваемого образца будем использовать полый поверхностно упрочненный цилиндр.

В момент времени $t = 0+0$ сначала осуществляется «мгновенный» прогрев образца с «комнатной» температуры упрочнения T_0 до «рабочей» температуры эксплуатации T_1 ($T_0 < T_1$), при которых модуль Юнга соответственно равен E_0 и E_1 ($E_1 < E_0$). Полагаем, что дополнительные пластические деформации при прогреве образца не возникают, а значит, деформации $q_\theta = q_\theta(r)$ не зависят от температуры. Следовательно, выражение (3.2) будет также справедливым, если эпюры распределения остаточных напряжений, сформированные после упрочнения, умножить на коэффициент E_1/E_0 :

$$q_\theta(r) = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E_1(1 + \alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} \frac{E_1}{E_0} \left[\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1 + \alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) \right] d\xi - \frac{1 + \mu}{E_1(1 + \alpha\mu)} \frac{E_1}{E_0} \left[(1 - \mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r) \right], \quad \nu = \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha\mu}. \quad (3.11)$$

Отметим важный момент: ввиду предположения о «мгновенном» прогреве образца с первоначальной температуры T_0 до температуры эксплуатации T_1 , температурные деформации в настоящей методике не учитываются, так как однородное температурное поле способствует только объемному изменению геометрии рассматриваемого образца и не оказывает влияния на его напряженно-

деформированное состояние [104], если не наложены кинематические ограничения.

Затем происходит силовое нагружение — упрочненный цилиндрический образец подвергается действию осевой силы $F = F(0) = F_0$, крутящего момента $M = M(0) = M_0$ и внутреннего давления q . Полагаем, что при повторной нагрузке материал изделия находится в упругой области. За счет внешних нагрузок наблюдается ступенчатое изменение компонент тензора напряжений на величину возникающих «рабочих» напряжений, которые соответствуют упругому решению краевой задачи:

$$\sigma_{ij}(r, 0+0) = \begin{pmatrix} \sigma_z(r, 0+0) & \tau(r, 0+0) & 0 \\ \tau(r, 0+0) & \sigma_\theta(r, 0+0) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r(r, 0+0) \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_z(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(r) + \frac{F_0}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \\ \sigma_\theta(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\ \sigma_r(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_r^{\text{res}}(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\ \tau(r, 0+0) &= \frac{M_0}{J} r, \quad J = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Аналогичные изменения наблюдаются и в компонентах тензора полных деформаций:

$$\varepsilon_{ij}(r, 0+0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_z(r, 0+0) & \frac{1}{2}\gamma(r, 0+0) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma(r, 0+0) & \varepsilon_\theta(r, 0+0) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r(r, 0+0) \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned}\varepsilon_z(r, 0+0) &= [\sigma_z(r, 0+0) - \mu(\sigma_\theta(r, 0+0) + \sigma_r(r, 0+0))] / E_1 + q_z(r); \\ \varepsilon_\theta(r, 0+0) &= [\sigma_\theta(r, 0+0) - \mu(\sigma_r(r, 0+0) + \sigma_z(r, 0+0))] / E_1 + q_\theta(r); \\ \varepsilon_r(r, 0+0) &= [\sigma_r(r, 0+0) - \mu(\sigma_\theta(r, 0+0) + \sigma_z(r, 0+0))] / E_1 + q_r(r); \\ \gamma(r, 0+0) &= \frac{\tau(r, 0+0)}{G_1}, \quad G_1 = \frac{E_1}{2(1+\mu)}.\end{aligned}\quad (3.15)$$

Здесь и далее обозначаем: $\gamma(r, t) = 2\varepsilon_{\theta z}(r, t)$ — деформация сдвига; G_1 — модуль сдвига материала при температуре эксплуатации $T = T_1$; $\tau(r, t) = \sigma_{\theta z}(r, t)$ — касательное напряжение; J — момент инерции сечения относительно оси цилиндрического образца.

Тензоры напряжений (3.12) и деформаций (3.14) задают начальное напряженно-деформированное состояние после упрочнения и температурно-силового нагружения в момент времени $t = 0 + 0$ и представляют собой исходные данные для решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений на фоне ползучести под действием растягивающей осевой силы, крутящего момента и внутреннего давления и заданных кинематических ограничениях.

3.4. Методика решения краевой задачи ползучести поверхностно упрочненного цилиндра, нагруженного осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением, при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения

Данный параграф посвящен разработке и реализации новой методики для решения класса задач с жесткими кинематическими ограничениями. Отметим, что предлагаемая методика основана на подходе, использованном в работе [104], где реализовано решение краевой задачи релаксации ОН в сплошном упрочнен-

ном цилиндре при действии постоянной растягивающей нагрузки и крутящего момента. Но на практике часто возникают задачи для более комплексных режимов нагружения, когда осевые и угловые деформации, полученные упрочненными стержнями в начальный момент, впоследствии жестко фиксируются. Бандажированные рабочие лопатки компрессора или турбины авиационного двигателя являются типичными техническими примерами такого режима эксплуатации. Задачи подобного рода с фиксированными кинематическими ограничениями прежде не решались, поэтому ниже подробно рассмотрим постановку краевой задачи такого типа и ее решение, модифицированные на случай ползучести поверхностно упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцов под действием осевой силы, крутящего момента и внутреннего давления при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные деформации [32, 154].

Процесс релаксации остаточных напряжений, осевой силы $F = F(t)$ и крутящего момента $M = M(t)$ при ползучести поверхностно упрочненного цилиндрического образца происходит при температуре эксплуатации $T = T_1$ и фиксированных линейной осевой и угловой деформациях $\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(r, 0+0) = \varepsilon_z^* = \text{const}$ и $\varphi(t) = \varphi(0+0) = \varphi^* = \text{const}$ (φ — относительный угол закручивания). Начальное напряженно-деформированное состояние определяется напряжениями (3.12) и деформациями (3.14), сформированными после упрочнения и «мгновенного» температурно-силового нагружения.

Постановка краевой задачи в любой момент времени t состоит из следующих соотношений:

– уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \sigma_r(r, t) = \sigma_\theta(r, t); \quad (3.16)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z(r, t) r dr = F(t); \quad (3.17)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau(r, t) r^2 dr = M(t); \quad (3.18)$$

– уравнение совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t); \quad (3.19)$$

– гипотеза плоских сечений:

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t), \quad (3.20)$$

где $\varepsilon_z(r, t)$ – осевая компонента тензора полных деформаций (при наличии жестких кинематических ограничений полагаем $\varepsilon_z(t) = \varepsilon_z^* = \text{const}$);

– гипотеза прямых радиусов:

$$\gamma(r, t) = r\varphi(t), \quad (3.21)$$

где $\gamma(r, t)$ – полная деформация сдвига, $\varphi(t)$ – относительный угол закручивания (при наличии жестких кинематических ограничений полагаем $\varphi(t) = \varphi^* = \gamma(r, 0 + 0)/r = \text{const}$);

– краевые условия:

а) для сплошных цилиндрических образцов ($R_1 = 0, q = 0$)

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \sigma_r(r, t) \right|_{r=R_2} = 0; \quad (3.22)$$

б) для полых цилиндрических образцов ($R_1 > 0, q \geq 0$)

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \sigma_r(r, t) \right|_{r=R_1} = -q; \quad \left. \sigma_r(r, t) \right|_{r=R_2} = 0. \quad (3.23)$$

Так как в выражения (3.16)–(3.23) время t входит параметрически, то здесь и далее для производных компонент тензоров напряжений и деформаций будем использовать оператор полной производной по пространственной координате r .

В процессе релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести при температуре $T = T_1$ (модуль Юнга $E = E_1$) и приложенных нагрузках F_0, M_0 и q компоненты тензора полных деформаций с учетом гипотез (3.20), (3.21)

можно представить как

$$\begin{aligned}
\varepsilon_z(r, t) &= e_z(r, t) + q_z(r) + p_z(r, t); \\
\varepsilon_\theta(r, t) &= e_\theta(r, t) + q_\theta(r) + p_\theta(r, t); \\
\varepsilon_r(r, t) &= e_r(r, t) + q_r(r) + p_r(r, t); \\
\gamma(r, t) &= \gamma^e(r, t) + \gamma^p(r, t),
\end{aligned} \tag{3.24}$$

где $e_z, e_\theta, e_r, \gamma_e$ — упругие деформации, $p_z, p_\theta, p_r, \gamma_p$ — компоненты тензора деформаций ползучести.

В начальный момент времени $t = 0$ все реологические компоненты по всей области $r \in [R_1, R_2]$ равны нулю:

$$p_z(r, 0) = 0; \quad p_\theta(r, 0) = 0; \quad p_r(r, 0) = 0; \quad \gamma^p(r, 0) = 0. \tag{3.25}$$

Чтобы описать процесс релаксации остаточных напряжений, необходимо разрешить систему (3.24) относительно напряжений $\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r$ и τ . Это является целью дальнейшего исследования.

Представим упругие деформации через закон Гука:

$$e_z(r, t) = \frac{1}{E_1} [\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t))]; \tag{3.26}$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{1}{E_1} [\sigma_\theta(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_z(r, t))]; \tag{3.27}$$

$$e_r(r, t) = \frac{1}{E_1} [\sigma_r(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_z(r, t))]; \tag{3.28}$$

$$\gamma^e(r, t) = \frac{1}{G_1} \tau(r, t). \tag{3.29}$$

Подставляя (3.26) в (3.24), найдем распределение осевого напряжения

$$\sigma_z(r, t) = E_1 [\varepsilon_z(t) - q_z(r) - p_z(r, t)] + \mu [\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)]. \tag{3.30}$$

Затем, вычитая из (3.28) уравнение (3.27), исключим осевую компоненту:

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = \frac{1 + \mu}{E_1} [\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)]. \tag{3.31}$$

Принимая во внимание уравнение равновесия (3.16), запишем (3.31) в виде

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = -\frac{1 + \mu}{E_1} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right). \tag{3.32}$$

Продифференцируем (3.27) по r :

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E_1} \left[\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (3.33)$$

Далее, дифференцируя (3.30) по r и подставляя $\frac{d\sigma_z}{dr}$ в (3.33), получим

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E_1} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{\mu E_1}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (3.34)$$

Продифференцируем уравнение (3.16) по r и выразим из полученного вы-

ражения величину $\frac{d\sigma_\theta}{dr}$:

$$\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} = r \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + 2 \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr}. \quad (3.35)$$

Используя (3.35), исключим величину $\frac{d\sigma_\theta}{dr}$ из (3.34):

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E_1} \left[r(1 - \mu) \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{\mu E_1}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (3.36)$$

Используя (3.24) и (3.32), преобразуем уравнение совместности деформаций (3.19):

$$r \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = -\frac{1 + \mu}{E_1} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right) + (q_r(r) - q_\theta(r)) + (p_r(r, t) - p_\theta(r, t)) - r \left(\frac{dq_\theta(r)}{dr} + \frac{dp_\theta(r, t)}{dr} \right). \quad (3.37)$$

Затем, подставляя (3.26) в (3.37) и учитывая соотношения для пластических деформаций $q_z(r) = \alpha q_\theta(r)$ и $q_r(r) = -(1 + \alpha)q_\theta(r)$, получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно $\sigma_r(r, t)$:

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} = g(r, t) \quad (3.38)$$

с правой частью

$$g(r, t) = \frac{E_1}{1 - \mu^2} \left[\frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - \right. \\ \left. - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r(1 + \alpha\mu)}{1 + \alpha} \frac{dq_r(r)}{dr} \right]. \quad (3.39)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (3.38) с граничными условиями (3.22) либо (3.23) (для сплошных и полых цилиндрических образцов соответственно) составляет краевую задачу, решение которой следующее:

а) для сплошных образцов ($R_1 = 0, q = 0$)

$$\sigma_r(r, t) = - \int_r^{R_2} \frac{1}{\xi^3} \int_0^\xi g(\eta, t) \eta d\eta d\xi; \quad (3.40)$$

б) для полых образцов ($R_1 > 0, q \geq 0$)

$$\sigma_r(r, t) = \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] + \frac{1}{2} \int_{R_1}^r \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi + \\ + \frac{1}{2r^2} \left[\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(\int_{R_1}^{R_2} g(\xi, t) \xi d\xi - R_2^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi \right) - \int_{R_1}^r g(\xi, t) \xi d\xi \right]. \quad (3.41)$$

Далее, при известном распределении радиальной компоненты тензора напряжений $\sigma_r(r, t)$ находим зависимость для окружной компоненты

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{d}{dr} [r\sigma_r(r, t)]. \quad (3.42)$$

Заметим, что в выражение для определения осевой компоненты тензора напряжений $\sigma_z(r, t)$ (3.30) входит компонента осевой деформации $\varepsilon_z(t)$, значение которой зависит от наличия либо отсутствия в постановке задачи введенных кинематических ограничений на перемещения. При наличии кинематических ограничений, как упоминалось ранее, угловые и осевые деформации жестко фиксируются и не претерпевают изменений с течением времени. И поскольку в дальнейшем в рамках текущего исследования будет выполнено сравнение кинетики остаточных напряжений с ограничениями и без них, то расчет $\varepsilon_z(t)$ осуществляется следующим образом:

а) при наличии кинематических ограничений:

$$\varepsilon_z(t) = \varepsilon_z(r, 0 + 0) = \varepsilon_z^* = \text{const};$$

б) при отсутствии кинематических ограничений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(t) = & \frac{F_0}{\pi(R_2^2 - R_1^2)E_1} + \\ & + \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left[q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\mu}{E_1} (\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)) \right] dr. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Распределение касательной компоненты $\tau(r, t)$ тензора остаточных напряжений найдем через подстановку (3.29) в четвертое соотношение (3.24):

$$\tau(r, t) = G_1 [r\varphi(t) - \gamma^p(r, t)], \quad (3.44)$$

где в общем виде $\varphi(t)$ определяется после подстановки (3.44) в (3.18):

$$\varphi(t) = \frac{M_0}{G_1 J} + \frac{2\pi}{J} \int_{R_1}^{R_2} \gamma^p(r, t) r^2 dr. \quad (3.45)$$

Аналогичным образом, при жестких кинематических ограничениях полагаем, что угол закручивания не изменяется с течением времени, а значит, относительный угол закручивания в (3.44) считаем постоянным и равным определенному в начальный момент времени $\varphi(t) = \varphi(0 + 0) = \varphi^* = \text{const}$.

Зная распределения осевой $\sigma_z(r, t)$ и касательной $\tau(r, t)$ компонент тензора ОН, можно определить значения растягивающей нагрузки $F(t)$ с течением времени из уравнения (3.17) и крутящего момента $M(t)$ из выражения (3.18).

Таким образом, расчетная схема релаксации напряжений в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} t & \xrightarrow{(1.22)} p_z(r, t), p_\theta(r, t), p_r(r, t), \gamma^p(r, t) \xrightarrow{(3.39)} \\ & \xrightarrow{(3.39)} g(r, t) \xrightarrow{(3.40), (3.41)} \sigma_r(r, t) \xrightarrow{(3.42)} \sigma_\theta(r, t) \xrightarrow{(3.43)} \varepsilon_z(t) \xrightarrow{(3.30)} \\ & \xrightarrow{(3.30)} \sigma_z(r, t) \xrightarrow{(3.45)} \varphi(t) \xrightarrow{(3.44)} \tau(r, t). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Стоит отметить, что для нахождения компонент остаточных напряжений требуется иметь известные компоненты тензора деформации ползучести p_z , p_θ , p_r , γ^p , которые вычисляются на основании выбранной реологической теории. В схеме (3.46) для расчета деформаций ползучести в общем виде для определенности используется энергетический вариант теории ползучести для сложного напряженного состояния (1.22)–(1.28), рассмотренный в главе 1. Обоснование выбора соответствующей теории ползучести определяется характером экспериментальных данных и будет дано далее.

Таким образом, реализация вышеописанной расчетной схемы позволяет получить полную картину кинетики остаточных напряжений в поверхностно упрочненном сплошном либо полом цилиндрическом образце с течением времени при различных режимах нагружения в условиях ползучести.

Алгоритм численного решения краевой задачи (3.16)–(3.23) и соответствующее программное обеспечение реализации расчетной схемы (3.46) будут рассмотрены далее, в главе 4.

3.5. Исследование влияния температуры, растягивающей силы и крутящего момента на релаксацию остаточных напряжений в сплошном поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при кинематических ограничениях на перемещения

Сплошные цилиндрические образцы применяются в качестве конструктивных и крепежных элементов в строительстве (балки, фермы, опорные и пространственные конструкции), деталях машин и сооружений в машиностроении (валы и оси двигателей, станков, машин), а также других областях промышленности. Как правило, ввиду характера работы эти элементы помимо влияния агрессивных сред и высоких температур также подвергаются воздействию

внешних нагрузок — растяжению, кручению, изгибу, способствующих релаксации остаточных напряжений на фоне высокотемпературной ползучести. Чтобы увеличить время службы элементов, применяют методы поверхностного упрочнения: дробеструйная обработка, поверхностная закалка, обкатка роликами и другие. В настоящем пункте работы проведем детальное исследование влияния температуры, растягивающей нагрузки и крутящего момента на процесс релаксации остаточных напряжений в сплошных поверхностно упрочненных цилиндрических образцах в условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения.

В качестве модельных примеров рассматриваются сплошные цилиндрические образцы радиуса $R = 3.76$ мм, изготовленные из жаропрочного сплава на никелевой основе ЖС6КП. Полагаем, что данные образцы были предварительно упрочнены при «комнатной» температуре $T_0 = 26^\circ\text{C}$ (модуль Юнга равен $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона — $\mu = 0.3$) штатной технологической операцией — пневмодробеструйная обработка поверхности микрошариками.

На первом этапе ($t = 0 - 0$) для решения краевой задачи релаксации ОН в процессе ползучести необходимо подготовить начальные данные, представляющие собой процедуру реконструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций (3.7) с последующим температурно-силовым нагружением в соответствии с заданным режимом испытания. Для формирования распределений ОН и ПД используется экспериментальная информация для осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ в поверхностном слое образца, приведенная в работах [104, 154] и представленная маркерами на рис. 3.1. Напомним, что пневмодробеструйная обработка поверхности является изотропной упрочняющей технологией, а значит, коэффициент анизотропии упрочнения $\alpha = 1$ и распределения окружных $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и осевых $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ остаточных напряжений после упрочнения имеют незначительные различия ввиду их близости. Поэтому для определения параметров σ_0 , σ_1 , b , h^* аппроксимации (1.8) для первого приближения справедливо использовать экспериментальные данные осевой

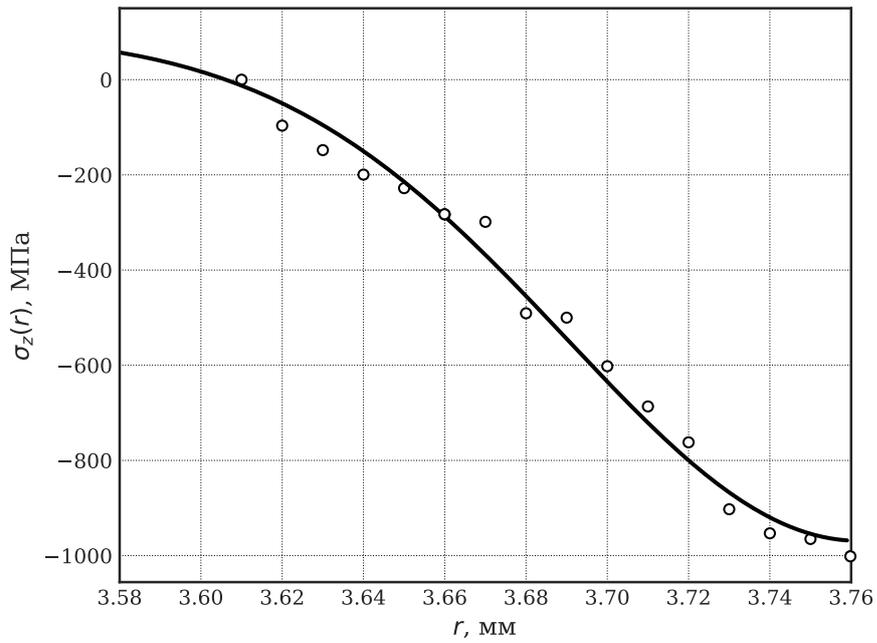


Рис. 3.1. Эпюры осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ в сплошном цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП после дробеструйного поверхностного упрочнения микрошариками, сплошная линия — расчет, маркеры — экспериментальные данные

компоненты $\sigma_z^{\text{res}}(r)$, а затем произвести процедуру уточнения σ_0 , σ_1 и b путем их вариации и расчета осевых напряжений по схеме (3.7) для каждого набора параметров до достижения минимума функционала среднеквадратического отклонения расчетных от экспериментальных значений для $\sigma_z^{\text{res}}(r)$. В результате получены следующие итоговые значения параметров аппроксимации (1.8) для $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ [104]: $\sigma_0 = 22.554$ МПа, $\sigma_1 = 1027.454$ МПа, $b = 9.313 \cdot 10^{-2}$ мм, $h^* = 0$. Расчетная зависимость для $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ представлена на рис. 3.1 сплошной линией. Значения распределений остальных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций получены по расчетной схеме (3.7).

Затем происходит «мгновенное» температурно-силовое нагружение образца ($t = 0 + 0$) согласно заданным режимам нагружения (растяжение, кручение и их комбинации), отображенным в таблице 3.1.

Далее осуществляется расчет релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные пе-

ремещения по схеме (3.46) с использованием теории установившейся ползучести

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} c \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{m-1} \frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (3.47)$$

где S — интенсивность напряжений; c , m , σ^* — реологические константы материала, определяемые из испытаний на одноосную ползучесть при соответствующей температуре $T = T_1$. Параметры реологической модели для материала ЖС6КП при различных температурах эксплуатации $T = T_1$ представлены в таблице 3.2 [87, 125].

Таблица 3.1. Режимы нагружения сплошных упрочненных цилиндров ЖС6КП

Режим нагружения	Осевая сила F_0 , Н	Крутящий момент M_0 , Н · мм	Температура T_1 , °С
0	8882.9	16700	900
1	4441.5	16700	900
2	0	16700	900
3	0	0	900
4	8882.9	0	900
5	4441.5	0	900
6	8882.9	8350	900
7	4441.5	8350	900
8	0	8350	900
9	8882.9	16700	800
10	8882.9	16700	1000
11	8882.9	16700	950

Таблица 3.2. Параметры реологической модели (3.47) для материала ЖС6КП при различных температурах эксплуатации T_1

Температура T_1 , °С	$E_1 \cdot 10^5$, МПа	σ^* , МПа	c	m
800	1.492	1	$5.454 \cdot 10^{-29}$	9.815
900	1.364	196.2	$2.260 \cdot 10^{-5}$	6.620
950	1.265	137.3	$4.700 \cdot 10^{-5}$	3.920
1000	1.226	93.2	$1.250 \cdot 10^{-4}$	3.110

Проанализируем кинетику остаточных напряжений в сплошном упрочненном цилиндре, полученных в результате численных экспериментов при жестких кинематических ограничениях на перемещения при сложных режимах нагружения, представленных в таблице 3.1. Отметим, что в рамках всех текущих экспериментов расчетное время ползучести составляло $t = 100$ ч.

На рис. 3.2 в качестве демонстрации результатов расчетов представлены типичные зависимости радиальной $\sigma_r(r, t)$, окружной $\sigma_\theta(r, t)$ и осевой компонент $\sigma_z(r, t)$ тензора остаточных напряжений в приповерхностном упрочненном слое сплошного цилиндрического образца в различные временные сечения с жесткими ограничениями (слева) и без ограничений (справа) на угловые и осевые линейные перемещения. Пунктирные линии 1 соответствуют напряженно-деформированному состоянию образца непосредственно после упрочнения поверхности, 2 и 3 — «мгновенной» температурной и силовой нагрузке (режим нагружения № 0 из таблицы 3.1) силой $F_0 = 8882.9$ Н и крутящим моментом $M_0 = 16700$ Н·мм. Кривые 4–7 соответствуют расчетному времени ползучести $t = \{1; 5; 20; 100\}$ ч при $T_1 = 900$ °С и заданных нагрузках. Можно заметить, что при приложении внешних нагрузок происходит ступенчатое изменение осевой компоненты σ_z на величину «рабочих» напряжений, для окружной σ_θ и радиальной σ_r компонент такого эффекта не наблюдается. Для этих компонент наблюдается характерное изменение лишь вследствие изменения температуры по всему объему образца пропорционально коэффициенту E_1/E_0 . При наличии ограничений на угловые и осевые линейные перемещения наблюдается замедление процесса релаксации остаточных напряжений, что является позитивным фактором с точки зрения эффективности применения кинематических ограничений при сложных режимах нагружения, например, в случае бандажированных лопаток ГТД. При отсутствии ограничений к $t = 100$ ч происходит практически полная релаксация всех компонент остаточных напряжений: радиальная и окружная компоненты близки к нулю, а осевая компонента близка к стационарному (асимптотическому) состоянию, определяемому величиной приложен-

ных нагрузок $\sigma_z^0 = F_0/\pi R^2 \approx 100$ МПа. Эти замечания свидетельствуют об адекватности метода решения поставленной краевой задачи, так как не противоречат физическому протеканию процесса релаксации напряжений на стадии установившейся ползучести. Аналогичная качественная картина наблюдается и для других режимов нагружения.

Проведем параметрический анализ влияния растягивающей силы, крутящего момента и кинематических ограничений на процесс релаксации остаточных напряжений в рассматриваемом сплошном цилиндрическом образце.

При фиксированных значениях растягивающей осевой силы F_0 и вариации значений крутящего момента $M_0 = \{0; 8350; 16700\}$ Н · мм построены кривые релаксации усилий $F(t)$, $M(t)$ и осевого напряжения на поверхности образца $\sigma_z(R, t)$ с течением времени при температуре $T_1 = 900$ °С (рис. 3.3–3.5) для режимов нагружения № 0–8 (табл. 3.1). На графиках *а* и *б* изображены зависимости $F(t)$ и $M(t)$ от расчетного времени ползучести образца при заданных нагрузках и жестких ограничениях на угловые и осевые линейные деформации, а на графиках *в* представлены зависимости осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности цилиндра ($R = 3.76$ мм). Рис. 3.3 показывает распределения сил и напряжений с течением времени при ползучести (после температурно-силового нагружения) при отсутствии воздействия растягивающей осевой силы $F_0 = 0$, а рис. 3.4 и 3.5 — при воздействии $F_0 = 4441.5$ Н и $F_0 = 8882.9$ Н соответственно.

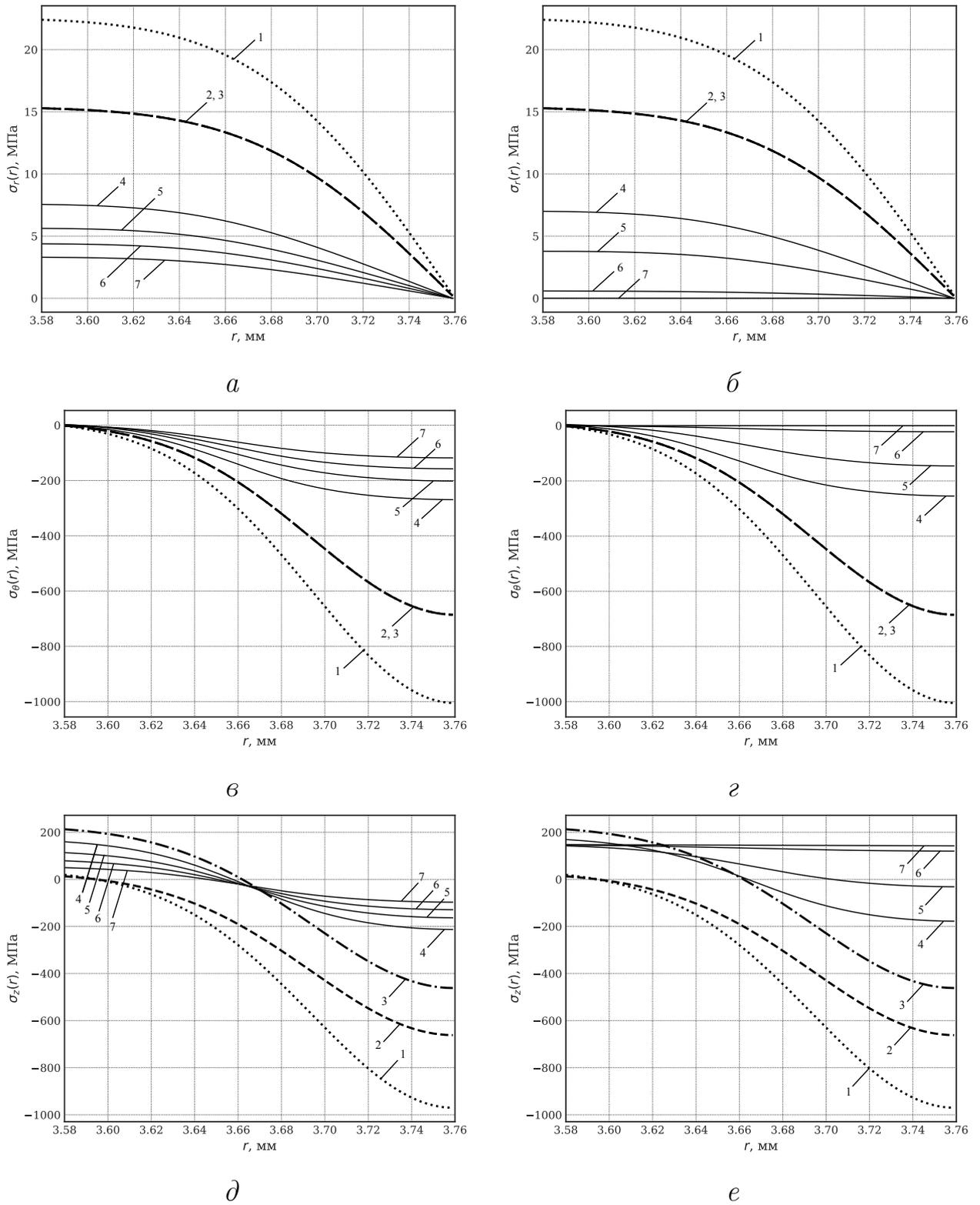


Рис. 3.2. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием растяжения и кручения (режим нагружения № 0, табл. 3.1) в процессе ползучести по глубине упрочненного слоя сплошного цилиндрического образца ЖС6КП, слева — с кинематическими ограничениями, справа — без ограничений. Обозначения: 1 — после упрочнения при температуре $T_0 = 26^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурная и силовая нагрузка при $T_1 = 900^\circ\text{C}$ осевой растягивающей силой $F_0 = 8882.9$ Н и крутящим моментом $M_0 = 16700$ Н · мм ($t = 0 + 0$); 4–7 — в процессе ползучести при $t = \{1; 5; 20; 100\}$ ч

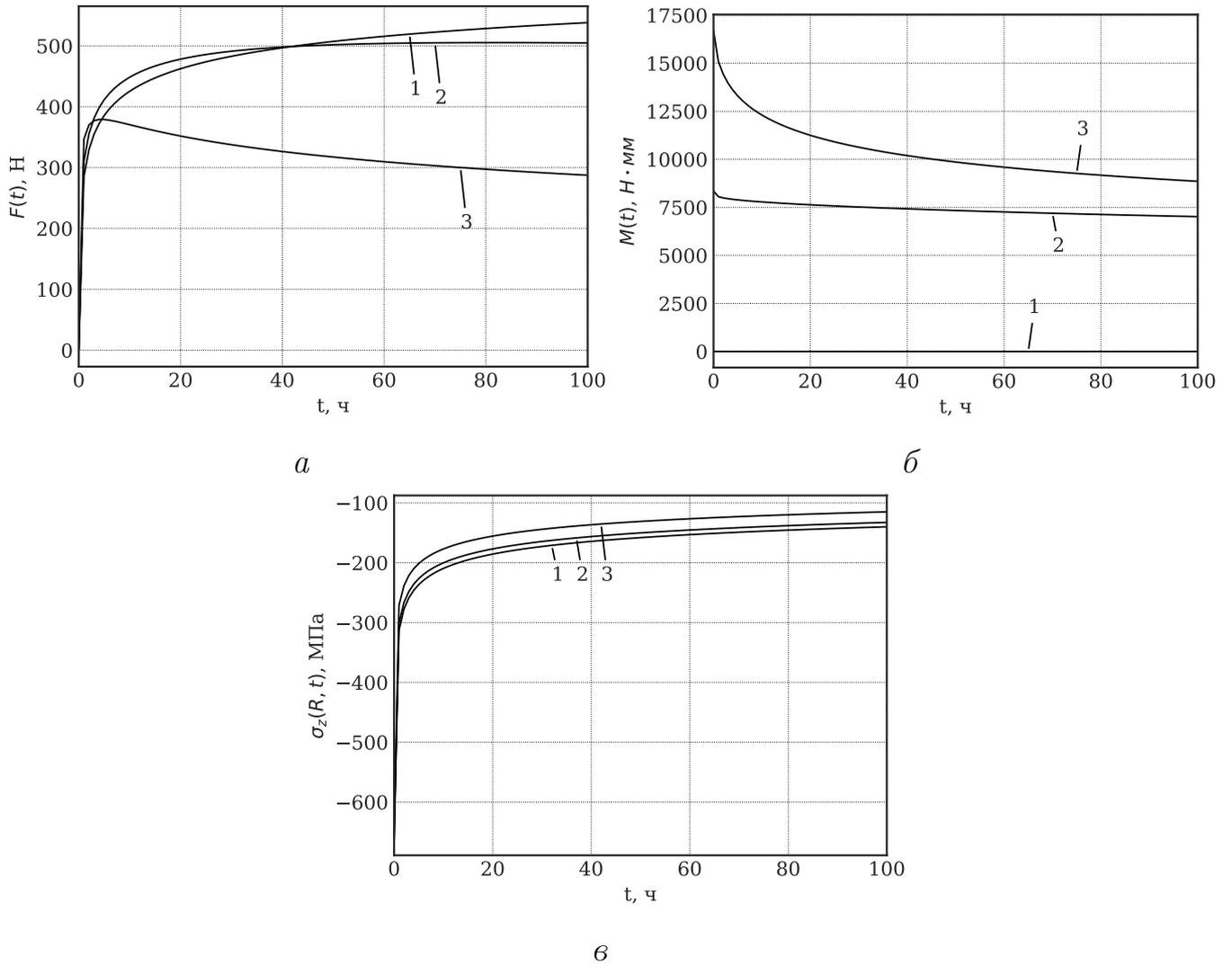


Рис. 3.3. Кинетика осевой силы $F(t)$ (а), крутящего момента $M(t)$ (б) и осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного упрочненного цилиндра (в) из сплава ЖС6КП в условиях ползучести при $T_1 = 900^\circ\text{C}$, отсутствии действия растягивающей силы $F_0 = 0$ и вариации значений крутящего момента M_0 : 1 — $M_0 = 0$ (режим № 3, табл. 3.1), 2 — $M_0 = 8350 \text{ H} \cdot \text{мм}$ (режим № 8, табл. 3.1), 3 — $M_0 = 16700 \text{ H} \cdot \text{мм}$ (режим № 2, табл. 3.1)

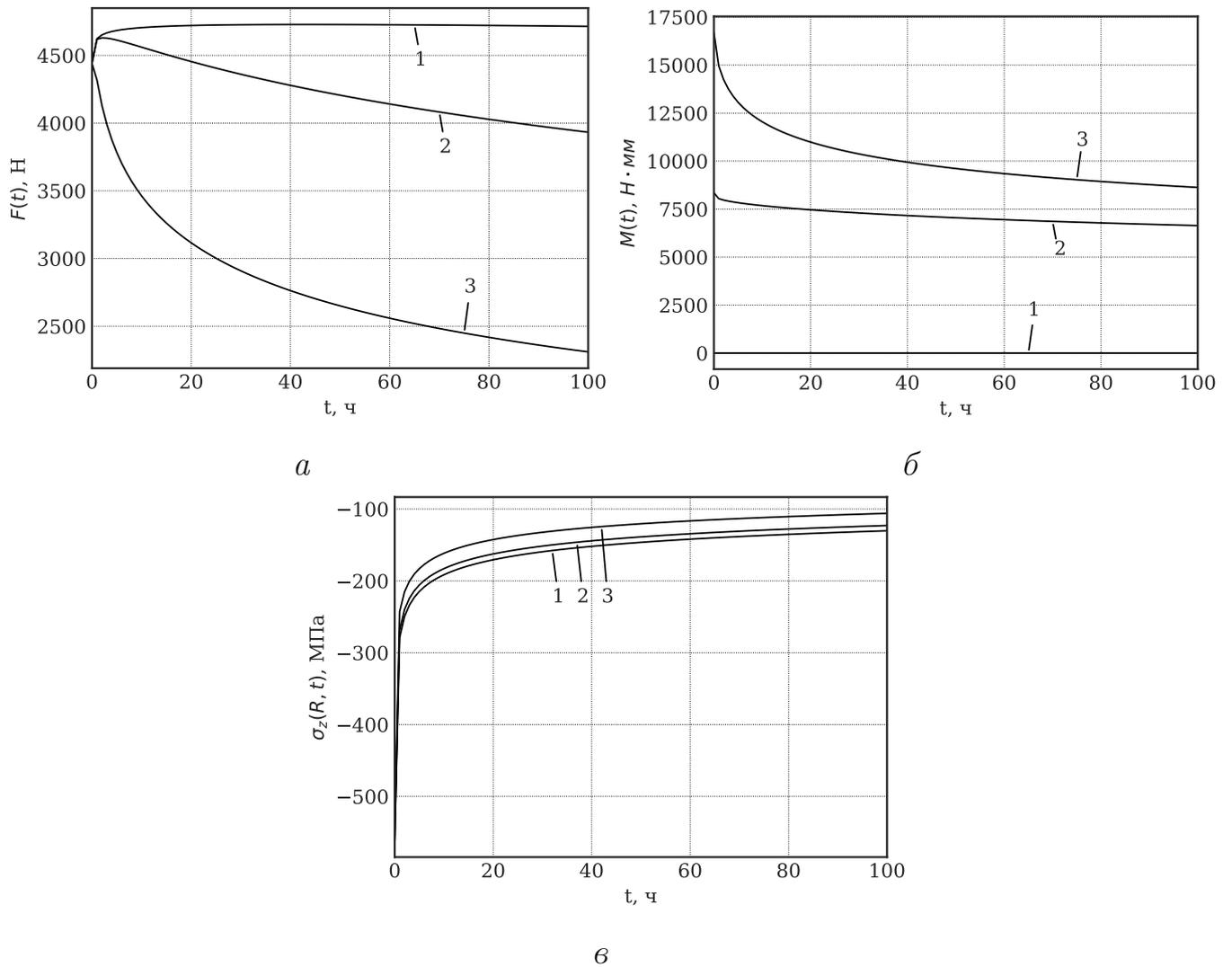


Рис. 3.4. Кинетика осевой силы $F(t)$ (а), крутящего момента $M(t)$ (б) и осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного упрочненного цилиндра (в) из сплава ЖС6КП в условиях ползучести при $T_1 = 900^\circ\text{C}$, действии растягивающей силы $F_0 = 4441.5$ Н и вариации значений крутящего момента M_0 : 1 — $M_0 = 0$ (режим № 5, табл. 3.1), 2 — $M_0 = 8350$ Н · мм (режим № 7, табл. 3.1), 3 — $M_0 = 16700$ Н · мм (режим № 1, табл. 3.1)

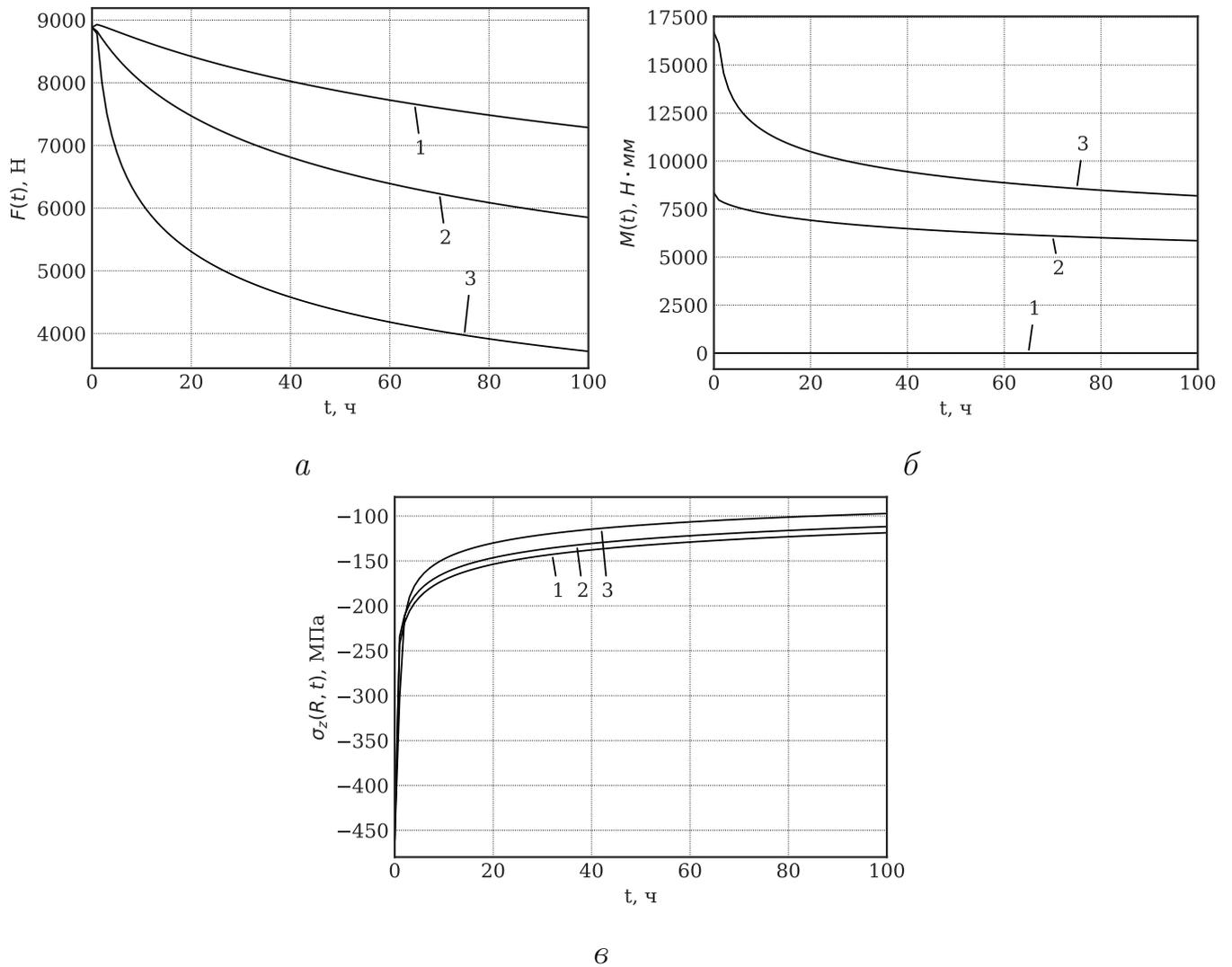


Рис. 3.5. Кинетика осевой силы $F(t)$ (а), крутящего момента $M(t)$ (б) и осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного упрочненного цилиндра (в) из сплава ЖС6КП в условиях ползучести при $T_1 = 900^\circ\text{C}$, действии растягивающей силы $F_0 = 8882.9$ Н и вариации значений крутящего момента M_0 : 1 – $M_0 = 0$ (режим № 4, табл. 3.1), 2 – $M_0 = 8350$ Н · мм (режим № 6, табл. 3.1), 3 – $M_0 = 16700$ Н · мм (режим № 0, табл. 3.1)

Расчетные значения $\sigma_z(R, t)$ на поверхности упрочненного сплошного цилиндра в процессе ползучести за $t = \{0; 1; 5; 10; 20; 50; 100\}$ ч для режимов нагружения № 0–8 (табл. 3.1) $T_1 = 900^\circ\text{C}$ отображены в таблице 3.3. Отметим, что Δ в этой таблице обозначает процентное изменение между величинами $\sigma_z(R, t)$ на начало расчета ($t = 0$) и финишными расчетными значениями ($t = 100$ ч).

Таблица 3.3. Значения напряжений $\sigma_z(R, t)$ (МПа) на поверхности сплошного упрочненного цилиндрического образца ЖС6КП в процессе ползучести во временные сечения t при различных режимах нагружения (табл. 3.1) и кинематических ограничениях на перемещения

Время t , ч	Режим нагружения								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-461.687	-561.685	-661.686	-661.686	-461.687	-561.685	-461.687	-561.685	-661.686
1	-302.883	-242.788	-270.794	-312.777	-242.550	-279.105	-234.298	-268.934	-300.955
5	-169.606	-182.983	-201.263	-236.500	-190.513	-214.745	-182.827	-205.711	-226.435
10	-147.887	-161.609	-176.908	-209.498	-171.249	-191.505	-163.795	-182.950	-200.136
20	-130.022	-142.546	-155.412	-185.533	-153.700	-170.657	-146.426	-162.549	-176.831
50	-110.119	-120.542	-130.848	-157.969	-132.835	-146.398	-125.746	-138.795	-150.067
100	-97.180	-106.067	-114.817	-139.854	-118.583	-130.278	-111.696	-122.965	-132.501
Δ , %	78.951	81.116	82.648	78.864	74.315	76.806	75.807	78.108	79.975

Согласно расчетным данным, представленным на графиках (рис. 3.3–3.5) и в таблице 3.3, при воздействии растягивающей нагрузки F_0 максимальные (по модулю) значения осевого напряжения на упрочненной поверхности цилиндрического образца в процессе релаксации на фоне его ползучести за $t = 100$ ч при фиксированном значении первоначального угла закручивания моментом M_0 изменились относительно состояния после температурно-силовой нагрузки ($t = 0$) следующим образом:

- при $M_0 = 16700$ Н·мм: снизились на 78.951 % при $F_0 = 8882.9$ Н (режим № 0), а при $F_0 = 4441.5$ Н (режим № 1) — на 81.116 %;
- при $M_0 = 8350$ Н·мм: снизились на 75.807 % при $F_0 = 8882.9$ Н (режим № 6), а при $F_0 = 4441.5$ Н (режим № 7) — на 78.108 %;

- при $M_0 = 0$ Н·мм: снизились на 74.315 % при $F_0 = 8882.9$ Н (режим № 4), а при $F_0 = 4441.5$ Н (режим № 5) — на 76.806 %.

Отсюда следует естественный вывод, что при увеличении растягивающей нагрузки при фиксированном значении закручивающего момента процесс релаксации остаточных напряжений в поверхностном упрочненном слое протекает менее интенсивно, в том числе и по сравнению с чисто температурным нагружением.

В ходе анализа экспериментальных расчетов с наличием и отсутствием кинематических ограничений при различных режимах температурно-силового нагружения получено следующее. Например, для режимов № 5, 7 и 8 (табл. 3.1) значительных различий в скорости релаксации остаточных напряжений не наблюдается, и изменение осевых напряжений на поверхности образца $\sigma_z(R, t)$ к моменту времени $t = 100$ ч составляет 76–80 % от первоначальных, а разница между изменениями ОН в образцах с ограничениями и без не превышает 0.7 %.

При увеличении значений нагрузок F_0 и M_0 картина несколько иная. Для режимов № 0, 2 и 4 (табл. 3.1) с увеличением величины нагрузок на растяжение и кручение наличие ограничений на угловые и осевые линейные перемещения оказывает «сдерживающий» эффект на скорость релаксации, тем самым замедляя ее. Так, при наличии ограничений изменение $\sigma_z(R, t)$ к $t = 100$ ч достигает 74–83 % от первоначальных значений при $t = 0$, в то время как при отсутствии ограничений изменения могут достигать 80–131 %, и уже к 20 часам расчета значения компонент тензоров ОН стремятся к асимптотическим (теоретическим) значениям, а к 100 часам практически полностью релаксируют.

Также путем параметрического анализа выявлено, что первоначально заданные и впоследствии жестко зафиксированные осевая и угловая деформации (при рассмотренных величинах нагрузок) оказывают незначительное влияние на кинетику всех компонент тензора остаточных напряжений по отношению к чистой термоэкспозиции (режим № 3 (табл. 3.1), рис. 3.3, в, кривая 1).

Наличие этого эффекта также подтверждается сравнением кривых релаксации осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности рассматриваемого упрочненного цилиндра при вариации значений действующей растягивающей осевой силы F_0 и крутящего момента $M_0 = 16700 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ (рис. 3.6) и $M_0 = 0$ (рис. 3.7).

Данный факт является положительным фактором с практической точки зрения, поскольку подтверждает эффективность применения поверхностно упрочняющих технологий в режимах сложного нагружения и ограничений на перемещения.

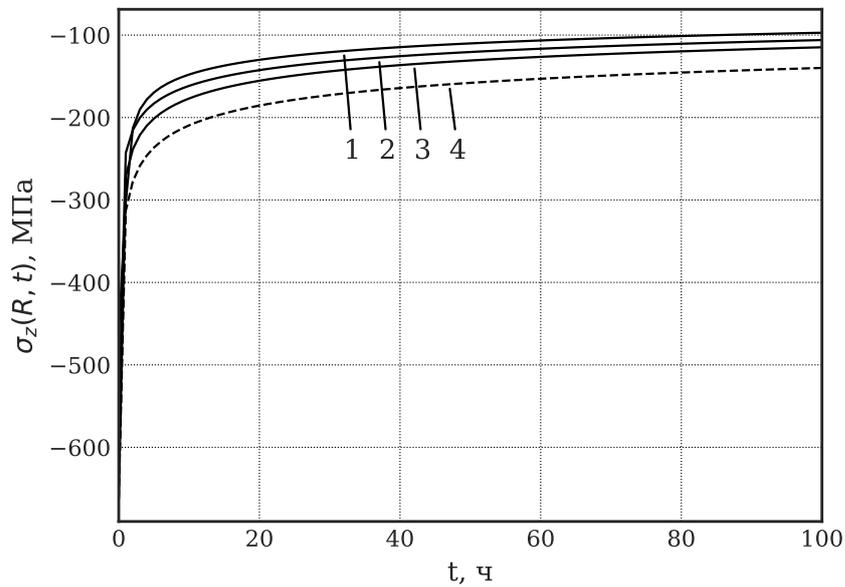


Рис. 3.6. Кривые релаксации осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного упрочненного цилиндра ЖС6КП при $T_1 = 900 \text{ }^\circ\text{C}$, кинематических ограничениях на перемещения, действии крутящего момента $M_0 = 16700 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ и вариации значений растягивающей силы F_0 : 1 — $F_0 = 8882.9 \text{ Н}$ (режим № 0, табл. 3.1), 2 — $F_0 = 4441.5 \text{ Н}$ (режим № 1, табл. 3.1), 3 — $F_0 = 0 \text{ Н}$ (режим № 2, табл. 3.1), 4 — $F_0 = 0, M_0 = 0$ (термоэкспозиция, режим № 3, табл. 3.1)

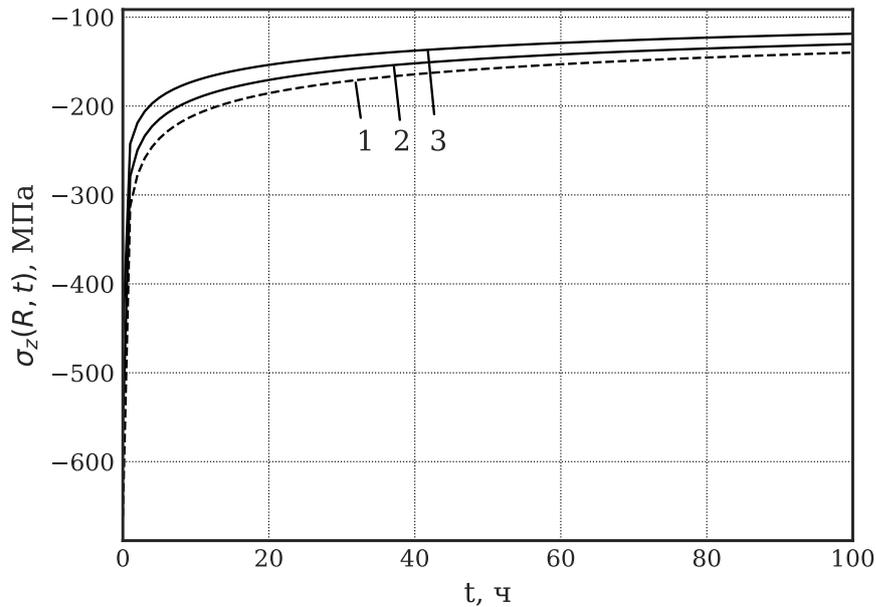


Рис. 3.7. Кривые релаксации осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного упроченного цилиндра ЖС6КП при $T_1 = 900^\circ\text{C}$, кинематических ограничениях на перемещения, отсутствии действия крутящего момента $M_0 = 0$ и вариации значений растягивающей силы F_0 : 1 — $F_0 = 0$ (термоэкспозиция, режим № 3, табл. 3.1), 2 — $F_0 = 4441.5$ Н (режим № 5, табл. 3.1), 3 — $F_0 = 8882.9$ Н (режим № 4, табл. 3.1)

Рассмотрим релаксацию остаточных напряжений в условиях ползучести при вариации значений температуры эксплуатации $T_1 = \{800; 900; 950; 1000\}^\circ\text{C}$, совместном действии приложенных и зафиксированных растягивающей силы $F_0 = 8882.9$ Н и крутящего момента $M_0 = 16700$ Н·мм (режимы нагружения № 9, 0, 11, 10 из табл. 3.1). Финальные расчетные значения релаксации ОН при соответствующих температурам T_1 параметрах материала (см. табл. 3.2) продемонстрированы на рис. 3.8, а их численные значения во временные срезы t отображены в таблице 3.4, где Δ представляет собой процентное изменение между величинами $f(t)$ в начальный момент времени $t = 0$ (на начало расчета ползучести) и финишными значениями в момент времени $t = 100$ ч (на окончание расчета ползучести).

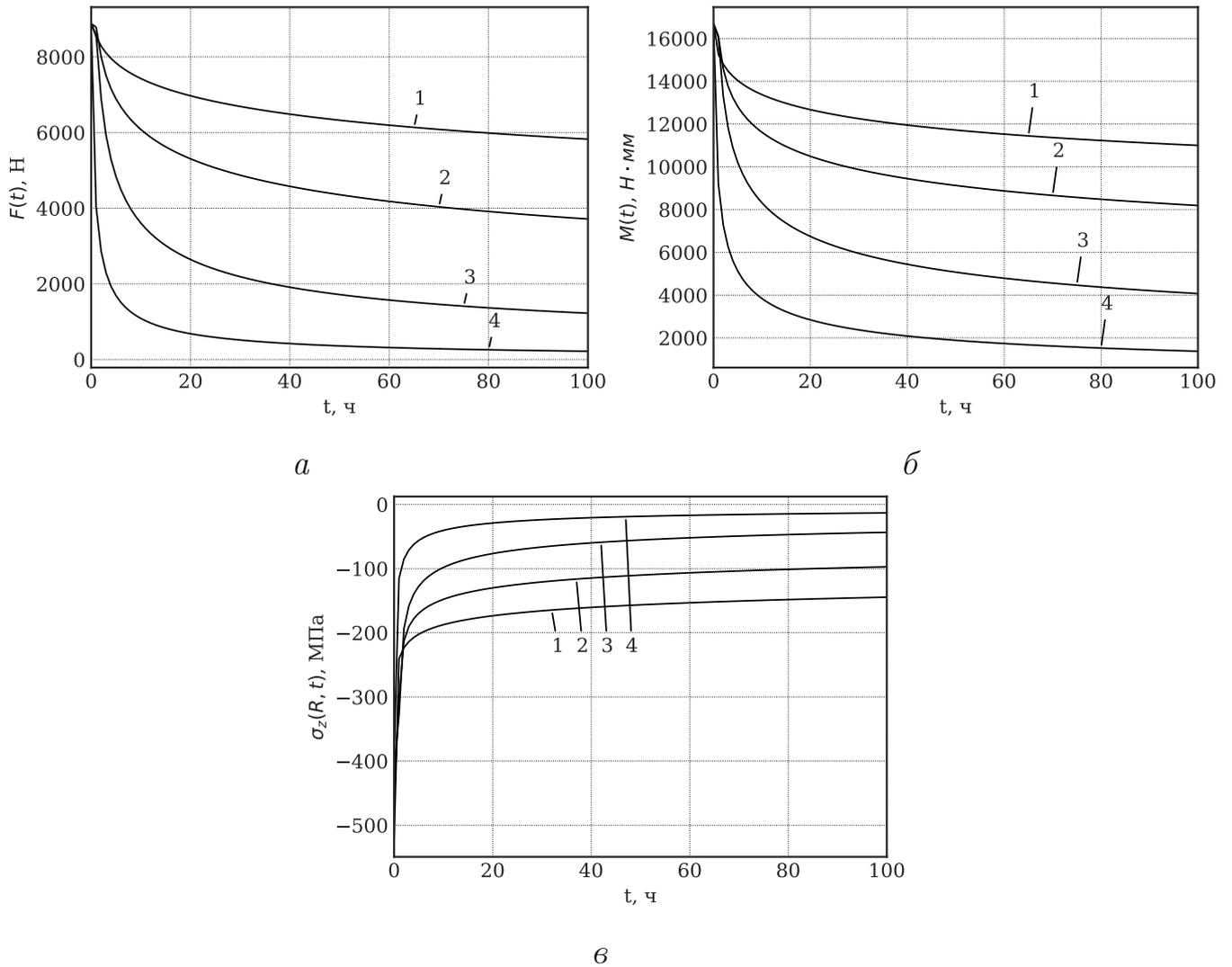


Рис. 3.8. Кинетика осевой силы $F(t)$ (а), крутящего момента $M(t)$ (б) и осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного упрочненного цилиндра (в) ЖС6КП в условиях ползучести с кинематическими ограничениями на перемещения и температурно-силовым нагружением при $F_0 = 8882.9$ Н и $M_0 = 16700$ Н·мм и различных температурах эксплуатации T_1 : 1 — $T_1 = 800^\circ\text{C}$, 2 — $T_1 = 900^\circ\text{C}$, 3 — $T_1 = 950^\circ\text{C}$, 4 — $T_1 = 1000^\circ\text{C}$

Исходя из анализа графиков и расчетных значений полученных величин можно сделать следующий вывод: при идентичных первоначально заданных силовых нагрузках F_0 и M_0 повышение «рабочей» температуры T_1 способствует ускорению процесса релаксации остаточных напряжений и приложенных нагрузок (растягивающей осевой силы и крутящего момента). Причем по достижении расчетного времени $t = 100$ ч при наибольшей температуре $T_1 = 1000^\circ\text{C}$ осевые напряжения на поверхности образца претерпевают изменение до 96.668 %

Таблица 3.4. Расчетные значения остаточных напряжений $\sigma_z(R, t)$ на поверхности сплошного цилиндра ЖС6КП, осевой силы $F(t)$ и крутящего момента $M(t)$ в процессе релаксации за время $t = \{0; 5; 10; 20; 50; 100\}$ ч при кинематических ограничениях, нагрузках $F_0 = 8882.9$ Н, $M_0 = 16700$ Н·мм и различных температурах эксплуатации $T_1 = \{800; 900; 950; 1000\}$ °С

$T_1, \text{°C}$	$f(t)$	Время t , ч						$\Delta, \%$
		0	5	10	20	50	100	
800	$\sigma_z(R, t)$	-523.780	-202.266	-187.427	-173.499	-156.445	-144.535	72.405
	$F(t)$	8882.900	7840.196	7428.583	6972.127	6326.977	5825.840	34.415
	$M(t)$	16700.000	14034.995	13374.974	12672.359	11718.283	11000.969	34.126
900	$\sigma_z(R, t)$	-461.687	-169.606	-147.887	-130.022	-110.119	-97.180	78.951
	$F(t)$	8882.900	6890.767	6081.879	5306.386	4357.483	3715.393	58.174
	$M(t)$	16700.000	12818.997	11615.504	10491.895	9127.437	8189.561	50.961
950	$\sigma_z(R, t)$	-413.661	-127.520	-98.180	-76.551	-55.415	-43.439	89.499
	$F(t)$	8882.900	4834.786	3607.384	2644.307	1717.608	1224.832	86.211
	$M(t)$	16700.000	10202.722	8317.242	6744.584	5074.204	4072.140	75.616
1000	$\sigma_z(R, t)$	-394.742	-56.066	-40.423	-28.965	-18.521	-13.154	96.668
	$F(t)$	8882.900	1688.882	1086.184	682.343	360.071	219.072	97.534
	$M(t)$	16700.000	5123.793	3839.563	2842.067	1886.411	1375.250	91.765

от первоначальных значений при $t = 0$, что говорит о практически их полной релаксации. Похожая картина наблюдается и для растягивающей силы $F(t)$ и крутящего момента $M(t)$: если при $T_1 = 800$ °С их изменения за 100 часов составляли 34.415 % и 34.126 %, то с увеличением «рабочей» температуры до $T_1 = 1000$ °С наблюдается также стремительное ускорение релаксации, и по достижении 100 часов расчета их изменения составляют 97.534 % и 91.765 %.

Для иллюстрации влияния «рабочей» температуры $T = T_1$ на релаксацию остаточных напряжений в условиях ползучести при заданных нагрузках и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения приведем эпюры радиальных $\sigma_r(r, t)$, окружных $\sigma_\theta(r, t)$ и осевых $\sigma_z(r, t)$ компонент тензора остаточных напряжений и выполним их сравнение при $T_1 = 800$ °С и $T_1 = 1000$ °С (рис. 3.9).

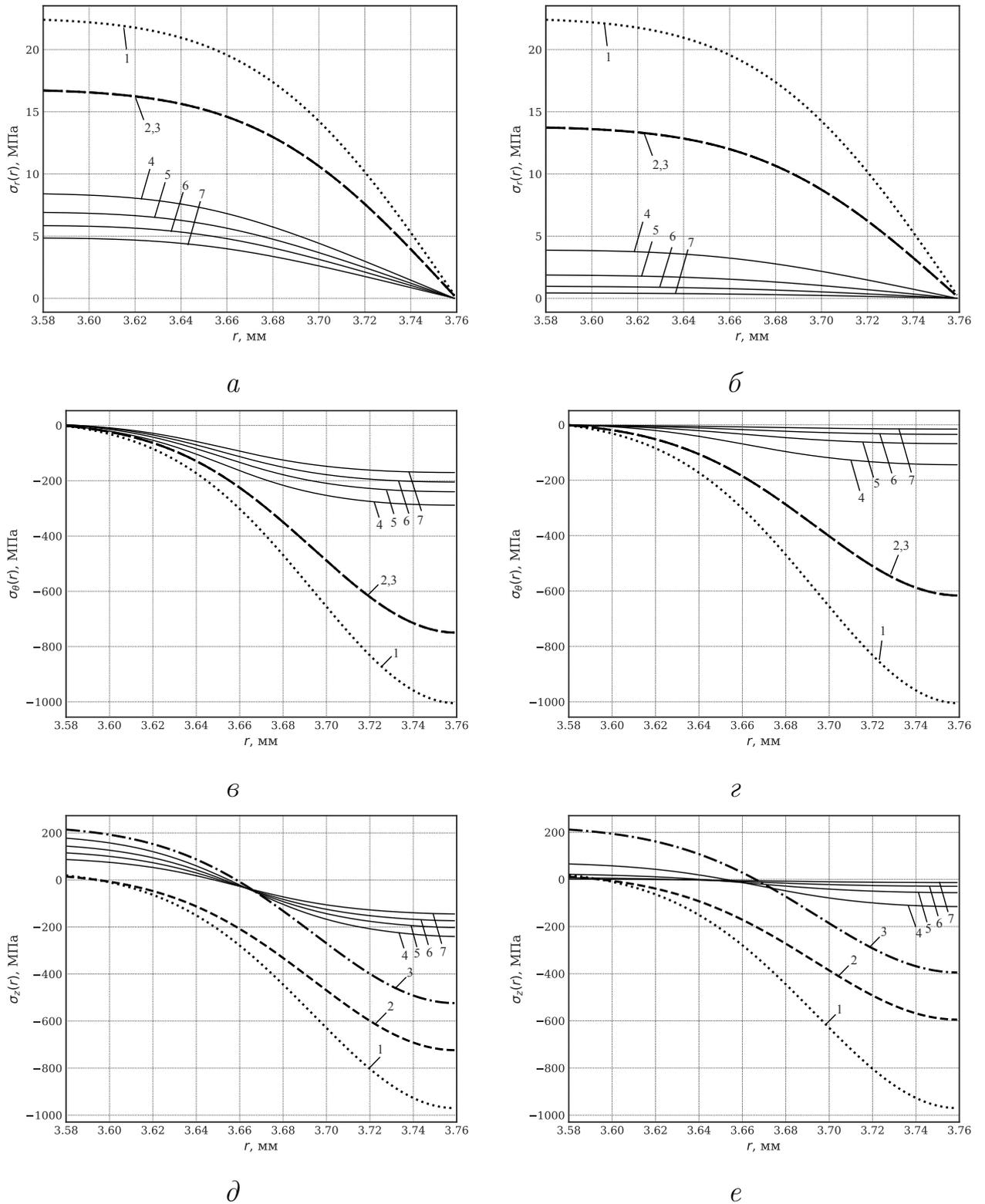


Рис. 3.9. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием растяжения и кручения в процессе ползучести по глубине упрочненного слоя сплошного цилиндрического образца ЖС6КП при кинематических ограничениях на перемещения, слева — режим нагружения № 9 ($T_1 = 800^\circ\text{C}$), справа — режим нагружения № 10 ($T_1 = 1000^\circ\text{C}$). Обозначения: 1 — после упрочнения; 2 и 3 — «мгновенная» температурная и силовая нагрузка при T_1 осевой растягивающей силой $F_0 = 8882.9$ Н и крутящим моментом $M_0 = 16700$ Н · мм ($t = 0 + 0$); 4–7 — в процессе ползучести при $t = \{1; 5; 20; 100\}$ ч

Из сравнения эпюр остаточных напряжений для температуры $T_1 = 800^\circ\text{C}$ (слева) и $T_1 = 1000^\circ\text{C}$ (справа) во временные срезы $t = \{1; 5; 20; 100\}$ ч можно заключить, что, действительно, при одном и том же первоначальном напряженном состоянии и одинаковых величинах приложенных нагрузок увеличение «рабочей» температуры интенсифицирует процесс релаксации напряжений, и при этом к 100 часам наблюдается практически полная релаксация всех компонент напряжений при $T_1 = 1000^\circ\text{C}$.

3.6. Исследование влияния растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления на релаксацию остаточных напряжений в полой поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при кинематических ограничениях на перемещения

Стальные толстостенные трубы — незаменимые конструкционные элементы важных и наиболее ответственных участков трубопроводов, гидросистем и перерабатывающих узлов жидких субстанций и газов в промышленности, которые должны обладать высокой надежностью, прочностью и бесперебойно функционировать в экстремальных условиях и под действием больших нагрузок.

Ранее проводились исследования полых неупрочненных и упрочненных цилиндрических образцов в условиях ползучести при осевом растяжении, кручении, внутреннем давлении и их комбинациях без учета кинематических ограничений в [104—106].

В данном разделе рассмотрим применение разработанного обобщенного подхода расчета релаксации остаточных напряжений при первоначально заданных нагрузках и впоследствии зафиксированных угловых и осевых линейных перемещениях, вызванных этими нагрузками (см. описание в пункте 3.4), к тол-

стостенным цилиндрическим образцам, внешняя поверхность которых подвергалась процедуре поверхностно пластического деформирования.

Для исследования влияния сложного режима нагружения и жестких ограничений на угловые и осевые линейные перемещения рассмотрим толстостенный цилиндрический образец из сплава ЖС6КП с внешним и внутренним радиусами $R_1 = 2$ мм и $R_2 = 3.76$ мм, внешняя поверхность которого упрочнена методом пневмодробеструйной обработки микрошариками при температуре $T_0 = 26$ °С (модуль Юнга соответственно равен $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа, а коэффициент Пуассона $\mu = 0.3$). Как отмечалось выше, пневмодробеструйная обработка является изотропной упрочняющей технологией, поэтому для рассматриваемых образцов полагаем, что в соотношениях (3.1)–(3.6) параметр анизотропии упрочнения материала $\alpha = 1$, а эпюры распределений окружных и осевых напряжений практически совпадают [96]. Поэтому в качестве экспериментальных данных для реконструкции НДС образца после упрочнения использовались данные осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ тензора остаточных напряжений [125], представленные маркерами на рис. 3.10. Используя экспериментальные данные осевой компоненты для аппроксимации (1.9), получены следующие значения параметров [106]: $\sigma_0 = 61.903$ МПа, $\sigma_1 = 621.494$ МПа, $b = 0.102$ мм, $h^* = 0$. Расчетные поля окружной и радиальной компонент тензора ОН после упрочнения отображены на рис. 3.10 сплошными линиями 1 и 3, а осевой компоненты — штриховыми линиями 2.

Для описания ползучести материала ЖС6КП при температуре $T_1 = 900$ °С (модуль Юнга $E_1 = 1.364 \cdot 10^5$ МПа) использовалась реологическая модель (3.47), параметры которой приводились ранее в таблице 3.2: $c = 2.26 \cdot 10^{-5}$, $m = 6.62$, $\sigma^* = 196.2$ МПа.

В рамках текущего исследования рассматривались режимы нагружения при растяжении, кручении, действии внутреннего давления и их комбинаций, представленные в таблице 3.5. Для каждого из этих режимов был произведен расчет как с наличием кинематических ограничений на угловые и осевые ли-

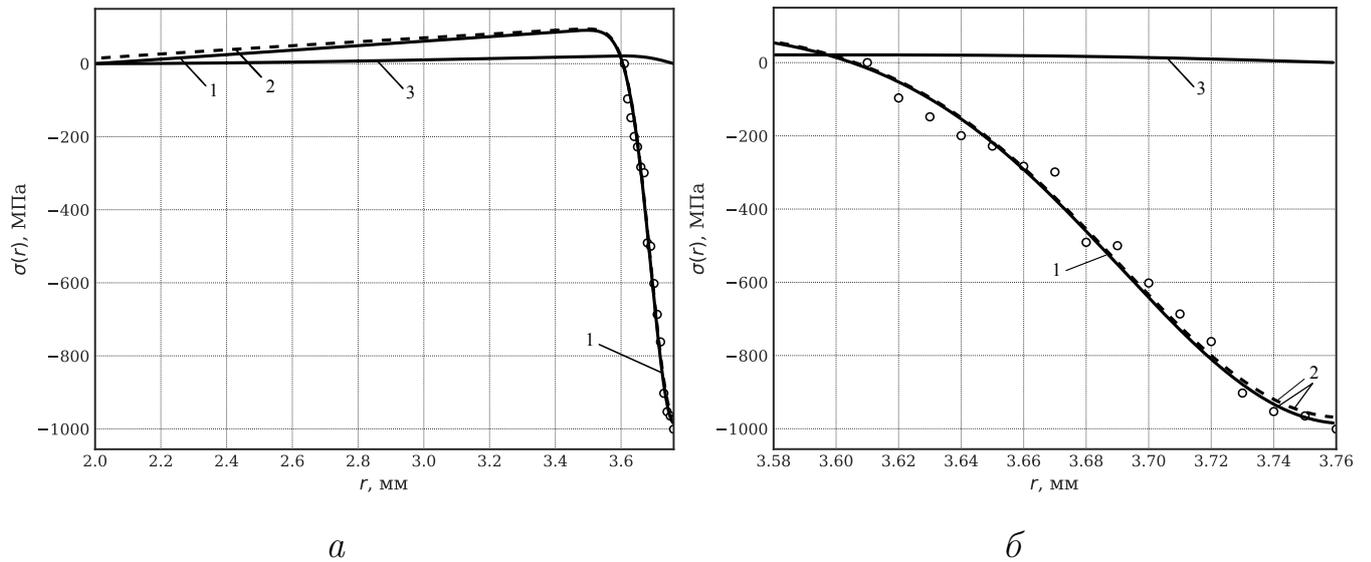


Рис. 3.10. Распределения компонент тензора остаточных напряжений после пневмодробеструйного поверхностного упрочнения по всей глубине (а) и в приповерхностном упрочненном слое (б) полого цилиндра из сплава ЖС6КП: 1 — $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$, 2 — $\sigma_z^{\text{res}}(r)$, 3 — $\sigma_r^{\text{res}}(r)$; маркеры — экспериментальные данные

нейные перемещения, так и без ограничений. Рассмотрим некоторые результаты расчетных экспериментов более подробно.

Таблица 3.5. Режимы нагружения полых поверхностно упрочненных цилиндров из сплава ЖС6КП при температуре эксплуатации $T_1 = 900^\circ\text{C}$

Режим нагружения	Осевая сила F_0 , Н	Крутящий момент M_0 , Н · мм	Внутреннее давление q , МПа
0	0	0	0
1	3184.8	0	0
2	6369.6	0	0
3	0	3840.8	0
4	0	7681.6	0
5	6369.6	7681.6	0
6	3184.8	0	150
7	0	3840.8	150
8	3184.8	3840.8	150
9	3184.8	3840.8	0
10	6369.6	7681.6	150
11	0	0	150

На рис. 3.11 и 3.12 представлены характерные эпюры распределения компонент тензора остаточных напряжений при комбинированных режимах нагружения полого упрочненного (с внешней поверхности) цилиндрического образца осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением.

Рис. 3.11 отображает кинетику напряжений в рассматриваемом образце при совместном действии растяжения и кручения (режим № 5, табл. 3.5), а рис. 3.12 — случай «максимального» нагружения рассматриваемого образца, то есть при максимальных значениях растягивающей нагрузки $F_0 = 6369.6$ Н, крутящего момента $M_0 = 7681.6$ Н·мм и внутреннего давления $q = 150$ МПа, принятых в расчетах при температуре «эксплуатации» $T_1 = 900$ °С (режим № 10, табл. 3.5). Цифры на графиках обозначают распределение напряжений в различные временные сечения: 1 — после поверхностного упрочнения; 2 и 3 — «мгновенная» температурная и силовая нагрузка; 4 и 5 — во время ползучести за 20 и 100 часов при $T_1 = 900$ °С и заданных нагрузках F_0 , M_0 и q . Особый интерес представляют кривые 4 и 5, демонстрирующие релаксацию ОН при наличии жестких ограничений на перемещения (сплошные линии) и без ограничений (штриховые линии). Очевидно, что наличие кинематических ограничений является позитивным фактором с инженерной практической точки зрения, потому что при ограничениях на перемещения наблюдается замедление скорости релаксации остаточных напряжений по сравнению с результатами при их отсутствии. Также стоит заметить, что при отсутствии ограничений в предельном случае при $t \rightarrow \infty$ компоненты тензора ОН стремятся к асимптотическим значениям, соответствующим величинам приложенных нагрузок. Так, например, $\sigma_z(r, t)$ при $t = 100$ ч под действием растяжения и кручения (режим № 5, табл. 3.5) стремится к значению $\sigma_z^0 = F_0/\pi(R_2^2 - R_1^2) \approx 200$ МПа. Данный факт является частичным подтверждением адекватности разработанной численной методики расчета.

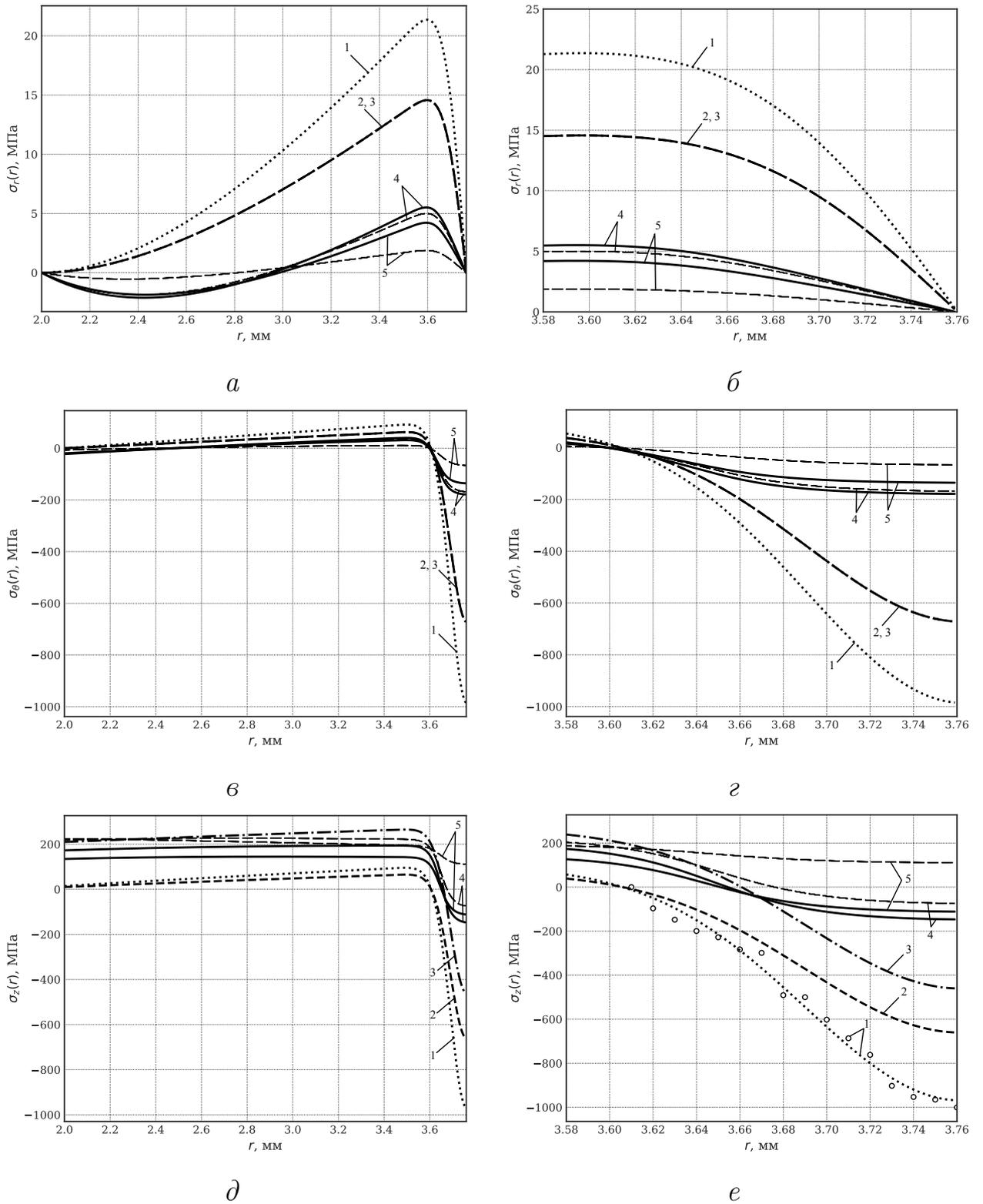


Рис. 3.11. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием растяжения и кручения (режим № 5, табл. 3.5) при ползучести: а, в, д — по всей толщине полого цилиндрического образца ЖС6КП; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 26^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурно-силовая нагрузка при $T_1 = 900^\circ\text{C}$ осевой растягивающей силой $F_0 = 6369.6$ Н и крутящим моментом $M_0 = 7681.6$ Н · мм ($t = 0 + 0$); 4 и 5 — в процессе ползучести при $t = \{20; 100\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

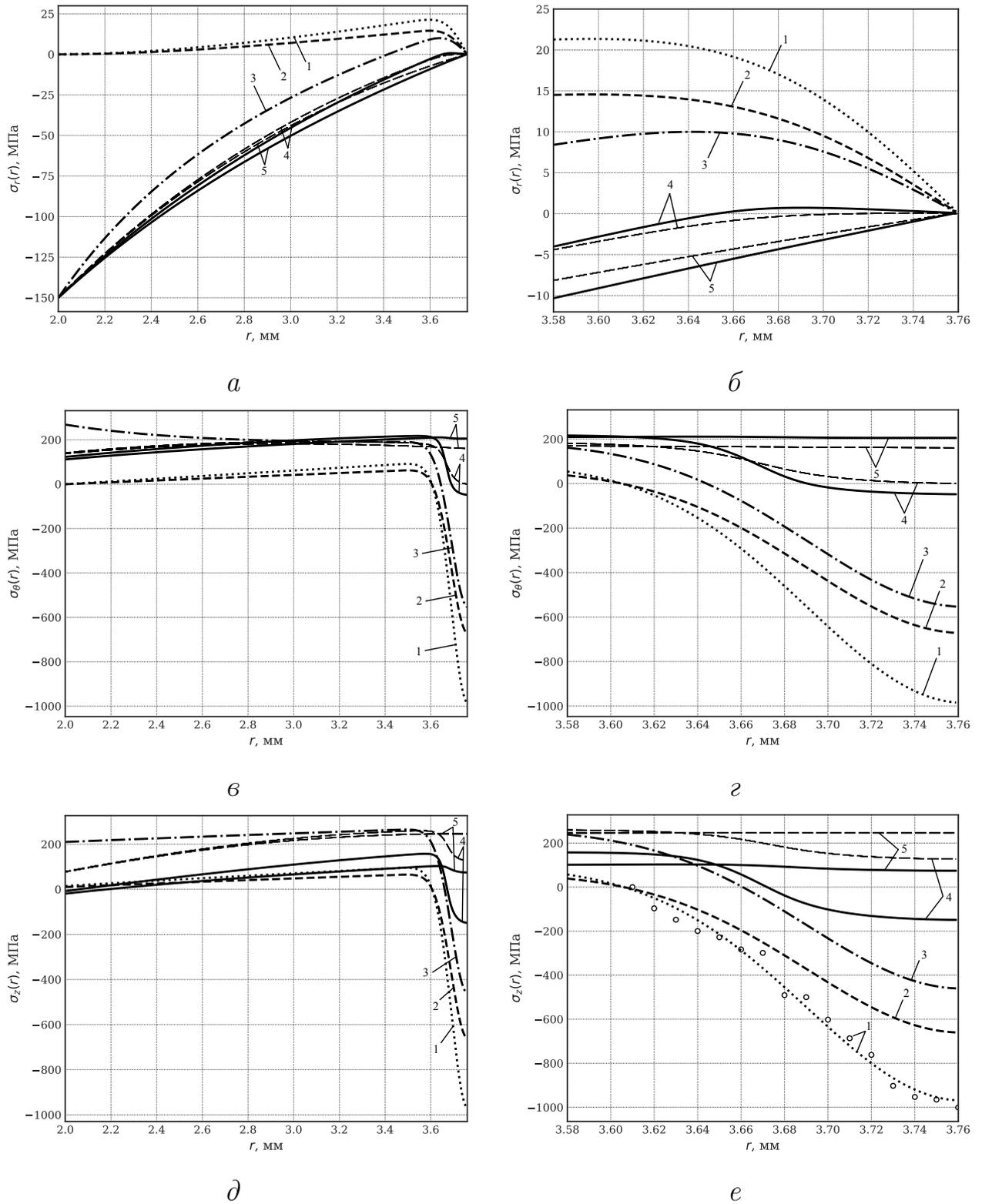


Рис. 3.12. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием растяжения, кручения и внутреннего давления (режим нагружения № 10, табл. 3.5) при ползучести: а, в, д — по всей толщине полого цилиндрического образца ЖСБКП; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 26^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурно-силовая нагрузка при $T_1 = 900^\circ\text{C}$ осевой растягивающей силой $F_0 = 6369.6$ Н, крутящим моментом $M_0 = 7681.6$ Н · мм и внутренним давлением $q = 150$ МПа ($t = 0 + 0$); 4 и 5 — в процессе ползучести при $t = \{20; 100\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

Проведем параметрический анализ влияния растягивающей силы, крутящего момента и жестких кинематических ограничений на процесс релаксации остаточных напряжений в рассматриваемом полом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП (режимы нагружения см. табл. 3.5).

Для иллюстрации представим распределения осевых остаточных напряжений $\sigma_z(R, t)$ на внешней поверхности упрочненного полого цилиндрического образца ($R = R_2$) в процессе расчета ползучести для различных режимов с ограничениями (сплошная линия) и без ограничений (штриховая линия) на рис. 3.13–3.14. Расчетные значения осевых напряжений $\sigma_z(R, t)$ в процессе ползучести $t = \{0; 1; 5; 10; 20; 50; 100\}$ ч для различных режимов нагружения при наличии и отсутствии жестких ограничений на перемещения приведены в таблицах 3.6 и 3.7. Через Δ обозначено процентное изменение финальных расчетных значений напряжений при ползучести ($t = 100$ ч) от первоначальных ($t = 0$).

Таблица 3.6. Значения напряжений $\sigma_z(R, t)$ (МПа) на внешней поверхности ($R = R_2$) упрочненного полого цилиндрического образца ЖС6КП в процессе ползучести во временные сечения t при различных режимах нагружения (табл. 3.5) и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения

Время t , ч	Режим нагружения											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	-660.234	-560.235	-460.235	-660.234	-660.234	-460.235	-560.235	-660.234	-560.235	-560.235	-460.235	-660.234
1	-315.879	-281.703	-244.502	-312.682	-303.516	-235.903	-323.533	-360.725	-319.120	-278.962	-262.756	-365.781
5	-238.010	-216.069	-191.558	-235.295	-227.567	-183.592	-249.637	-276.255	-245.529	-213.639	-202.186	-280.779
10	-210.506	-192.412	-171.984	-207.985	-200.832	-164.267	-223.684	-246.820	-219.283	-190.116	-178.368	-251.669
20	-186.135	-171.221	-154.171	-183.796	-177.185	-146.636	-194.298	-211.972	-188.937	-169.052	-149.011	-217.930
50	-158.159	-146.606	-133.026	-156.043	-150.096	-125.670	-99.509	-76.876	-86.849	-144.590	-54.336	-88.186
100	-139.810	-130.277	-118.611	-137.849	-132.370	-111.473	63.167	70.490	66.917	-128.354	74.342	67.673
Δ , %	78.824	76.746	74.228	79.121	79.951	75.779	111.275	110.677	111.944	77.089	116.153	110.250

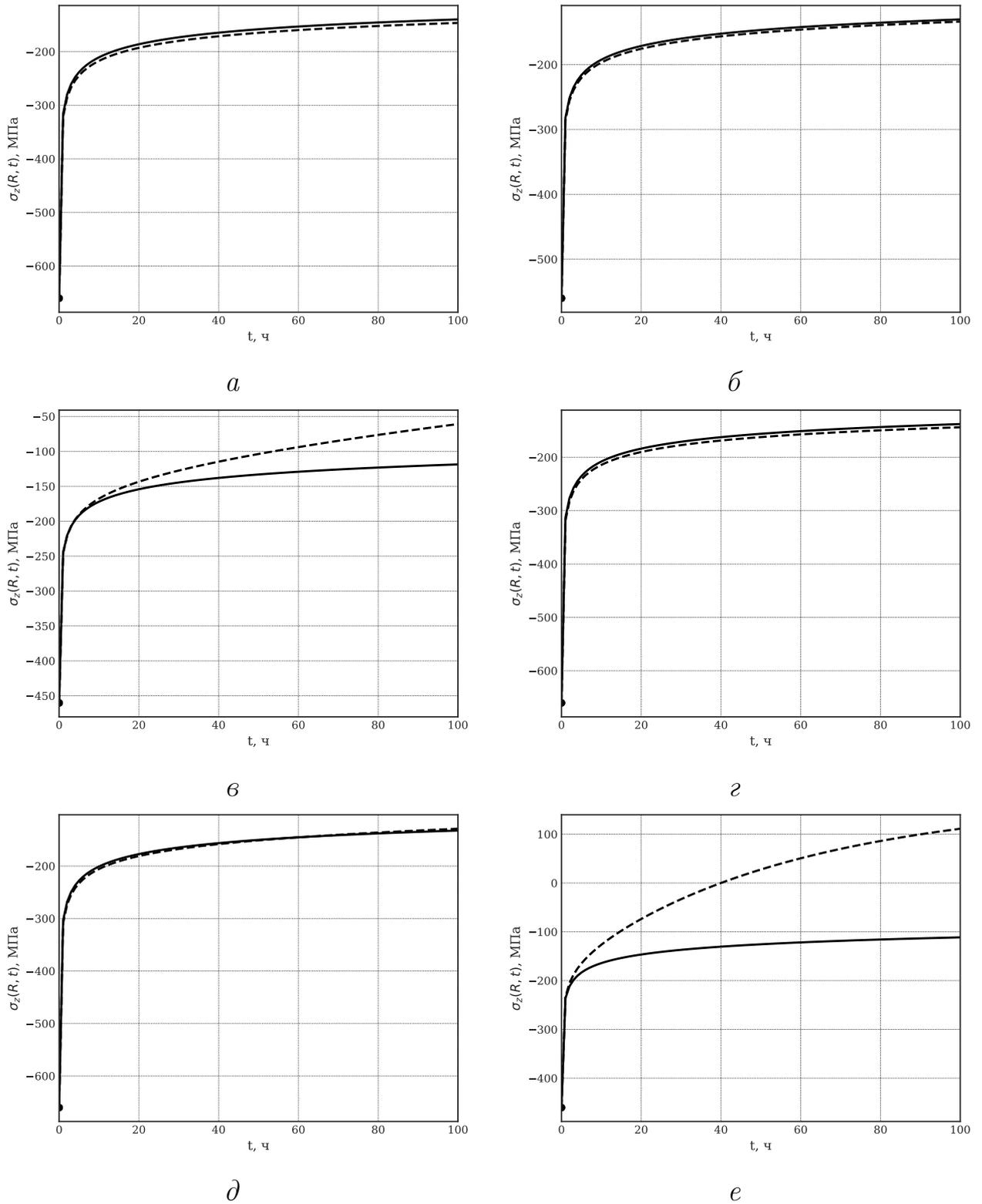


Рис. 3.13. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_z(R, t)$ на внешней поверхности упрочненного полого цилиндрического образца ($R = R_2$) ЖС6КП при различных режимах нагружения: графики а–е соответствуют режимам № 0–5 (табл. 3.5). Обозначения: сплошная линия — с ограничениями на угловые и осевые линейные перемещения, штриховая линия — без ограничений

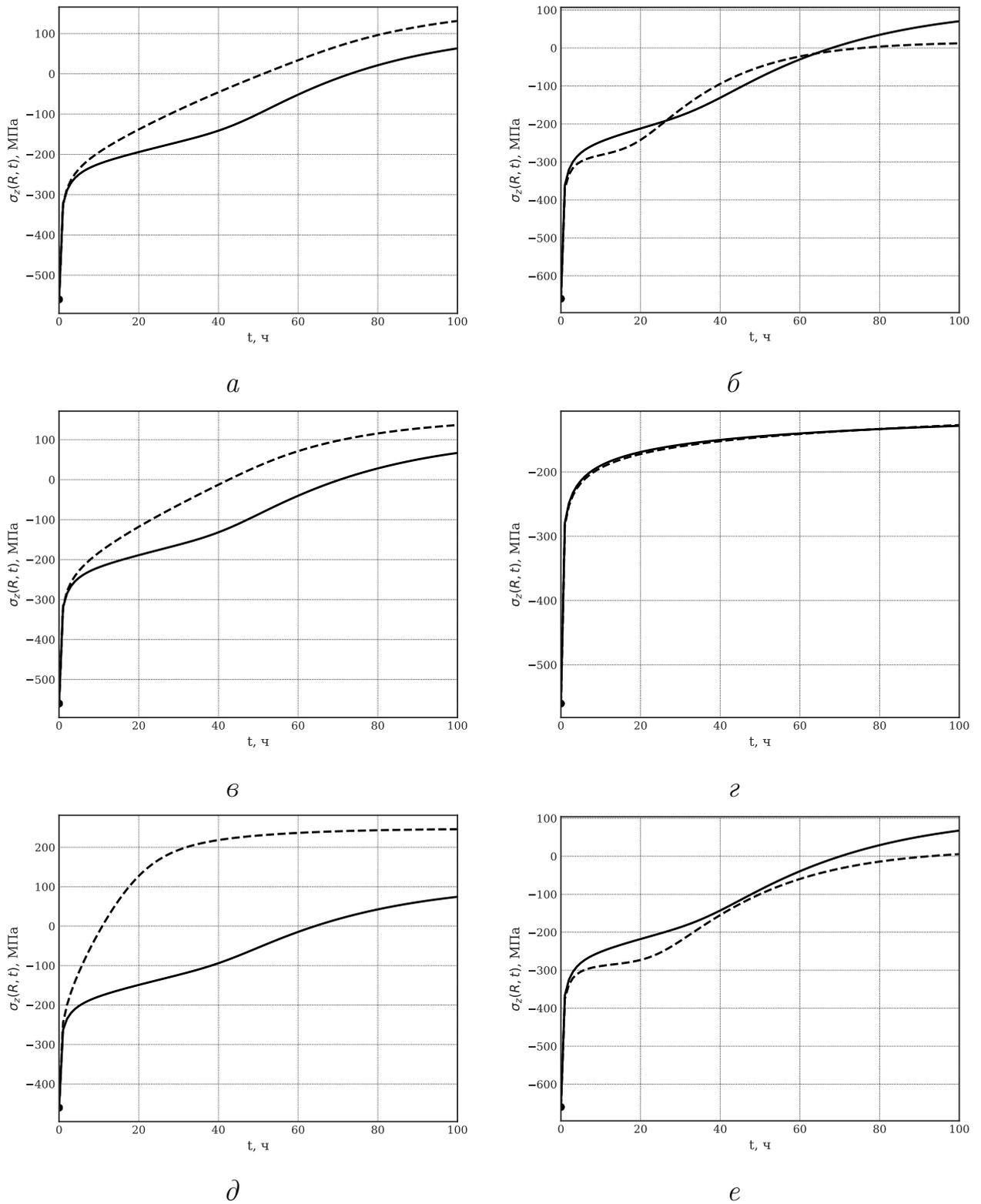


Рис. 3.14. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_z(R, t)$ на внешней поверхности упрочненного полого цилиндрического образца ($R = R_2$) ЖСБКП при различных режимах нагружения: графики а–е соответствуют режимам № 6–11 (табл. 3.5). Обозначения: сплошная линия — с ограничениями на угловые и осевые линейные перемещения, штриховая линия — без ограничений

Таблица 3.7. Значения напряжений $\sigma_z(R, t)$ (МПа) на внешней поверхности ($R = R_2$) упрочненного полого цилиндрического образца ЖС6КП в процессе ползучести во временные сечения t при различных режимах нагружения (табл. 3.5) без кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения

Время t , ч	Режим нагружения											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	-660.234	-560.235	-460.235	-660.234	-660.234	-460.235	-560.235	-660.234	-560.235	-560.235	-460.235	-660.234
1	-321.532	-285.549	-245.705	-318.229	-308.638	-233.204	-322.544	-369.650	-317.308	-282.640	-244.821	-374.681
5	-244.510	-220.443	-190.383	-241.575	-232.767	-164.975	-236.142	-299.038	-227.882	-217.555	-116.110	-303.801
10	-217.160	-196.825	-167.587	-214.366	-205.578	-126.601	-194.956	-281.887	-182.417	-193.805	-14.794	-289.088
20	-192.837	-175.548	-143.369	-190.167	-180.956	-73.820	-138.170	-242.069	-117.887	-172.181	127.198	-272.997
50	-164.789	-150.573	-103.704	-162.245	-151.069	27.584	-4.911	-49.635	34.124	-146.043	229.846	-99.628
100	-146.302	-133.680	-60.852	-143.812	-128.896	111.167	131.320	12.309	136.561	-127.153	245.794	5.659
Δ , %	77.841	76.139	86.778	78.218	80.477	124.154	123.440	101.864	124.376	77.304	153.406	100.857

В целом, для режимов № 0, 1, 3, 9 (табл. 3.5) значительных различий релаксации ОН при наличии и отсутствии ограничений не наблюдается. Однако с увеличением значений нагрузок наблюдается существенное замедление скорости релаксации ОН при наличии ограничений. Так, например, для режимов № 2, 4 (табл. 3.5) и комбинированных режимов № 5, 6, 7, 8, 10 (табл. 3.5) наличие ограничений замедляет процесс релаксации, и разница между процентным изменением значений Δ в расчетах за $t = 100$ ч с ограничениями и без составляет 8–48 %. Что касается режимов № 7 и 11 (табл. 3.5), то получено интересное наблюдение — при совместном действии крутящего момента и внутреннего давления либо только внутреннего давления ограничения ускоряют процесс релаксации, и к окончанию расчета ползучести напряжения практически полностью релаксировали. Данный эффект является негативным с точки зрения инженерной практики.

В качестве иллюстрации влияния ограничений при комбинированном действии растяжения и кручения на процесс релаксации ОН в полом упрочненном образце рассмотрим режимы нагружения № 5 и 10 (табл. 3.5), где образец находится под действием растягивающей силы $F_0 = 6369.6$ Н, крутящего момента $M_0 = 7681.6$ Н·мм и внутреннего давления $q = 150$ МПа (рис. 3.15, 3.16).

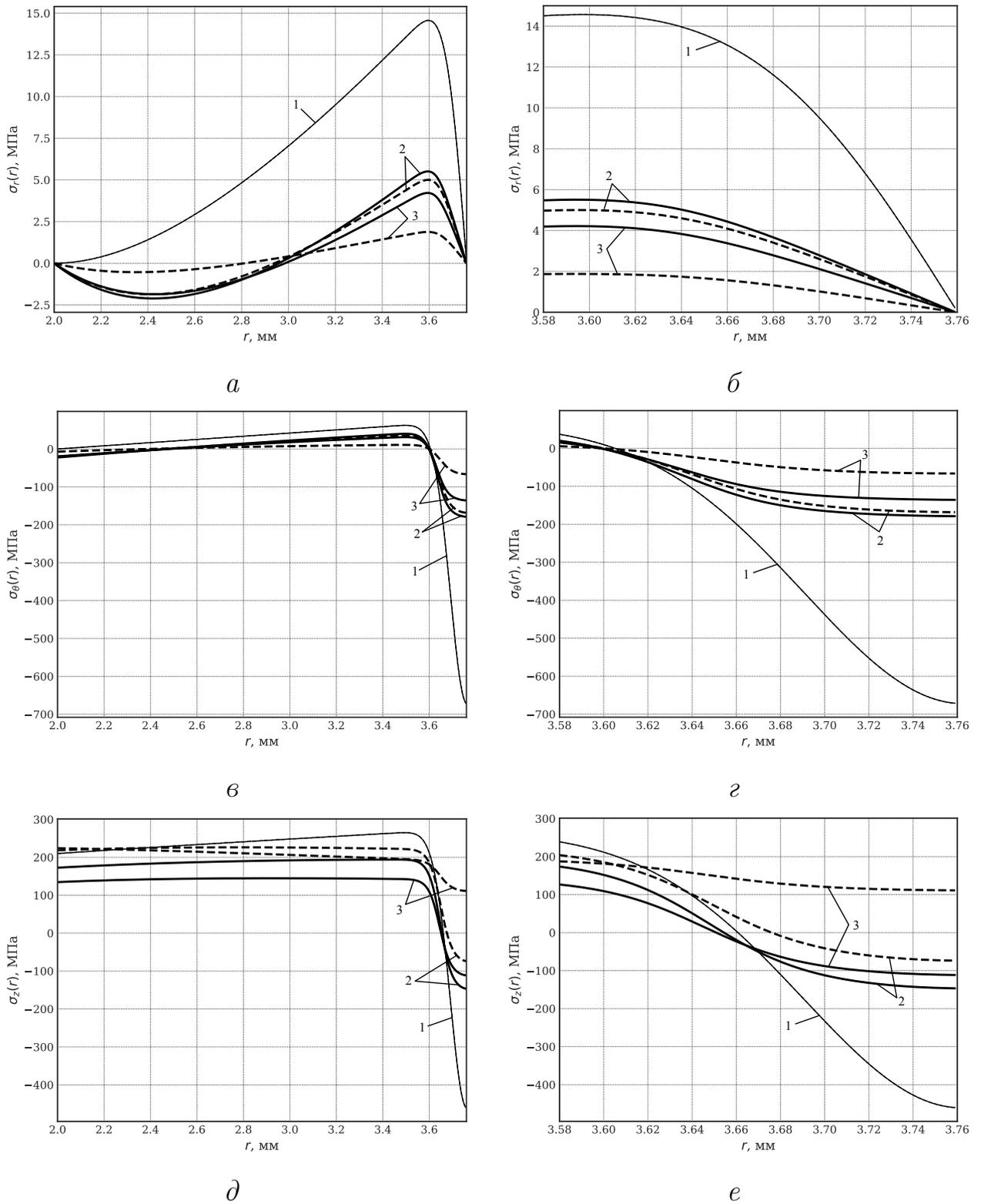


Рис. 3.15. Расчетные эпюры релаксации остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) в процессе ползучести во время $t = \{0; 20; 100\}$ ч по всей области полого цилиндрического образца ЖСБКП (слева) и в приповерхностном упроченном слое (справа) при режиме нагружения № 5 (табл. 3.5). Обозначения: 1 – $t = 0$ ч (состояние после температурно-силового нагружения $t = 0 + 0$), 2 – $t = 20$ ч, 3 – $t = 100$ ч; сплошная линия – с ограничениями на угловые и осевые линейные перемещения, штриховая линия – без ограничений

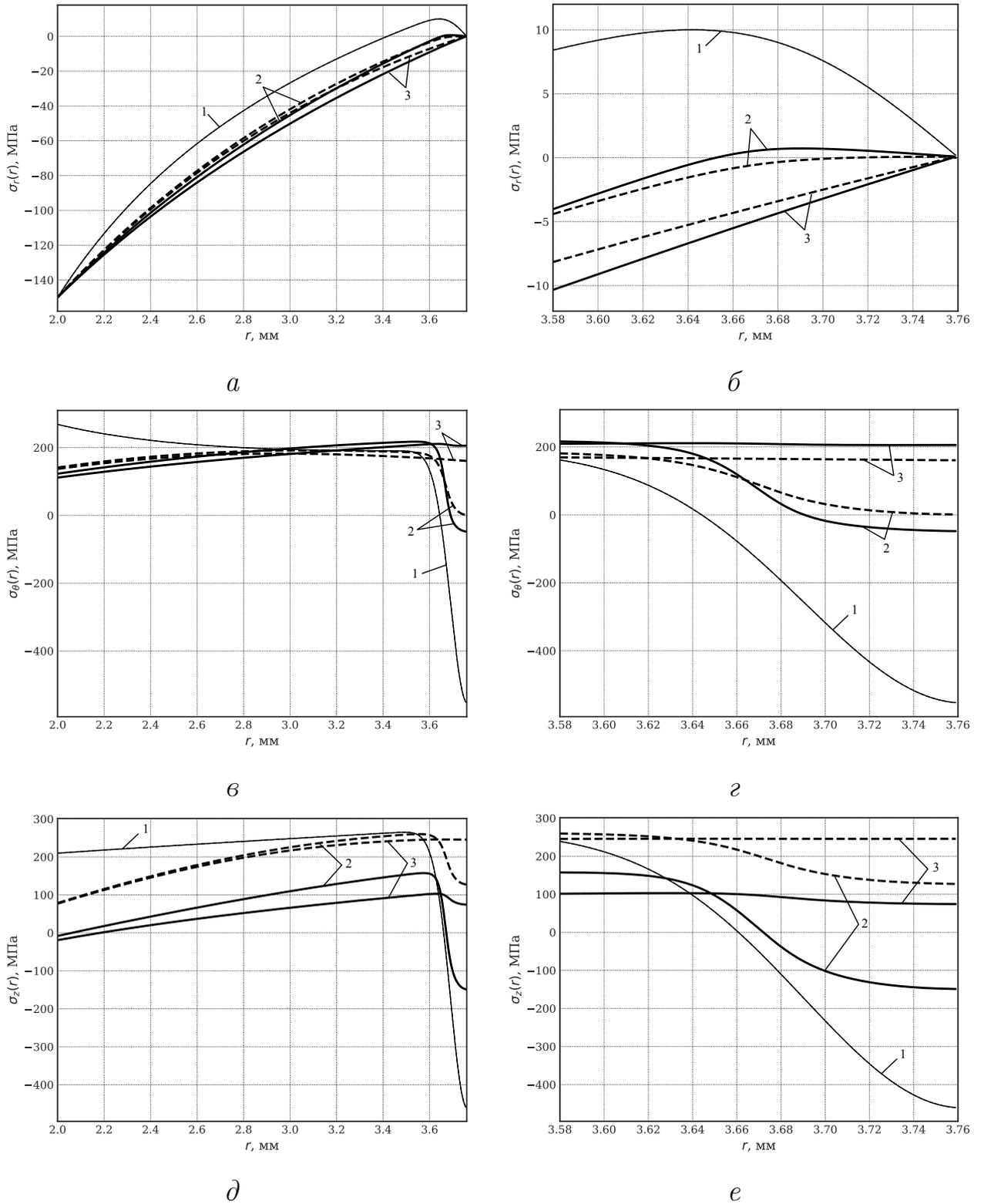


Рис. 3.16. Расчетные эпюры релаксации остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) в процессе ползучести во время $t = \{0; 20; 100\}$ ч по всей области полого цилиндрического образца ЖСБКП (слева) и в приповерхностном упроченном слое (справа) при режиме нагружения № 10 (табл. 3.5). Обозначения: 1 – $t = 0$ ч (состояние после температурно-силового нагружения $t = 0 + 0$), 2 – $t = 20$ ч, 3 – $t = 100$ ч; сплошная линия – с ограничениями на угловые и осевые линейные перемещения, штриховая линия – без ограничений

Сравнивая кривые релаксации ОН в процессе ползучести расчетных экспериментов для режимов № 5 (рис. 3.15) и 10 (рис. 3.16) из таблицы 3.5 за время $t = \{0; 20; 100\}$ ч можно заключить, что в обоих случаях при наличии ограничений на перемещения (сплошная линия) процесс релаксации ОН идет медленнее, чем при их отсутствии (штриховая линия). Причем действие внутреннего давления в дополнение к приложенным силе и крутящему моменту интенсифицирует процесс релаксации, и значения компонент тензора остаточных напряжений стремятся к асимптотическим значениям быстрее. В этом плане наиболее показательны графики $\sigma_z(r, t)$ для режима № 10 (рис. 3.16).

При комбинированных нагрузках сделаем попарное сравнение режимов без нагружения внутренним давлением и под его действием при наличии кинематических ограничений на перемещения и соответственно без них. На рис. 3.17 представлены парные графики режимов № 8 и 9 (а), № 3 и 7 (б), № 1 и 6 (в), № 5 и 10 (г) (табл. 3.5), штриховая линия показывает распределение осевой компоненты на внешней поверхности образца без ограничений на перемещения, а сплошная линия — при наличии ограничений на перемещения.

Анализируя результаты, можно сделать следующие заключения:

- при кручении, растяжении и внутреннем давлении (режим № 8, табл. 3.5) наличие ограничений замедляет процесс релаксации, однако при аналогичных условиях, но без действия внутреннего давления (режим № 9, табл. 3.5) существенного влияния ограничений на релаксацию ОН не наблюдается (рис. 3.17, а);
- при кручении и внутреннем давлении (режим № 7, табл. 3.5) наличие ограничений ускоряет процесс релаксации, однако при чистом кручении (режим № 3, табл. 3.5) существенной разницы не наблюдается (рис. 3.17, б);
- при растяжении и внутреннем давлении (режим № 6, табл. 3.5) наличие ограничений замедляет процесс релаксации, однако при чистом растяжении (режим № 1, табл. 3.5) существенного влияния ограничений на релаксацию не наблюдается (рис. 3.17, в).

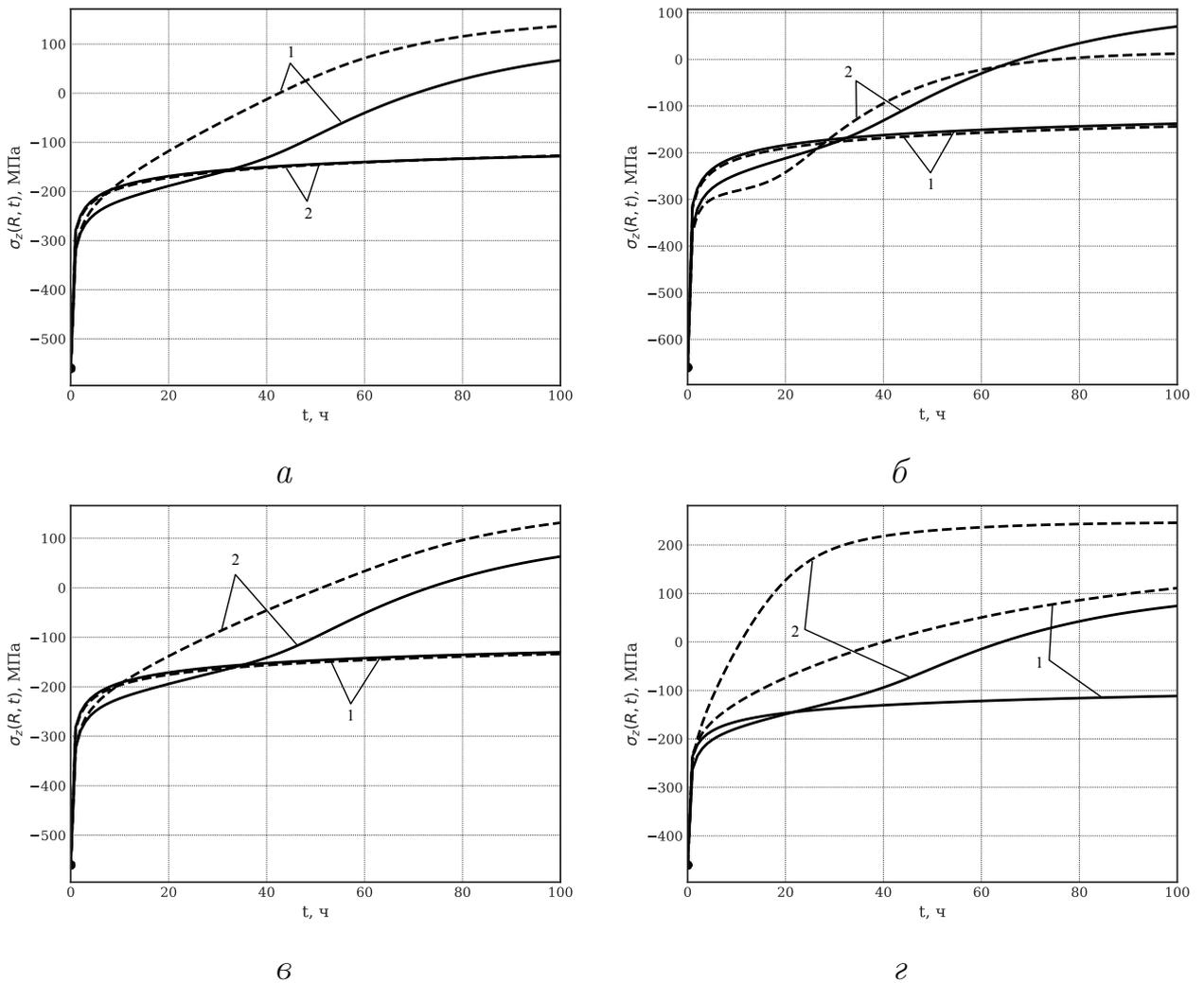


Рис. 3.17. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_z(R, t)$ на внешней поверхности упрочненного полого цилиндрического образца ($R = R_2$) ЖСбКП при различных режимах нагружения (табл. 3.5), цифры 1 и 2 соответствуют режимам № 8 и 9 (а), № 3 и 7 (б), № 1 и 6 (в), № 5 и 10 (г). Обозначения: сплошная линия — с ограничениями на угловые и осевые линейные перемещения, штриховая линия — без ограничений

Незначительная разница между распределениями $\sigma_z(R, t)$ расчетных значений с кинематическими ограничениями и без них (режимы № 1, 3, 9, рис. 3.17), как было рассмотрено выше, может быть обусловлена недостаточно большой нагрузкой, поскольку увеличение вдвое растягивающей силы и крутящего момента существенно сказываются на кинетике напряжений при релаксации, особенно в режимах сложного нагружения. Это подтверждается экспериментами режимов № 5 и 10 (рис. 3.17, г). Так, приложение «максимальной» комбинированной нагрузки из растяжения, кручения и внутреннего давления с увеличенными

значениями приложенных усилий способствует не только ускорению процесса релаксации ОН, но также показательно с точки зрения эффективности применения жесткого кинематического ограничения (ограничений на перемещения). Если говорить непосредственно о влиянии внутреннего давления, то, в соответствии с рассмотренными экспериментальными расчетами, воздействие внутреннего давления интенсифицирует процесс релаксации.

Таким образом, результаты параметрического анализа в целом подтверждают существенное влияние кинематических ограничений на перемещения и для полых внешне упрочненных образцов при сложном нагружении в условиях ползучести, а согласованность расчетных значений в предельных случаях с соответствующими им асимптотическими (теоретическими) значениями при $t \rightarrow \infty$ подтверждает адекватность разработанной расчетной методики. Полученные результаты могут быть полезны в инженерной практике при оценке ресурса упрочненных деталей и проектировании конструкций, эксплуатируемых в подобных условиях при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения.

3.7. Исследование влияния растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления на релаксацию остаточных напряжений в двухсторонне упрочненном полом цилиндра в условиях ползучести при кинематических ограничениях на перемещения

Тонкостенные цилиндрические оболочки находят широкое применение в разных сферах промышленности и являются важными конструктивными элементами в ряде технических систем. Так, например, трубный металлопрокат используется для изготовления теплообменников, трубопроводных систем и ин-

женерных коммуникаций, металлоконструкций, также применяется на предприятиях химической, нефтегазовой, пищевой отраслей и в приборостроении. Продолжительная эксплуатация в тяжелых условиях (пиковые нагрузки, повышенные температуры, агрессивность условий окружающей среды и продуктов транспортировки и т. д.) способствует разрушению оборудования, материалов и ухудшению их физико-механических свойств. В связи с этим используются разнообразные технологические упрочняющие операции, рассмотренные в главе 1, повышающие ресурс конструкционных элементов такого типа.

В рамках настоящего исследования рассматривались тонкостенные трубки $\varnothing 12 \times 1$ мм из нержавеющей стали X18H10T (и ее раннего аналога — 08X18H9), двухсторонне упрочненные с внутренней и внешней поверхности методом виброударной обработки дробью (УЗУ) [1, 17, 51, 58, 145, 161].

Выбор данного объекта исследования объясняется нижеизложенными причинами. Во-первых, нержавеющая сталь X18H10T (и ее аналоги) является одним из востребованных материалов благодаря высокой стойкости к коррозии, низкому удельному весу, устойчивости к перепадам температур и воздействию кислот, щелочей, солей и прочих агрессивных веществ, а также легкости в обработке. Эксплуатационные и физико-механические свойства позволяют использовать трубчатые изделия из X18H10T в машиностроении и станкостроении, строительстве, судостроении и авиадвигателестроении, нефтяной и пищевой промышленности и устройстве гидравлических систем. Во-вторых, прямолинейные бесшовные трубки $\varnothing 12 \times 1$ мм служат частью конструкций летательных аппаратов и трубопроводов в авиационных пневмогидросистемах, а значит, имеются данные лабораторных испытаний модельных образцов, которые в дальнейшем могут быть использованы для построения соответствующих теорий и математических моделей.

На первом этапе решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений (3.16)–(3.23) требуется сформировать поля остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД) после процедуры упрочнения. В качестве дан-

ных для формирования напряженно-деформированного состояния на момент времени $t = 0 - 0$ автором диссертации использовались экспериментальные данные для трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм (внутренний радиус — $R_1 = 5$ мм, внешний радиус — $R_2 = 6$ мм) из стали X18H10T после двухстороннего виброударного упрочнения дробью, полученные на кафедре «Соппротивление материалов» Самарского национального исследовательского университета имени С. П. Королева методом колец и полосок [34–36] и опубликованные в работе [61] авторов В. П. Радченко, В. Ф. Павлова, М. Н. Саушкина и Т. И. Бербасовой. Процедура виброударной обработки трубок проводилась на специализированном вибростенде в соответствии со схемой испытаний, описанной в работе [61].

На рис. 3.18 маркерами представлены распределения экспериментальных данных остаточных напряжений окружной $\sigma_\theta(r)$ и осевой $\sigma_z(r)$ компонент в областях, прилегающих к внутренней (а) и внешней (б) поверхностям рассматриваемого цилиндрического образца, а также на всей его области определения (в).

Из анализа экспериментальных данных (см. рис. 3.18) можно заметить, что вследствие виброударного поверхностного упрочнения микрошариками возникают «благоприятные» сжимающие остаточные напряжения как у внутренней, так и у внешней поверхностей трубок. Эти напряжения достигают значительной величины, которая позволяет нивелировать последствия механической обработки поверхности изделия.

Феноменологическая методика реконструкции полей ОН и ПД для двухстороннего упрочнения полого цилиндрического образца [61] совпадает с расчетной схемой (3.7), где в качестве функциональной зависимости для аппроксимации экспериментальных данных окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ используется зависимость (1.10) вида

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp \left[- \frac{(r - R_1 - h_1^*)^2}{b_1^2} \right] - \sigma_2 \exp \left[- \frac{(R_2 - r - h_2^*)^2}{b_2^2} \right], \quad (3.48)$$

где $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, b_1, b_2, h_1^*, h_2^*$ — параметры, методика определения которых подробно изложена в диссертации Т. И. Бербасовой [5]. Ниже опишем лишь некоторые

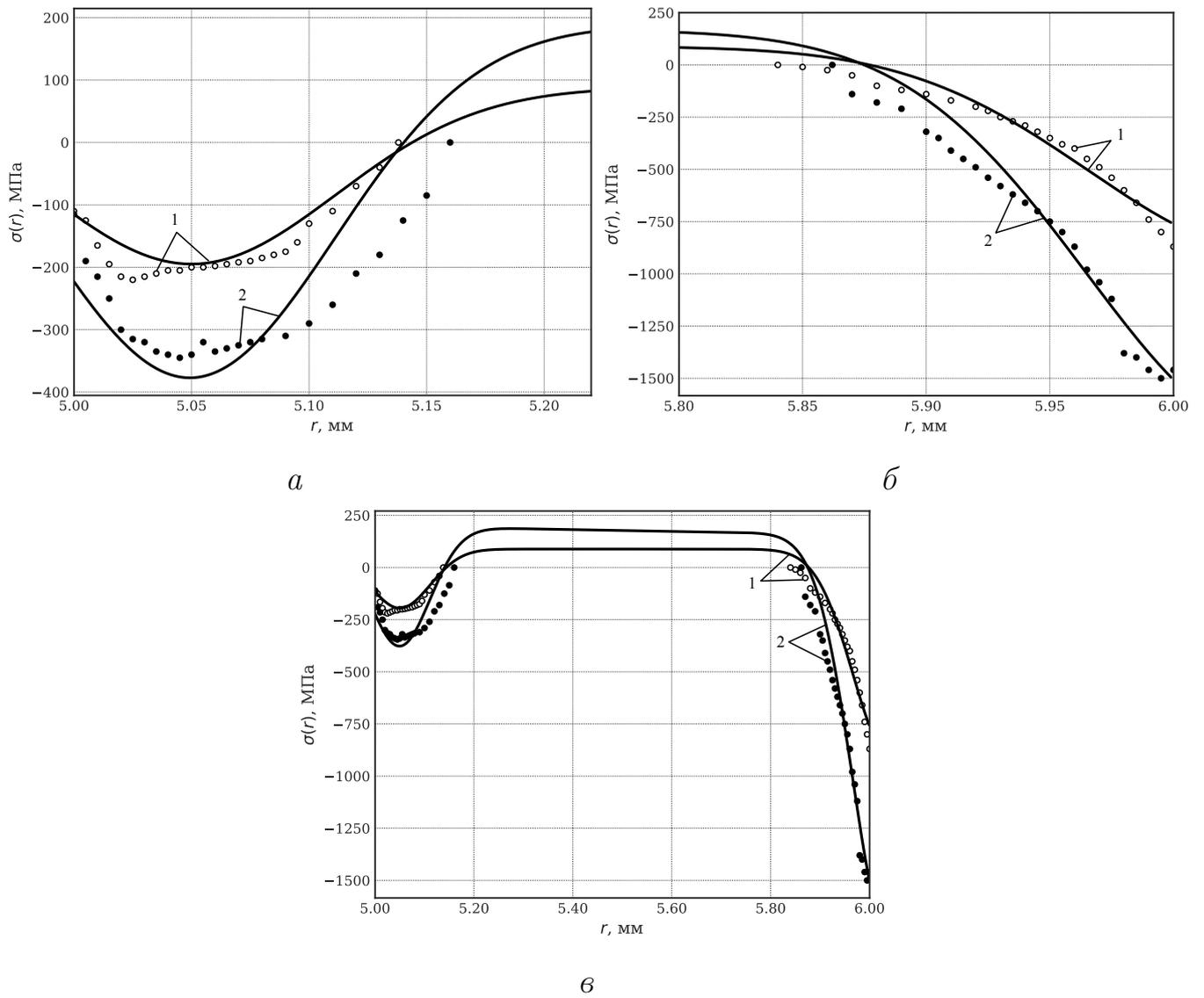


Рис. 3.18. Экспериментальные (маркеры) и расчетные зависимости окружной $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ (1) и осевой $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ (2) компонент тензора остаточных напряжений в областях, прилегающих к внутренней (а) и внешней (б) поверхностям и на всей области определения $r \in [R_1, R_2]$ (в) трубок из стали X18H10T после двухстороннего виброударного упрочнения

ключевые моменты.

Структура функциональной зависимости (3.48) выбиралась исходя из экспериментальных данных окружных остаточных напряжений на рис. 3.18, результирующий схематический график зависимости $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ по всей области определения образца $r \in [R_1, R_2]$ приведен на рис. 3.19.

Данный график качественно отражает характер зависимости экспериментальных данных по области определения образца, а в приповерхностных обла-

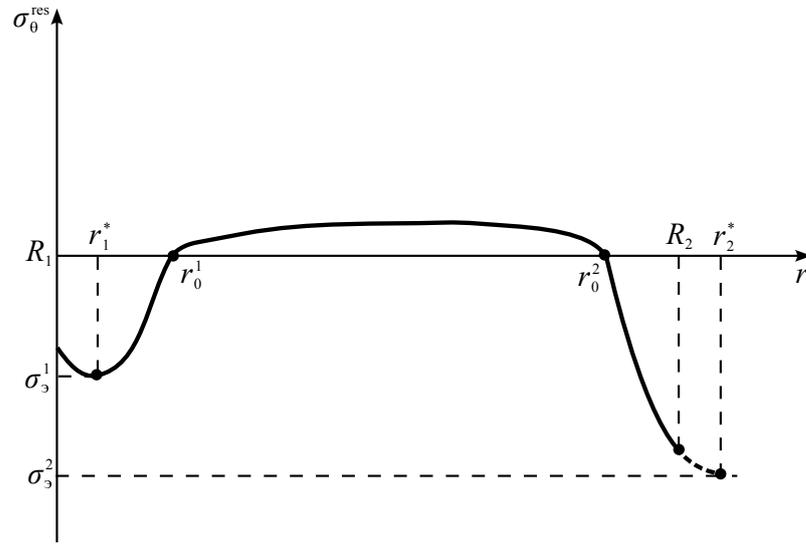


Рис. 3.19. Схематический график зависимости остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после виброударного упрочнения внутренней и внешней поверхностей полого цилиндрического образца

стях обладает важной особенностью: в области внешней упрочненной поверхности (при $r = R_2$) отсутствует локальный экстремум. Чтобы воспользоваться аппроксимацией (3.48), по рекомендации авторов [61] необходимо произвести процедуру экстраполяции экспериментальных данных в фиктивную область $r > R_2$ (см. рис. 3.19), тем самым получая «фиктивный» локальный экстремум.

Что касается численных значений параметров аппроксимации (3.48), то $h_1^* = r_1^* - R_1$ и $h_2^* = R_2 - r_2^*$ определяются из графиков зависимости окружной компоненты тензора ОН $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ (рис. 3.19), а σ_0 , σ_1 , σ_2 , b_1 и b_2 — из решения системы нелинейных алгебраических уравнений, образованных функциональными уравнениями

$$\sigma_\theta(r_1^*) = \sigma_3^1; \quad \sigma_\theta(r_2^*) = \sigma_3^2; \quad \sigma_\theta(r_1^0) = 0, \quad \sigma_\theta(r_2^0) = 0, \quad (3.49)$$

условием самоуравновешенности

$$\int_{R_1}^{R_2} \sigma_\theta(r) dr = 0, \quad (3.50)$$

и последовательным итерационным уточнением их значений путем минимизации среднеквадратического отклонения расчетных значений $\sigma_\theta(r)$ от экспери-

ментальных данных. При этом $r_1^* = R_1 + h_1^*$, $r_2^* = R_2 - h_2^*$ — значения радиуса, в которых достигаются локальные экстремумы σ_3^1 и σ_3^2 экспериментальной эпюры $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$; r_1^0 и r_2^0 — значения радиусов, соответствующие точкам экспериментальной зависимости окружной компоненты тензора ОН, принимающие нулевые значения во внутренней и внешней приповерхностных областях полого цилиндрического образца.

Так, на основе графиков распределений экспериментальных данных на рис. 3.18 определены следующие значения характерных точек [5]: для внутренней области — $h_1^* = 0.05$ мм, $r_1^0 = 5.16$ мм, $r_1^* = R_1 + h_1^* = 5.05$ мм, $\sigma_3^1 = -205.8$ МПа; для внешней области — $h_2^* = -0.04$ мм, $r_2^0 = 5.862$ мм, $r_2^* = R_2 - h_2^* = 6.04$ мм, $\sigma_3^2 = -999.6$ МПа. Далее, используя эти значения в системах функционально-интегральных уравнений (3.49), (3.50), в результате численной итерационной процедуры были получены значения параметров двухсторонне упрочненных трубок X18H10T [61]: $b_1 = 0.087$ мм, $b_2 = 0.105$ мм, $\sigma_0 = 88.4$ МПа, $\sigma_1 = 283.2$ МПа, $\sigma_2 = 981.6$ МПа. В итоге аппроксимация окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ (3.48) запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^{\text{res}}(r) = 88.4 - 283.2 \exp \left[- \left(\frac{r - R_1 - 0.05}{0.087} \right)^2 \right] - \\ - 981.6 \exp \left[- \left(\frac{R_2 - r + 0.04}{0.105} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Расчетные значения, построенные по описанной выше аппроксимации, представлены на рис. 3.18 сплошной линией 1, наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных.

Остальные компоненты тензора остаточных напряжений и пластических деформаций рассчитываются по стандартной схеме (3.7). Отметим важный фактор: в методике (3.7) фигурирует параметр анизотропии упрочнения α , который при изотропном упрочнении равен единице, а осевая и окружная компоненты практически совпадают [96]. Однако анализ графиков данных экспериментов на рис. 3.18 показывает существенное различие $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и $\sigma_z^{\text{res}}(r)$, поэтому да-

лее с использованием экспериментальных данных осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ во внутреннем и внешнем приповерхностных слоях был проведен апостериорный анализ задачи, который состоит в следующем. Используя зависимость (3.51), варьируется значение величины параметра анизотропии α , и при каждом определенном значении реализуется расчетная схема (3.7), позволяющая получить распределения всех компонент ОН и ПД. Затем, используя полученные теоретические зависимости для $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$, итерационно осуществляется процедура уточнения значения α путем минимизации функционала среднеквадратического отклонения Δ_z между расчетными теоретическими $\sigma_z^{\text{res}}(r_i)$ и экспериментальными $\sigma_z^{\text{э}}(r_i)$ значениями осевых компонент тензора остаточных напряжений в точках r_i дискретизации отрезка $[R_1, R_2]$:

$$\Delta_z = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n [\sigma_z^{\text{res}}(r_i) - \sigma_z^{\text{э}}(r_i)]^2}{\sum_{i=1}^n [\sigma_z^{\text{э}}(r_i)]^2} \right\}^{1/2} \rightarrow \min .$$

В результате реализации описанного выше подхода получено, что параметр анизотропии упрочнения равен $\alpha = 4.2$ [83]. В расчетах полагалось, что модуль Юнга равен $E = 1.98 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона — $\mu = 0.285$. Расчетная зависимость осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ с учетом параметра анизотропии α согласно (3.6) показана сплошной линией 2 на рис. 3.18. Таким образом, наблюдается факт существенной анизотропии распределения остаточных напряжений и, как следствие, пластических деформаций по окружной и осевой компонентам по всей области $r \in [R_1, R_2]$, что убедительно подтверждает гипотезу $q_z(r) = \alpha q_\theta(r)$, принятую в феноменологической методике (3.7) [96].

Итак, НДС после процедуры ППД на момент времени $t = 0 - 0$ сформировано. Далее происходит «мгновенная» температурно-силовая нагрузка образца ($t = 0 + 0$) и последующая фиксация угловых и осевых деформаций по методике, описанной в пункте 3.3, а затем — решение краевой задачи релаксации ОН при заданном режиме нагружения и ограничениях в процессе ползучести (3.46) на временном интервале $t \in [0, t^*]$ (t^* — время расчета ползучести).

Ранее отмечалось, что для реализации расчетной методики релаксации ОН (3.46) требует выбора теории ползучести в соответствии с экспериментальными данными материала изделия. Как правило, рабочая температура эксплуатации деталей из стали X18H10T не должна превышать $T = 600^\circ\text{C}$. Однако на момент написания диссертации и проведения теоретико-экспериментальных исследований [85] в научной литературе не удалось найти экспериментальные данные для X18H10T в соответствующем диапазоне температур. Имеются только данные, описывающие кратковременную ползучесть при $T = 850^\circ\text{C}$ и малых значениях растягивающих напряжений $\sigma = \{40; 50; 60; 80\}$ МПа [54]. Именно поэтому в настоящей работе, согласно рекомендации авторов [59], для моделирования ползучести и расчета релаксации ОН используются экспериментальные данные раннего аналога стали X18H10T — 08X18H9 из работы [63]. В этой работе приведены экспериментальные данные одноосной ползучести при температуре $T = 600^\circ\text{C}$ и шести уровнях растягивающих напряжений $\sigma = \{190; 200; 220; 240; 260; 280\}$ МПа, представленные на рис. 3.20 маркерами.

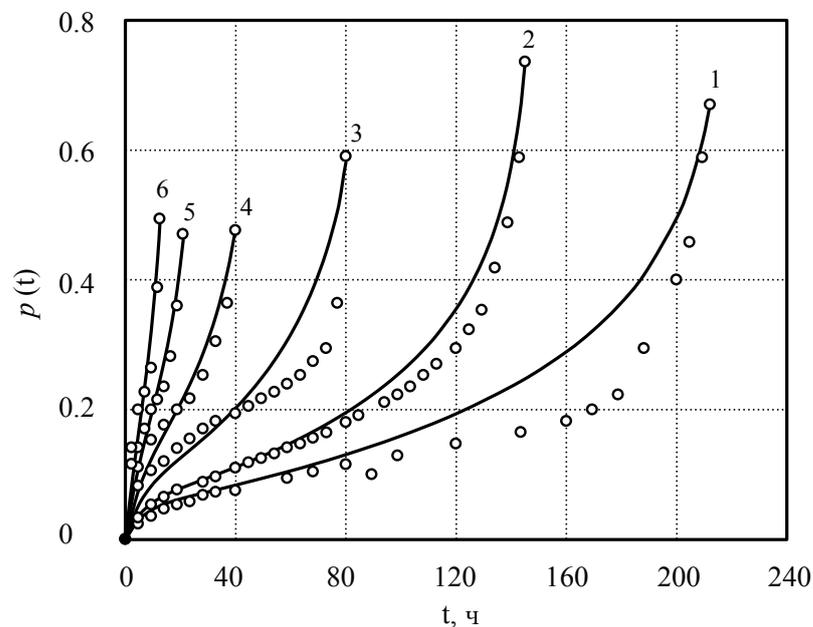


Рис. 3.20. Экспериментальные (маркеры) и расчетные (сплошные линии) кривые одноосной ползучести стали 08X18H9 при $T = 600^\circ\text{C}$ и растягивающих напряжениях σ_0 : 1 — $\sigma_0 = 190$ МПа, 2 — $\sigma_0 = 200$ МПа, 3 — $\sigma_0 = 220$ МПа, 4 — $\sigma_0 = 240$ МПа, 5 — $\sigma_0 = 260$ МПа, 6 — $\sigma_0 = 280$ МПа

На основе экспериментальных данных и характера зависимостей деформаций ползучести от времени $p(t)$ в работе [59] для материала 08X18H9 построена реологическая модель, основанная на теории ползучести энергетического типа [111], в общем случае задаваемая соотношениями (1.22)–(1.28). Данная теория была преобразована соответствующим образом на случай одноосного нагружения, причем ввиду необратимости деформации ползучести вязкоупругой компонентой $u(t)$ справедливо пренебречь ($u(t) \equiv 0$). Поэтому при постоянном напряжении σ_0 интегрирование соответствующих уравнений (1.22)–(1.28) позволяет получить зависимость для одноосной деформации ползучести [59]:

$$p(t) = \sum_{k=1}^s b_k (1 - e^{-\lambda_k t}) (\sigma_0)^n - \frac{1}{m\sigma_0\beta} \ln |1 - \beta m c (\sigma_0)^{m+1} t|, \quad (3.52)$$

которая использовалась для процедуры идентификации параметров реологической модели [111], записанной в виде:

$$p_{ij} = v_{ij} + w_{ij}; \quad (3.53)$$

$$\dot{w}_{ij} = \frac{3}{2} c \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{m-1} \frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right); \quad (3.54)$$

$$v_{\nu\nu}(t) = (1 + \mu'') \beta_{\nu\nu}(t) - \mu'' (\beta_{11}(t) + \beta_{22}(t) + \beta_{33}(t)); \quad (3.55)$$

$$\dot{\beta}_{\nu\nu}(t) = \begin{cases} \lambda \left[b \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right], & \left[b \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right] \sigma_{\nu\nu} > 0; \\ 0, & \left[b \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right] \sigma_{\nu\nu} \leq 0; \end{cases} \quad (3.56)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 (1 + \omega); \quad (3.57)$$

$$\dot{\omega} = \beta \sigma_{ij} \dot{p}_{ij}, \quad \beta = \alpha_1 (\sigma_0)^{m_\alpha}, \quad (3.58)$$

где p_{ij} — тензор деформаций ползучести; w_{ij} и v_{ij} — тензоры деформаций вязкого течения и вязкопластической (необратимой) компоненты деформаций ползучести; μ'' — коэффициент Пуассона для компоненты $v_{\nu\nu}$ (согласно рекомендациям [111] можно считать $\mu'' = 0.42$); S — интенсивность напряжений; σ_{ij} , σ_{ij}^0 — тензоры истинных и номинальных напряжений; ω — параметр поврежденности; c , n , λ , b , m , σ^* , α_1 , m_α — реологические константы; индексы 11, 22, 33 соответствуют главным осям r , θ , z .

В результате применения к одноосным испытаниям ползучести [63] численной методики [87] получены следующие значения реологических параметров модели (3.53)–(3.58) при $T_1 = 600\text{ °C}$: $c = 3.33 \cdot 10^{-20}$, $m = 7.2$, $\lambda = 0.17$ (1/ч), $b = 4.27 \cdot 10^{-9}$, $n = 3.087$, $\sigma^* = 1$ МПа, $\alpha_1 = 7.49$, $m_\alpha = -1.443$.

Расчетные зависимости ползучести по формуле (3.52) при определенных реологических параметрах отображены на рис. 3.20 сплошными линиями. Наблюдается соответствие экспериментальных и расчетных данных.

Таким образом, для решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в настоящем исследовании используется комбинированный набор данных: начальные данные после упрочнения соответствуют экспериментальным данным тонкостенных цилиндров из стали X18H10T, а для расчета ползучести и релаксации — реологические данные ее раннего аналога — 08X18H9 ($T_0 = 20\text{ °C}$, $E_0 = 1.98 \cdot 10^5$ МПа, $T_1 = 600\text{ °C}$, $E_1 = 1.53 \cdot 10^5$ МПа).

Проведем детальный анализ кинетики остаточных напряжений в процессе ползучести при различных режимах нагружения и исследуем влияние кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения на процесс релаксации ОН. Рассматриваемые режимы нагружения для удобства приведены в таблице 3.8.

Таблица 3.8. Режимы нагружения полых двухсторонне упрочненных трубок из стали 08X18H9 (аналог X18H10T) при температуре эксплуатации $T_1 = 600\text{ °C}$

Режим нагружения	Осевая сила F_0 , Н	Крутящий момент M_0 , Н · мм	Внутреннее давление q , МПа
0	0	0	0
1	3455.75	0	0
2	0	0	20
3	3455.75	0	20
4	0	4391.68	20
5	3455.75	4391.68	20
6	0	4391.68	0

Отметим, что в [83] авторами проводились исследования чистой термоэкспозиции, осевого растяжения, внутреннего давления и совместного действия растяжения и внутреннего давления на аналогичных цилиндрических образцах в состоянии поставки и после двухстороннего упрочнения. Однако в этом исследовании намеренно было сделано несколько допущений для упрощения экспериментальных расчетов: температурная деформация при переходе от температуры упрочнения $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до эксплуатационной $T_1 = 600^\circ\text{C}$ не учитывалась, и все расчеты производились при модуле Юнга $E_0 = E_1 = 1.98 \cdot 10^5$ МПа. Поэтому данные расчеты иллюстрируют качественный характер основных тенденций релаксации остаточных напряжений. Режим кручения, а также введение жестких кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения ранее для полых двухсторонне упроченных цилиндрических образцов вообще не рассматривались, поэтому результаты настоящего исследования носят принципиально новый характер.

На рис. 3.21–3.27 представлены зависимости радиальной $\sigma_r(r, t)$, окружной $\sigma_\theta(r, t)$ и осевой $\sigma_z(r, t)$ компонент тензора ОН при режимах нагружения из таблицы 3.8 в различные моменты времени за расчетное время $t = 50$ ч. Начальные данные после упрочнения показаны кривыми и маркерами 1, температурная и силовая нагрузка — 2 и 3, эпюры релаксации остаточных напряжений во время $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч представлены кривыми 4–6 (сплошные линии — при наличии жестких ограничений на угловые и осевые линейные перемещения, штриховые линии — при отсутствии ограничений). Можно заметить, что при приложении внешних нагрузок наблюдается ступенчатое изменение соответствующих нагрузкам компонент тензора ОН. Так, например, при осевом растяжении трубок внешней силой $F_0 = 3455.75$ Н (режим № 1, табл. 3.8) осевое напряжение изменяется на величину приложенной нагрузки 100 МПа, а с течением времени асимптотически (теоретически при $t \rightarrow \infty$) достигает ее (рис. 3.22 (d, e)). При действии внутреннего давления $q = 20$ МПа (режим № 2, табл. 3.8) наблюдается ступенчатое изменение окружного напряжения $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, t)$ в момент приложе-

ния нагрузки (рис. 3.23 (в, з)), а также ступенчатое изменение радиального напряжения $\sigma_r = \sigma_r(r, t)$ — на внутреннем радиусе эта величина соответствует как раз 20 МПа (рис. 3.23, а). При комбинированном нагружении (режимы № 3–5) для всех компонент происходит «скачок» компонент тензора ОН на величину «рабочих» напряжений, соответствующим значениям приложенных нагрузок (рис. 3.24–3.26).

Из анализа результатов расчетов можно заключить, что в целом, при наличии кинематических ограничений во всех испытаниях наблюдается уменьшение скорости релаксации остаточных напряжений, что с точки зрения практики является положительным фактором. Наиболее показательными в этом случае являются режимы комбинированного нагружения, когда помимо «мгновенного» прогрева образец подвергается воздействию сразу нескольких внешних нагрузок (растяжение, кручение, внутреннее давление) — примерами таких режимов (см. табл. 3.8) являются режимы № 3 (рис. 3.24), № 4 (рис. 3.25) и № 5 (рис. 3.26). Несмотря на идентичное начальное напряженно-деформированное состояние, к 50 часам расчета разница в значениях осевых компонент остаточных напряжений при отсутствии кинематических ограничений и их наличии может достигать порядка 3-х раз. Примечательно, что со стороны внешней поверхности образца релаксация ОН протекает несколько быстрее, чем на внутренней поверхности. Кроме того, во всех рассмотренных режимах нагружения релаксация ОН без кинематических ограничений происходит довольно быстро, и уже к моменту времени $t = 0.1$ ч компоненты в 3–4 раза меньше (по модулю) по сравнению с первоначальными, а к $t = 50$ ч и вовсе наблюдается практически полная релаксация ОН на упрочненных поверхностях образца. Зависимости остаточных напряжений приобретают асимптотический характер, и величины компонент при отсутствии кинематических ограничений достигают величин приложенных нагрузок, что является одним из критериев адекватности разработанного метода расчета. Таким образом, наличие ограничений замедляет процесс релаксации остаточных напряжений.

Проведенный в настоящей главе параметрический анализ влияния температуры, сложных режимов нагружения (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, действие внутреннего давления и их комбинации) и кинематических ограничений на перемещения в поверхностно упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцах позволил установить ряд эффектов, которые играют важную роль с позиций фундаментальной науки и могут быть полезны в инженерной практике (например, в авиадвигателестроении) при оценке эффективности поверхностного упрочнения деталей и проектировании конструкций в условиях высокотемпературной ползучести при сложных режимах нагружения и наличии жестких кинематических ограничений.

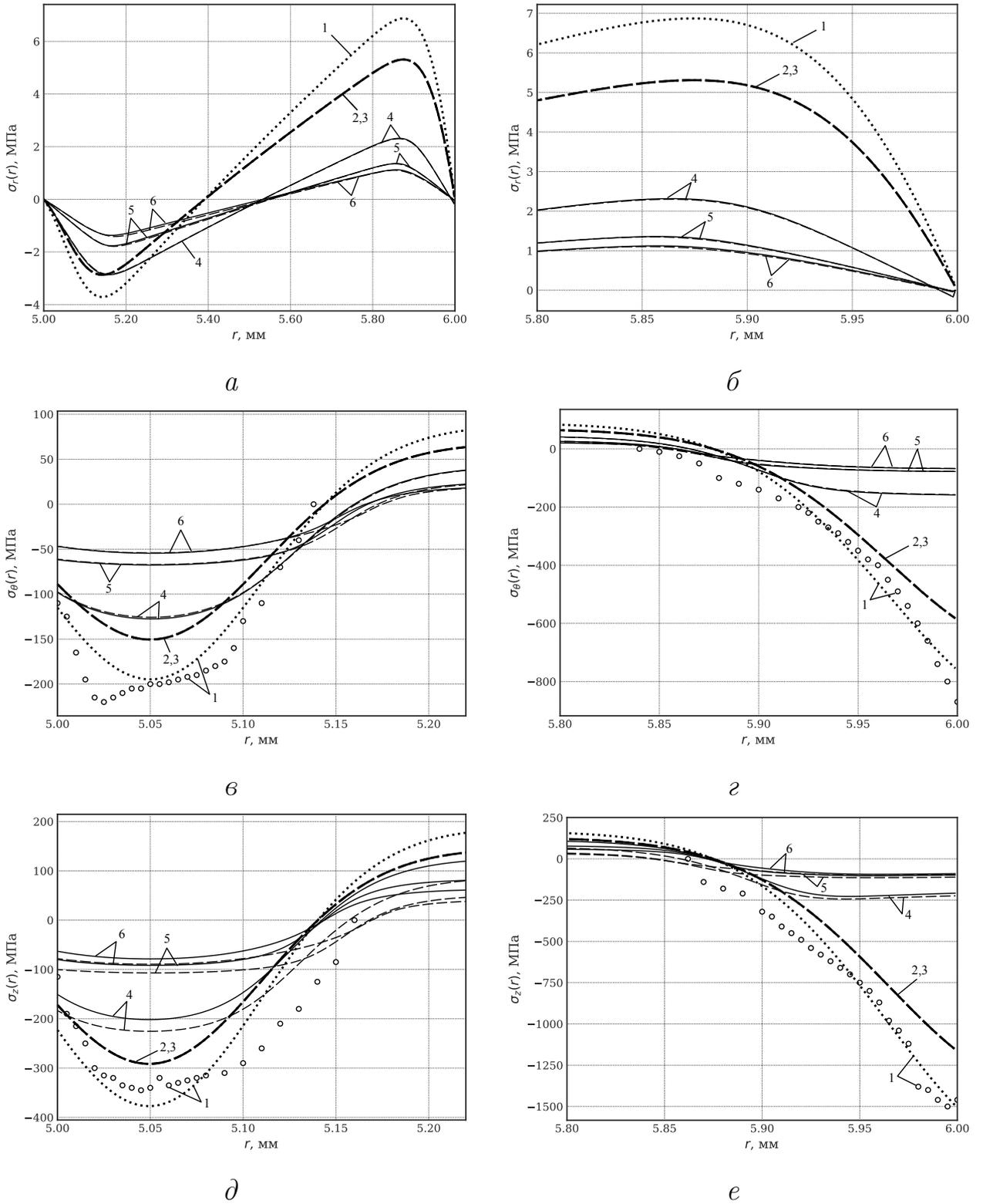


Рис. 3.21. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) при температурной экспозиции (режим нагружения № 0, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18N9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурная нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$ ($t = 0 + 0$); 4–6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

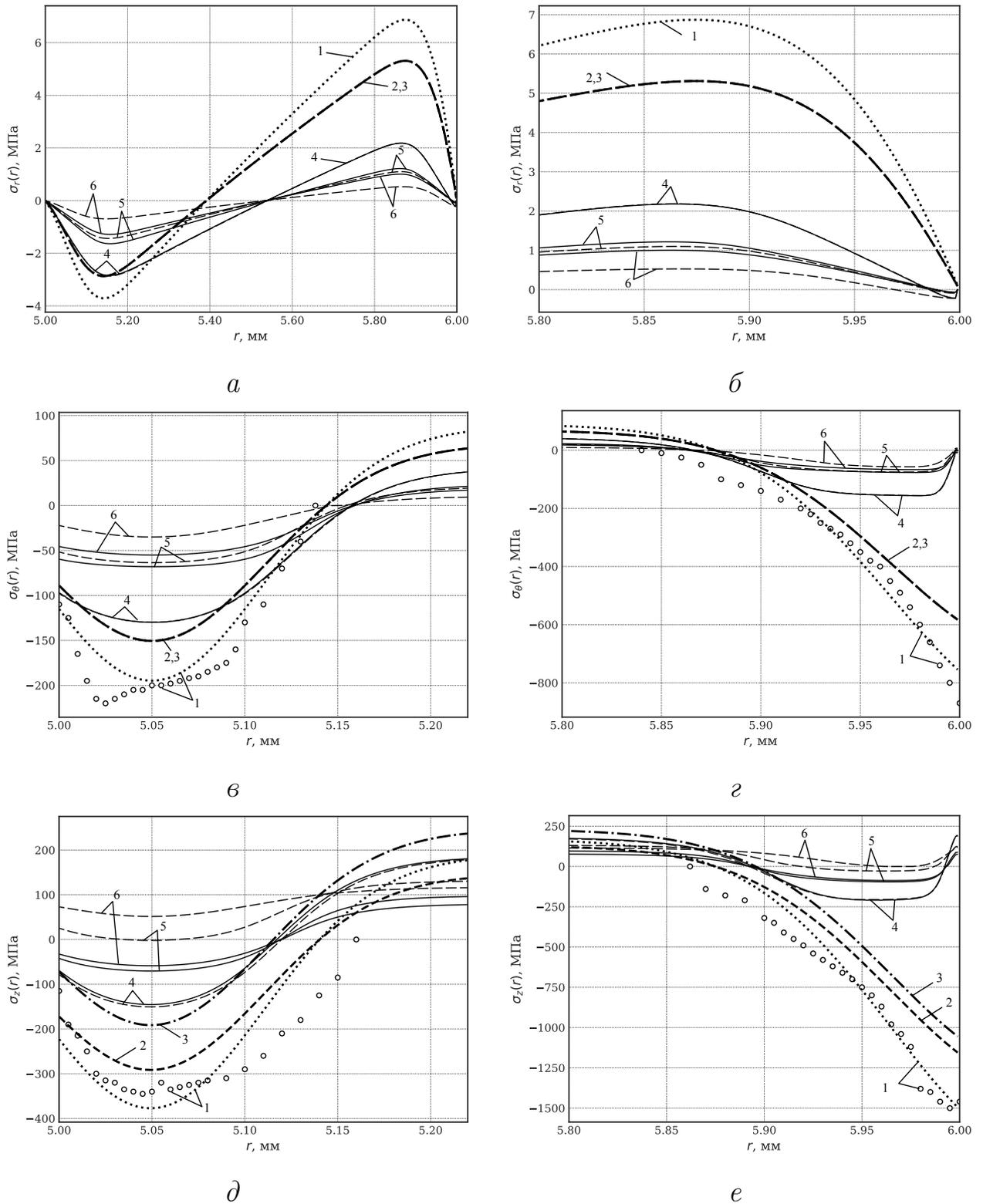


Рис. 3.22. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) в условиях одноосного растяжения (режим нагружения № 1, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18H9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0-0$); 2 и 3 — температурная и силовая нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$ и растягивающей силе $F_0 = 3455.75\text{ Н}$ ($t = 0+0$); 4–6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

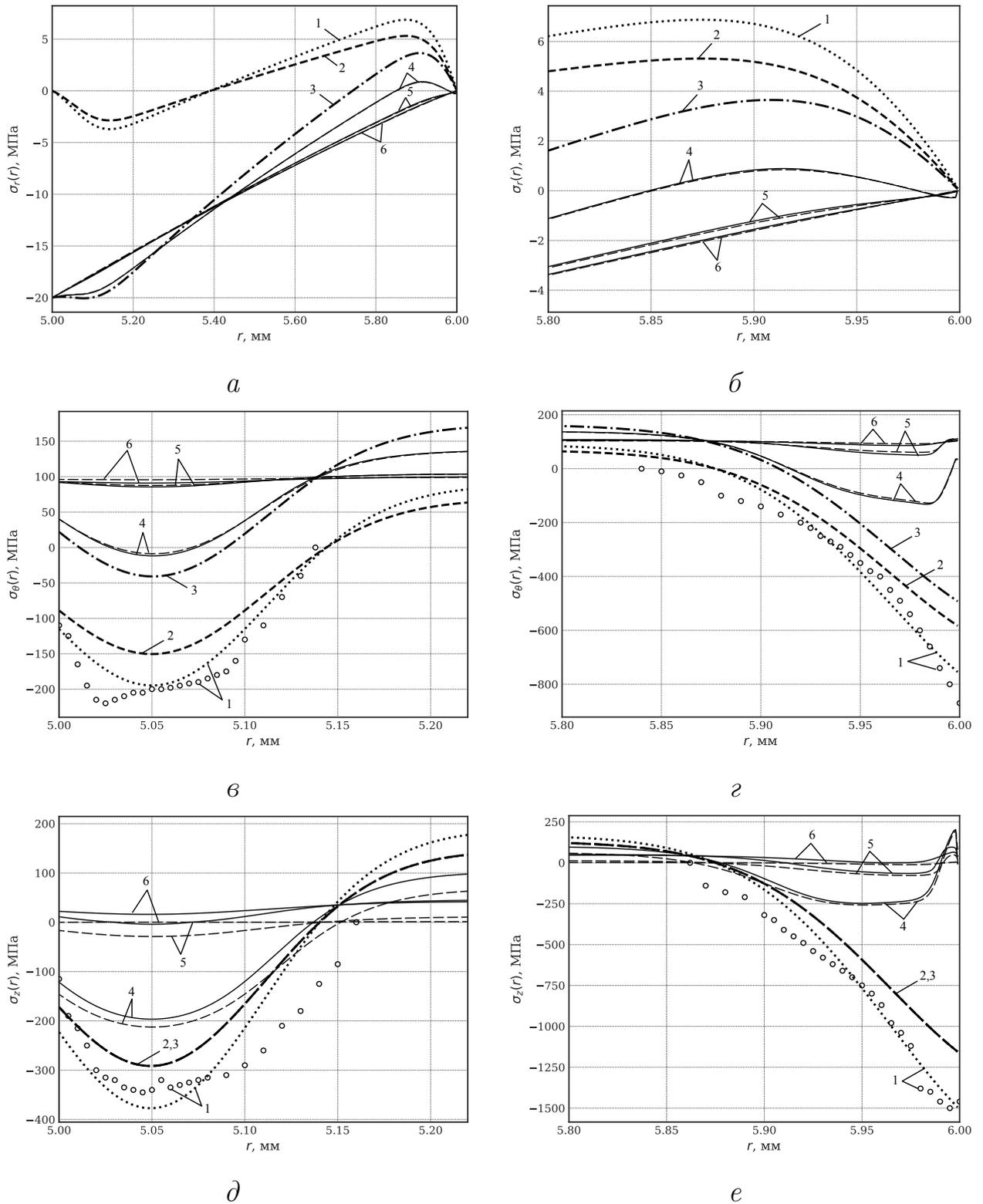


Рис. 3.23. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием внутреннего давления (режим нагружения № 2, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18N9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурно-силовая нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$ внутренним давлением $q = 20$ МПа ($t = 0 + 0$); 4–6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

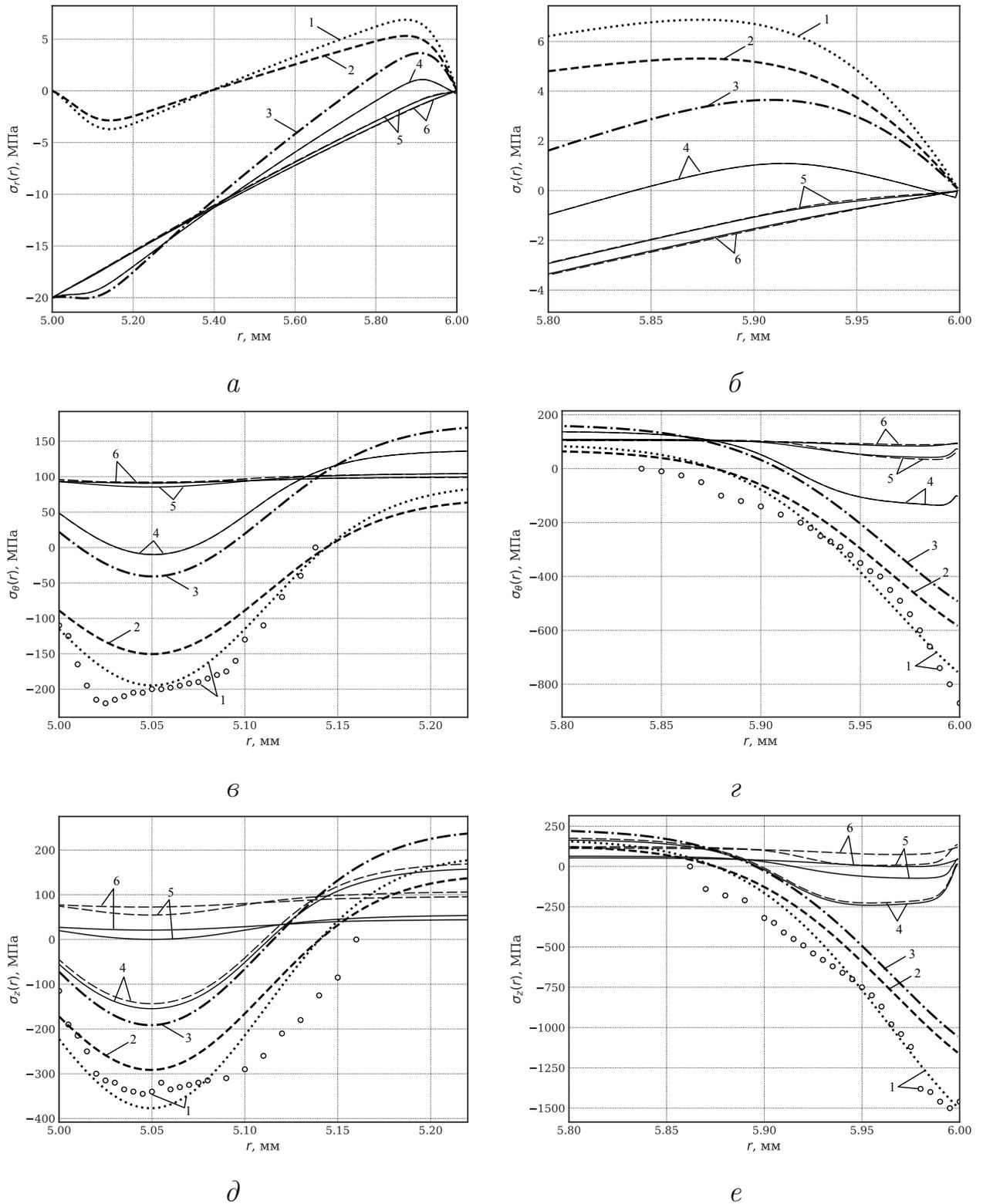


Рис. 3.24. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием растяжения и внутреннего давления (режим нагружения № 3, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18H9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурная и силовая нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$ и растягивающей силе $F_0 = 3455.75$ Н и внутреннем давлении $q = 20$ МПа ($t = 0 + 0$); 4–6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

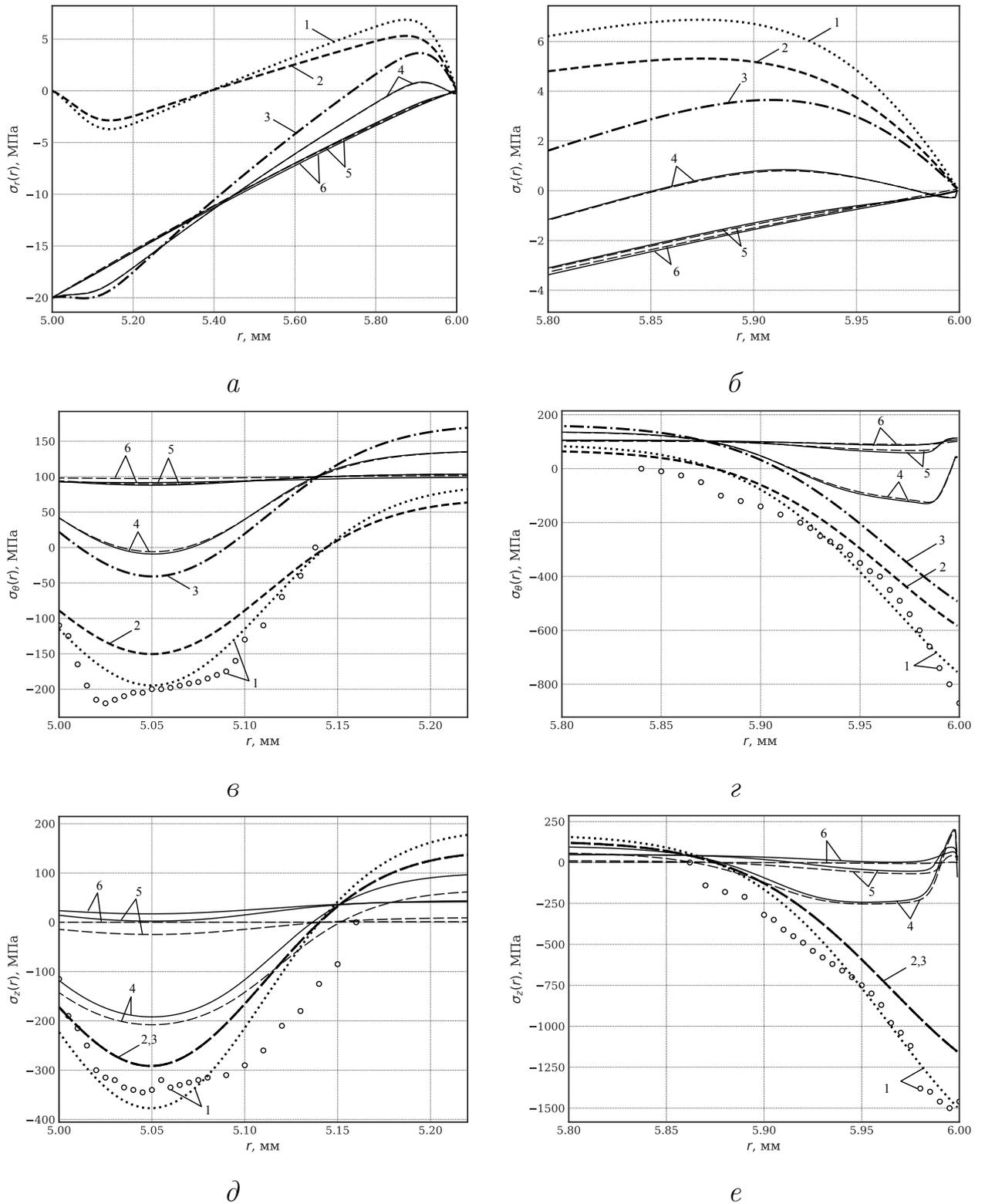


Рис. 3.25. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием кручения и внутреннего давления (режим нагружения № 4, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18H9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0-0$); 2 и 3 — температурная и силовая нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$, крутящим моментом $M_0 = 4391.68 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ и внутреннем давлением $q = 20 \text{ МПа}$ ($t = 0+0$); 4-6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

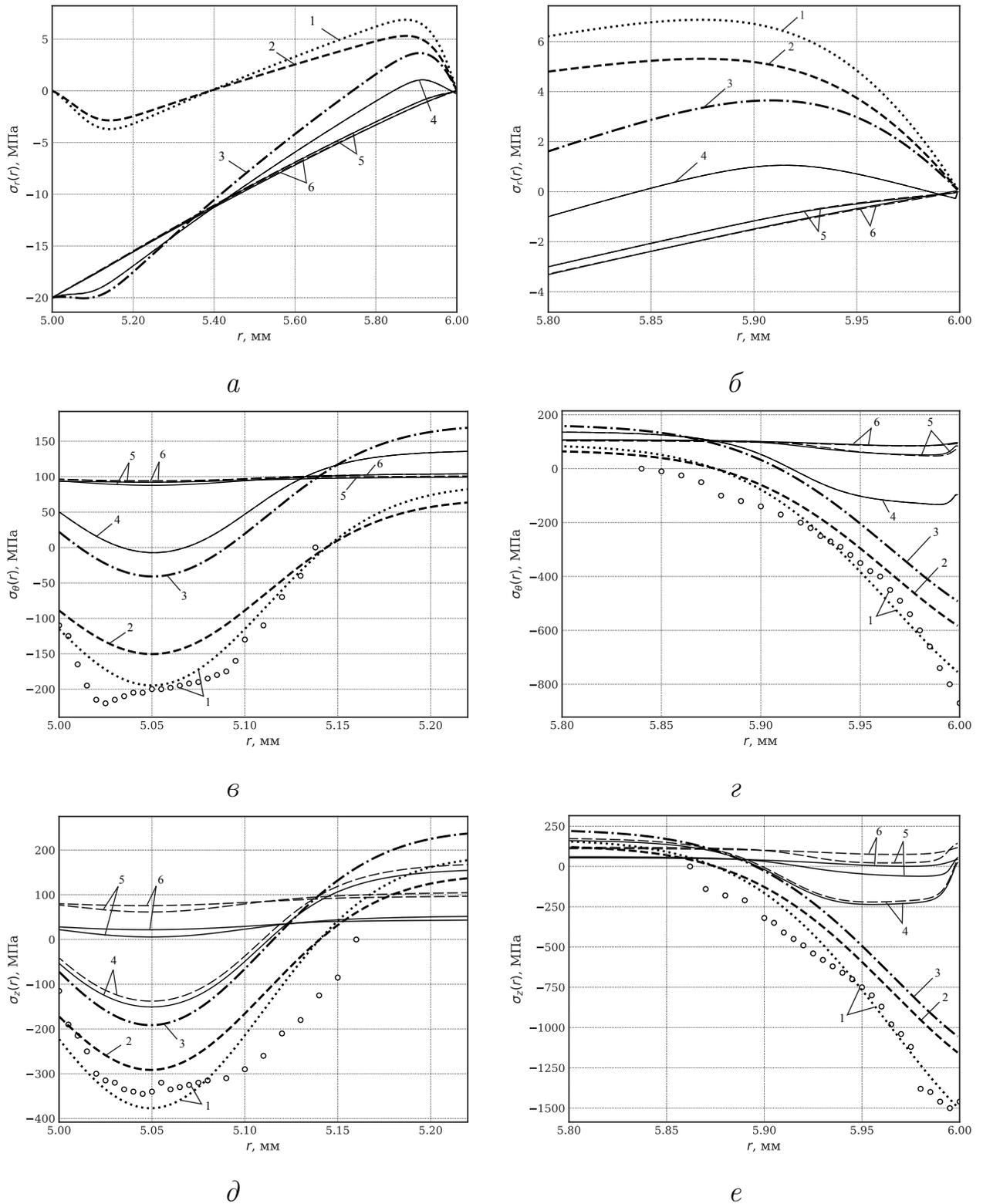


Рис. 3.26. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) под действием растяжения, кручения и внутреннего давления (режим нагружения № 5, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18H9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурная и силовая нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$ осевой растягивающей силой $F_0 = 3455.75$ Н, крутящим моментом $M_0 = 4391.68$ Н · мм и внутренним давлением $q = 20$ МПа ($t = 0 + 0$); 4–6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

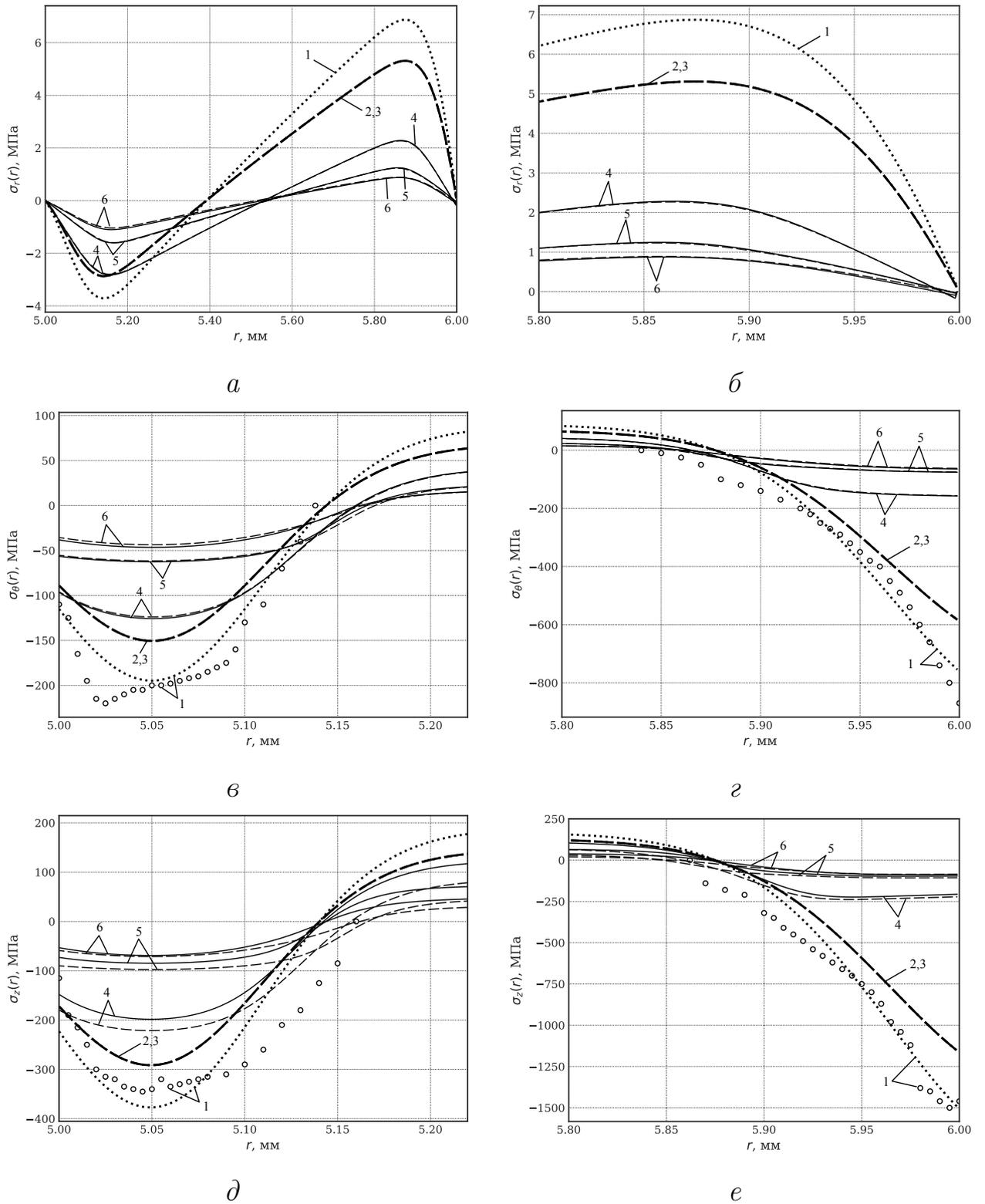


Рис. 3.27. Расчетные эпюры остаточных напряжений $\sigma_r(r, t)$ (а, б), $\sigma_\theta(r, t)$ (в, г), $\sigma_z(r, t)$ (д, е) при кручении (режим нагружения № 6, табл. 3.8) в тонкостенных трубках 08X18H9 (X18H10T) при ползучести: а — по всей толщине образца; в, д — со стороны внутренней поверхности; б, г, е — со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$); 2 и 3 — температурная и силовая нагрузка при $T_1 = 600^\circ\text{C}$ крутящим моментом $M_0 = 4391.68 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 4–6 — в процессе ползучести при $t = \{0.1; 1; 50\}$ ч; маркеры — экспериментальные данные

3.8. Выводы по главе 3

1. Разработана методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений (ОН) в сплошных и полых поверхностно упрочненных цилиндрических образцах в условиях высокотемпературной ползучести при сложных режимах нагружения (растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения.
2. Выполнены модельные расчеты и детальное исследование релаксации ОН в сплошных и полых цилиндрических образцах из сплава ЖС6КП после пневмодробеструйной обработки при различных режимах сложного нагружения и температурах эксплуатации $T_1 = \{800; 900; 950; 1000\}$ °С. Получено, что наличие кинематических ограничений замедляет процесс релаксации ОН по сравнению с их отсутствием, а увеличение «рабочей» температуры интенсифицирует процесс релаксации ОН.
3. Разработана и реализована методика расчета релаксации ОН на внутренней и внешней поверхностях тонкостенных трубок в условиях ползучести при заданных внешних нагрузках и ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения на основе обобщения методики для односторонне упрочненных цилиндров. Выполнен анализ влияния кинематических ограничений на кинетику ОН при различных режимах нагружения (растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) на модельном примере тонких цилиндрических трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм из нержавеющей стали 08X18H9 (X18H10T) при $T_1 = 600$ °С после двухстороннего виброударного поверхностного упрочнения дробью. Показано, что при всех рассмотренных режимах нагружения происходит практически полная релаксация ОН в течение 50 часов, а наличие кинематических ограничений сказывается на процессе релаксации — наблюдается уменьшение ее скорости.

Глава 4

Программное обеспечение, реализация алгоритмов и численных методов

Результаты данной главы излагаются в соответствии с работами автора настоящей диссертации [28, 32, 84, 85, 154].

В главе 2 настоящей работы рассмотрена обобщенная методика численного решения краевой задачи ползучести статически неопределимых стержневых систем под действием температурно-силовой нагрузки. В пунктах 2.3.2 и 2.3.4 описана методика решения данной задачи для статически неопределимой геометрически несимметричной стержневой системы в условиях одноосного и сложного напряженного состояния, а в пунктах 2.4.2 и 2.4.3 разобран случай аналогичной геометрически симметричной статически неопределимой системы. В главе 3 предложена методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений (ОН) в упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцах в условиях ползучести при сложных напряженных состояниях и жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения. В пункте 3.5 произведено исследование влияния температуры, растягивающей нагрузки и крутящего момента на релаксацию ОН в поверхностно упрочненном сплошном цилиндрическом образце на фоне ползучести при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения. В пунктах 3.6 и 3.7 выполнено обобщение подхода на полые цилиндрические образцы — внешне упрочненные толстостенные трубы и двухсторонне упрочненные тонкостенные трубопроводы, а также выполнен детальный вариативный анализ влияния вида температурно-силового нагружения и наличия кинематических ограничений на кинетику остаточных напряжений.

В данной главе описана алгоритмическая реализация, используемые численные методы и соответствующее программное обеспечение для решения кра-

евых задач, на основании которого выполнены вышеуказанные исследования.

4.1. Алгоритмы расчетов

Методика решения краевой задачи ползучести стержневой системы представляет собой композицию алгоритмов для расчета кинетики остаточных напряжений в упрочненных стержневых элементах в различные временные срезы при заданных условиях эксперимента. Так, например, расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) каждого из стержней системы требует исполнения нескольких последовательных этапов: реконструкция полей остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД), наведенных вследствие процедур ППД (момент времени $t = 0 - 0$); приложение внешних воздействий и нагрузок ($t = 0 + 0$); расчет деформации ползучести и соответствующих ей изменений полей ОН с учетом перераспределения нагрузки в образце с течением времени ($t \in [0, t^*]$); расчет распределений ОН при снятии температурных и силовых нагрузок по завершении ползучести ($t = t^* + 0$). Следовательно, в каждом стержневом элементе осуществляется реализация алгоритма расчета кинетики НДС с учетом температурно-силового нагружения, общую схему которого можно представить в виде четырех последовательных этапов на рис. 4.1.

Поскольку методики расчета релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести в неупрочненных и упрочненных цилиндрических образцах базируются на общем методологическом подходе, то далее целесообразно рассмотреть численную реализацию расчетного алгоритма в наиболее общем виде для поверхностно упрочненных цилиндрических элементов.

Исходными данными для расчета (в общем случае) являются:

- параметры расчета: максимальное время расчета процесса ползучести t_{\max} , шаг интегрирования по времени Δt , шаг интегрирования по радиусу Δr ;

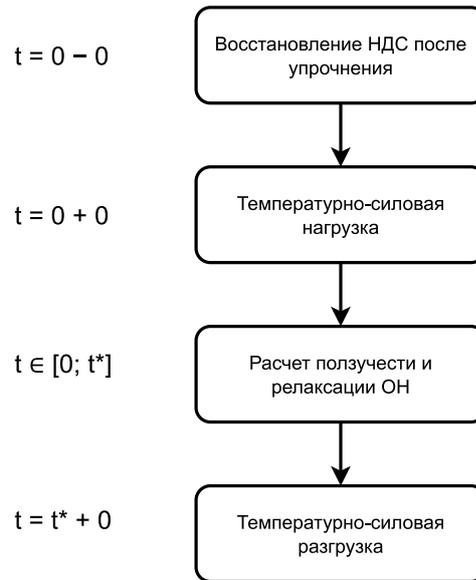


Рис. 4.1. Этапы алгоритма расчета кинетики напряженно-деформированного состояния в упрочненном изделии с учетом температурно-силового нагружения

- геометрические параметры цилиндрического образца: значения внутреннего радиуса R_1 и внешнего радиуса R_2 ;
- параметры численных «экспериментальных» испытаний упрочненного цилиндрического образца: тип упрочнения поверхности, параметры эпюры экспериментальных значений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ (характерные точки) в зависимости от типа упрочнения: для сплошного или полого внешне упрочненного цилиндра — h_0, h^*, σ^* ; для полого двухсторонне упрочненного цилиндра — $r_1^0, r_2^0, h_1^*, h_2^*, \sigma_3^1, \sigma_3^2$; экспериментальные данные ОН; расчетные параметры аппроксимации $\sigma_\theta(r)$, соответствующей конфигурации рассматриваемого цилиндрического образца (если имеются): для сплошного или полого внешне упрочненного цилиндра — b, σ_0, σ_1 ; для полого двухсторонне упрочненного цилиндра — $b_1, b_2, \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$;
- параметры стержневой системы: количество стержней, номинальная длина l стержневого элемента, геометрические параметры стержневой системы (углы между стержнями α и β , соотношения длин стержней l_i ($i = 1, 2, 3$));

- параметры нагружения: осевая сила F_0 ; крутящий момент M_0 ; внутреннее давление q ; порядок приложения и снятия температурных и силовых нагрузок; наличие ограничений на угловые и осевые линейные деформации;
- параметры, отвечающие за упругие свойства материала изделия: температура упрочнения T_0 , температура «эксплуатации» (ползучести) T_1 и соответствующие им значения модуля Юнга E_0 и E_1 ; коэффициент Пуассона μ ; параметр анизотропии упрочнения материала α ; коэффициент линейного теплового расширения материала α^T ;
- параметры, определяющие реологические свойства материала изделия: s , c , m , n , σ^* , λ_k , b_k , a_k , μ'_k , μ''_k — параметры вязкой w_{ij} , вязкопластической v_{ij} и вязкоупругой компонент u_{ij} деформации ползучести и константы α_1 , m_α , A_1 , m_A модели (1.13)–(1.19) (для одноосного напряженного состояния) или (1.22)–(1.28) (для сложного напряженного состояния);
- параметры сохранения результатов и визуализаций.

Алгоритмы расчета кинетики ОН в стержневой системе и в единичном стержне основаны на общем методологическом принципе, однако ввиду особенностей нагружения, краевых условий и наведенных ограничений целесообразно рассмотреть эти алгоритмы по отдельности с учетом характерных особенностей.

4.1.1. Алгоритм расчета кинетики остаточных напряжений в статически неопределимой стержневой системе

Алгоритм расчета кинетики остаточных напряжений в статически неопределимой стержневой системе в условиях ползучести в целом можно охарактеризовать четырьмя этапами (см. рис. 4.1), позволяющими описать полную картину НДС в каждом из стержневых элементов. Рассмотрим эти этапы более подробно, полагая, что стержни системы моделируются в виде поверхностно упрочненных цилиндрических образцов.

Расчет кинетики НДС в стержневых элементах осуществляется по следующему алгоритму.

1. Задаются исходные данные расчета и производится дискретизация пространственных r_s ($s = \overline{1, n}$, n — количество стержней системы) и временной t координат:

$$r_{si} = R_1 + i\Delta r_s, \quad \Delta r_s = \frac{R_2 - R_1}{N} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N),$$

$$t_j = t_0 + j\Delta t \quad (j = 0, 1, 2, \dots; t_0 = 0).$$

2. Для каждого из s стержней системы определяются параметры аппроксимации окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ тензора остаточных напряжений в узлах r_i по известной экспериментальной информации с учетом физико-механических свойств каждого из стержней. Если стержни системы моделируются в виде идентичных цилиндрических образцов с одинаковой геометрией и физико-механическими свойствами, то данный шаг рассчитывается один раз, так как НДС после упрочнения будет одинаковым во всех стержнях.
3. В момент времени $t = 0 - 0$ формируются поля остаточных напряжений (ОН) (2.7) и пластических деформаций (ПД) (2.8) в элементах системы после поверхностного упрочнения согласно схеме (2.10).
4. При «мгновенной» температурно-силовой нагрузке ($t = 0 + 0$) происходит «упругий» скачок напряжений и соответствующее изменение деформаций. Из-за перераспределения приложенной нагрузки в каждом из s стержней системы рассчитываются начальные растягивающие напряжения $\sigma_s(0) = \sigma_s^0$ путем численного решения системы уравнений (2.2), (2.6) (в случае трехэлементной геометрически несимметричной системы — (2.38), при симметричной — (2.64)).
5. С учетом температурных деформаций и полученными значениями упругого решения σ_s^0 пересчитываются все компоненты тензора остаточных

напряжений $\sigma_{ls}(r, 0 + 0)$ по соотношениям (2.13):

$$\begin{aligned}\sigma_{zs}(r_i, 0 + 0) &= \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \sigma_{zs}^{\text{res}}(r_i, 0 - 0) + \sigma_s^0; \\ \sigma_{\theta s}(r_i, 0 + 0) &= \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \sigma_{\theta s}^{\text{res}}(r_i, 0 - 0); \\ \sigma_{rs}(r_i, 0 + 0) &= \frac{E_{1s}}{E_{0s}} \sigma_{rs}^{\text{res}}(r_i, 0 - 0),\end{aligned}$$

а полные деформации $\varepsilon_{ls}(r_i, 0 + 0)$ — по формулам (2.14) ($l = r, \theta, z$).

6. Формируются массивы начальных данных для расчета ползучести и релаксации ОН, на момент времени $t = 0$ задаются начальные значения реологических компонент в узлах r_i :

$$p_{rs}(r_i, 0) = 0; \quad p_{\theta s}(r_i, 0) = 0; \quad p_{zs}(r_i, 0) = 0.$$

7. Для каждого из s стержней, используя известный в теории ползучести метод «шаги по времени», в каждый момент $t = t_j$ в цикле по времени с малым заданным шагом Δt от $t = 0$ до t_{\max} по всем точкам дискретизации радиуса стержня $r \in [R_1, R_2]$ рассчитываются компоненты тензора деформации ползучести

$$p_{ls}(r_i, t_j) = p_{ls}(r_i, t_{j-1}) + \dot{p}_{ls}(r_i, t_j) \Delta t \quad (l = r, \theta, z),$$

где компоненты скоростей деформирования $\dot{p}_{ls}(r_i, t_j)$ вычисляются в текущий момент времени t_j по определяющим реологическим соотношениям (2.59)–(2.62) (либо (2.47)–(2.51) при одноосном напряженном состоянии) при известных на момент времени t_{j-1} компонентах тензора ОН.

8. Затем, используя полученные значения деформаций ползучести $p_{ls}(r_i, t_j)$, реализуется схема численного решения краевой задачи (2.28):

$$\begin{aligned}t_j, p_{ls}(r_i, t_j) \quad (l = r, \theta, z) &\xrightarrow{(2.22)} g_s(r_i, t_j) \xrightarrow{(2.23)} \sigma_{rs}(r_i, t_j) \xrightarrow{(2.24)} \sigma_{\theta s}(r_i, t_j) \xrightarrow{(2.26)} \\ &\xrightarrow{(2.26)} p_s(t_j) \xrightarrow{(2.2), (2.6)} \sigma_s(t_j) \xrightarrow{(2.25)} \varepsilon_{zs}^0(t_j) \xrightarrow{(2.27)} \sigma_{zs}(r_i, t_j).\end{aligned}$$

Эта схема имеет важную особенность: данная последовательность выражений разрешима при помощи растягивающих напряжений стержневой системы $\sigma_s(t_j)$, на фоне которых наблюдается релаксация ОН в упрочненном слое материала конкретного s -го стержня. В общем случае эти напряжения могут быть найдены путем решения системы уравнений (2.2), (2.6). В случае геометрически несимметричной трехэлементной стержневой системы для расчета $\sigma_s(t_j)$ используется схема (2.43), а для геометрически симметричной системы — (2.67). Решив эту систему относительно $\sigma_s(t_j)$, наконец, можно вычислить осевые напряжения $\sigma_{zs}(r_i, t_j)$ и получить полную информацию о кинетике НДС в каждом из s стержней системы на момент времени t_j в процессе ползучести.

9. Далее вновь подготавливаются данные для $(j+1)$ -го расчетного шага ползучести, переопределяются компоненты тензоров ОН, деформаций ползучести и остальных расчетных компонент. Итеративный процесс расчета (шаги 7 и 8) повторяется до достижения условия останова алгоритма — заданного расчетного времени $t = t^* = t_{\max}$.
10. После достижения конечного времени расчета ползучести $t = t^*$ осуществляется «мгновенная» температурно-силовая разгрузка системы с температуры T_1 до первоначальной температуры T_0 , пересчитываются компоненты тензора напряжений по формулам (2.29)–(2.31):

$$\begin{aligned}\sigma_{zs}(r_i, t^* + 0) &= \frac{E_{0s}}{E_{1s}} \left[\sigma_{zs}(r_i, t^*) - \sigma_s^0 \right]; \\ \sigma_{\theta s}(r_i, t^* + 0) &= \frac{E_{0s}}{E_{1s}} \sigma_{\theta s}(r_i, t^*); \\ \sigma_{rs}(r_i, t^* + 0) &= \frac{E_{0s}}{E_{1s}} \sigma_{rs}(r_i, t^*).\end{aligned}$$

4.1.2. Алгоритм расчета релаксации остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести при заданных нагрузках и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения

Алгоритм расчета релаксации остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести при сложном напряженном состоянии (осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и заданных кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения представляет собой реализацию нижеследующих шагов.

1. Задаются исходные данные и осуществляется дискретизация пространственной r и временной t координат:

$$r_i = R_1 + i\Delta r, \quad \Delta r = \frac{R_2 - R_1}{N} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N),$$

$$t_j = t_0 + j\Delta t \quad (j = 0, 1, 2, \dots; t_0 = 0).$$

2. В соответствии с геометрическими параметрами образца (сплошной или полый цилиндр) и способом упрочнения поверхности (внешнее или двухстороннее) рассчитывается распределение окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ тензора остаточных напряжений после ППД в узлах пространственной сетки r_i по одному из следующих функционалов для аппроксимации экспериментальных данных (1.8), (1.9) или (1.10):

- сплошной поверхностно упрочненный цилиндр ($R_1 = 0$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r_i) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r_i)^2}{b^2}\right);$$

- полый внешне поверхностно упрочненный цилиндр ($R_2 < \infty$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r_i) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r_i)^2}{b^2}\right) \right] (r_i - R_1);$$

- полый двухсторонне упрочненный цилиндр ($R_1 < R_2$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r_i) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left[-\frac{(r_i - R_1 - h_1^*)^2}{b_1^2}\right] - \sigma_2 \exp\left[-\frac{(R_2 - r_i - h_2^*)^2}{b_2^2}\right].$$

Если параметры аппроксимации заранее неизвестны, то на этом же шаге реализуется численная процедура идентификации параметров аппроксимации, представляющая собой оптимизационную задачу с решением уравнений в неявном виде, реализуемом по методу бисекции.

3. В момент времени $t = 0 - 0$ формируются поля остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД) после поверхностного упрочнения согласно схеме (3.7):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r_i), \alpha \xrightarrow{(3.1)} \sigma_r^{\text{res}}(r_i) \xrightarrow{(3.2)} q_{\theta}(r_i) \xrightarrow{(3.3)} q_z(r_i) \xrightarrow{(3.4)} q_r(r_i) \xrightarrow{(3.5)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(3.6)} \sigma_z^{\text{res}}(r_i).$$

Важно отметить несколько моментов. Во-первых, для вычисления интегралов в уравнениях (3.1), (3.2) и (3.5) используются методы численного интегрирования на сетке r_i ($i = \overline{0, N}$). Эти методы будут рассмотрены далее. Во-вторых, в случае сплошных цилиндрических образцов ($R_1 = 0$) при $i = 0$ в формуле (3.1) при нахождении радиальной компоненты $\sigma_r^{\text{res}}(r_i)$ тензора ОН возникает неопределенность вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Для ее устранения применяется правило Лопиталья при $r \rightarrow 0$:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_r^{\text{res}}(r) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_{\theta}^{\text{res}}(\xi) d\xi = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)}{1} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(0),$$

что приводит к «краевому» условию $\sigma_r^{\text{res}}(0) = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(0)$. Аналогичная неопределенность возникает в выражении для окружной компоненты ПД $q_{\theta}(r_i)$ при $i = 0$, и для ее устранения предполагается, что пластические деформации возникают только в тонком поверхностном слое, поэтому $q_{\theta}(0) = 0$.

4. При «мгновенной» температурной нагрузке в момент времени $t = 0 + 0$ происходит изменение всех компонент тензора ОН на коэффициент, соответствующий изменению с температуры упрочнения T_0 до температуры

«эксплуатации» T_1 :

$$\begin{aligned}\sigma_z(r_i, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(r_i); & \sigma_\theta(r_i, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r_i); \\ \sigma_r(r_i, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_r^{\text{res}}(r_i).\end{aligned}$$

5. На момент времени $t = 0 + 0$ после «мгновенной» силовой нагрузки цилиндрического образца осевой растягивающей силой F_0 , крутящим моментом M_0 , внутренним давлением q (в случае сплошного цилиндра полагаем $q = 0$) определяются остаточные напряжения:

$$\begin{aligned}\sigma_z(r_i, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(r_i) + \frac{F_0}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \\ \sigma_\theta(r_i, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r_i) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r_i^2} \right]; \\ \sigma_r(r_i, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_r^{\text{res}}(r_i) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r_i^2} \right]; \\ \tau(r_i, 0+0) &= \frac{M_0}{J} r_i, \quad J = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2}.\end{aligned}$$

Также по формулам (3.15) рассчитываются полная осевая деформация $\varepsilon_z(0+0)$ ($l = r, \theta, z$) и угол закручивания $\varphi(0+0)$, которые в дальнейшем при расчетах с кинематическими ограничениями на угловые и линейные перемещения жестко фиксируются.

6. Формируются массивы начальных данных для расчета ползучести и релаксации остаточных напряжений, на момент времени $t = 0$ задаются начальные значения реологических компонент в узлах r_i :

$$p_z(r_i, 0) = 0; \quad p_\theta(r_i, 0) = 0; \quad p_r(r_i, 0) = 0; \quad \gamma^p(r_i, 0) = 0.$$

7. Используя метод «шагов по времени», в каждый момент $t = t_j$ в цикле по времени с малым заданным шагом Δt от $t = 0$ до t_{max} по всем точкам дискретизации радиуса $r \in [R_1, R_2]$ рассчитываются компоненты тензора деформации ползучести

$$\begin{aligned}
p_z(r_i, t_j) &= p_z(r_i, t_{j-1}) + \dot{p}_z(r_i, t_j)\Delta t; \\
p_\theta(r_i, t_j) &= p_\theta(r_i, t_{j-1}) + \dot{p}_\theta(r_i, t_j)\Delta t; \\
p_r(r_i, t_j) &= p_r(r_i, t_{j-1}) + \dot{p}_r(r_i, t_j)\Delta t; \\
\gamma^p(r_i, t_j) &= \gamma^p(r_i, t_{j-1}) + \dot{\gamma}^p(r_i, t_j)\Delta t,
\end{aligned}$$

где компоненты скоростей деформирования $\dot{p}_z(r_i, t_j)$, $\dot{p}_\theta(r_i, t_j)$, $\dot{p}_r(r_i, t_j)$, $\dot{\gamma}^p(r_i, t_j)$ в текущий момент времени t_j вычисляются по определяющим реологическим соотношениям, общий вид которых представлен соотношениями (1.22)–(1.28), при известных на момент времени t_{j-1} компонентах тензора ОН.

8. Затем, используя полученные значения деформаций ползучести $p_z(r_i, t_j)$, $p_\theta(r_i, t_j)$, $p_r(r_i, t_j)$, $\gamma^p(r_i, t_j)$, реализуется схема численного решения краевой задачи (3.46):

$$\begin{aligned}
& t_j \xrightarrow{(1.22)} p_z(r_i, t_j), p_\theta(r_i, t_j), p_r(r_i, t_j), \gamma^p(r_i, t_j) \xrightarrow{(3.39)} \\
& \xrightarrow{(3.39)} g(r_i, t_j) \xrightarrow{(3.40), (3.41)} \sigma_r(r_i, t_j) \xrightarrow{(3.42)} \sigma_\theta(r_i, t_j) \xrightarrow{(3.43)} \varepsilon_z(t_j) \xrightarrow{(3.30)} \\
& \xrightarrow{(3.30)} \sigma_z(r_i, t_j) \xrightarrow{(3.45)} \varphi(t_j) \xrightarrow{(3.44)} \tau(r_i, t_j).
\end{aligned}$$

Заметим, что при наличии кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения полагаем, что угол закручивания $\varphi(t_j) = \varphi(0 + 0)$ и осевые деформации $\varepsilon_z(t_j) = \varepsilon_z(0 + 0)$ не изменяются с течением времени и равны первоначально приложенным и зафиксированным величинам. В противном случае, при отсутствии ограничений, схема расчета не претерпевает изменений.

9. Далее вновь подготавливаются данные для $(j + 1)$ -го расчетного шага ползучести, переопределяются компоненты тензоров ОН, деформаций ползучести и остальных расчетных компонент. Итеративный процесс расчета (шаги 7 и 8) повторяется до достижения условия останова алгоритма — заданного расчетного времени $t = t^* = t_{\max}$.

4.2. Используемые численные методы

Реализация предложенных расчетных методик решения краевых задач ползучести и релаксации остаточных напряжений в цилиндрических образцах требует применения методов численного интегрирования, дифференцирования и решения нелинейных уравнений.

Так, в процедуре идентификации параметров аппроксимации $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и решения систем нелинейных уравнений для поиска растягивающих напряжений $\sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$) статически неопределимой стержневой системы использовался метод бисекции.

Отметим, что при численных расчетах подынтегральные функции в фиксированный момент времени t_j представлены в виде массива значений в узлах r_i пространственной сетки по радиусу $r \in [R_1, R_2]$. Для вычисления определенных интегралов в процедурах формирования НДС после ППД и расчета релаксации ОН в процессе ползучести использовались следующие методы:

- метод Симпсона для определенных интегралов в пределах от R_1 до R_2 :

$$\int_{R_1}^{R_2} f(r) dr \approx \frac{\Delta r}{3} \left(f(r_0) + 2 \sum_{i=1}^{N/2-1} f(r_{2i}) + 4 \sum_{i=1}^{N/2} f(r_{2i-1}) + f(r_N) \right),$$

где N — четное число разбиений интервала $[R_1, R_2]$ по пространственной координате r , $\Delta r = \frac{R_2 - R_1}{N}$ — величина шага;

- метод трапеций для определенных интегралов с переменным верхним пределом r_i :

$$\int_{R_1}^{r_i} f(r) dr \approx \frac{\Delta r}{2} \sum_{k=1}^i (f(r_k) + f(r_{k-1})) \quad (i = \overline{1, N-1}).$$

Вычисление производных любой функции $f(r)$ по пространственной координате r производилось по следующим формулам численного дифференциро-

вания:

$$\begin{aligned} \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=R_1} &\approx \frac{-3f(r_0) + 4f(r_1) - f(r_2)}{2\Delta r}; \\ \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=r_i} &\approx \frac{f(r_{i+1}) - f(r_{i-1}))}{2\Delta r} \quad (i = \overline{1, N-1}); \\ \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=R_2} &\approx \frac{f(r_{N-2}) - 4f(r_{N-1}) + 3f(r_N)}{2\Delta r}. \end{aligned}$$

4.3. Программное обеспечение и описание программного комплекса

Решение рассмотренных задач требует применения специального программного обеспечения, которое позволяет эффективно использовать ресурсы ЭВМ и автоматизировать расчеты.

Алгоритмы и численные методики расчетов для решения поставленных задач объединены в программный комплекс. Этот комплекс разработан на языке программирования Python в парадигме объектно-ориентированного программирования (ООП).

Общая расчетная схема показана на рис. 4.2. Входными данными расчетного скрипта является «задача» (Defined Task), определяющая объект исследования (цилиндр (Cylinder) или стержневая система (RodSystem)), а также тип задачи (Task Type). Конфигурация задачи, свойства и характеристики объекта исследования и расчетные параметры задаются .yaml файлом. В зависимости от типа задачи и объекта исследования используется соответствующий расчетный модуль Solver, реализующий полный цикл расчета кинетики остаточных напряжений («нагрузка» (Apply Loading) – «ползучесть и релаксация» (Relaxation Stress State) – «разгрузка» (Reset Loading)) для единичного цилиндра (Solver – Cylinder) либо стержневой системы (Solver – Rod System) при двух видах напряженного состояния: Uniaxial Stress State – одноосное напряженное состояние (ОНС) и Complex Stress State – сложное напряженное состояние (СНС).

Математическая модель Math Model, описывающая реологию материала изделия при ползучести, определяется типом решаемой задачи и физико-механическими свойствами материала. В результате работы скрипта получаем данные о кинетике НДС в рассматриваемом изделии с течением времени.

Объектная модель программного комплекса представлена на рис. 4.3. Как видно из диаграммы, класс Solver является основным расчетным ядром и главным исполняемым модулем. Его параметрами являются SpecimenType (тип исследуемого образца), TaskType (тип задачи), HardeningType (тип упрочнения поверхности образца), CalculationParameters (параметры расчета). Объект класса Solver производит анализ эксперимента в соответствии с заданным конфигурационным .yaml файлом и запускает указанный расчет, взаимодействуя с экземплярами остальных классов и модулями в различные моменты времени в соответствии с рассмотренными ранее алгоритмами.

Прокомментируем пакеты, входящие в состав программного комплекса:

- Task Factory — содержит классы для проведения расчетов ползучести и релаксации ОН; наследование расчетной CreepRelaxation и реологической CreepModel моделей осуществляется в зависимости от заданного типа задачи TaskType;
- SpecimeType — содержит базовый класс цилиндрического образца Cylinder, от которого в зависимости от заданного типа образца SpecimeType наследуются классы сплошного SolidCylinder и полого HollowCylinder цилиндров, а также класс единичного стержня Rod, который является структурным элементом стержневой системы RodSystem;
- Stress State — содержит классы, описывающие напряженно-деформированное состояние образца на разных этапах расчета (начальное состояние — InitStressState, после упрочнения — ResidualStressState, без упрочнения — ZeroStressState);

- Sigma_theta Approximation and Reconstruction — содержит классы, реализующие реконструкцию распределения окружных остаточных напряжений $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ по известным экспериментальным дискретным данным в зависимости от типа упрочнения HardeningType (внешнее или двухстороннее);
- Utils — содержит вспомогательные модули и классы, реализующие численные методы Maths, обработку входных данных конфигурационных .yaml файлов ConfigParsing, сохранение результатов DataSaver и построение графиков GraphPlotter.

По завершении работы программы расчетные зависимости тензоров напряжений, деформаций, сил и прочих характеристик кинетики напряженно-деформированного состояния сохраняются при помощи модуля DataSaver в виде .csv файлов с указанной в конфигурационном файле грануляцией по времени. Помимо этого дополнительно в форматах .pickle и .pru сохраняются промежуточные вычисления НДС, реологических компонент и логирование поэтапного выполнения скрипта.

В дальнейшем результаты анализируются средствами табличных процессоров или средами разработки, поддерживающими работу с описанными выше форматами данных. Автором настоящей диссертации для анализа результатов, расчета статистик, построения и визуализации графиков использовалась интерактивная среда разработки JupyterLab.

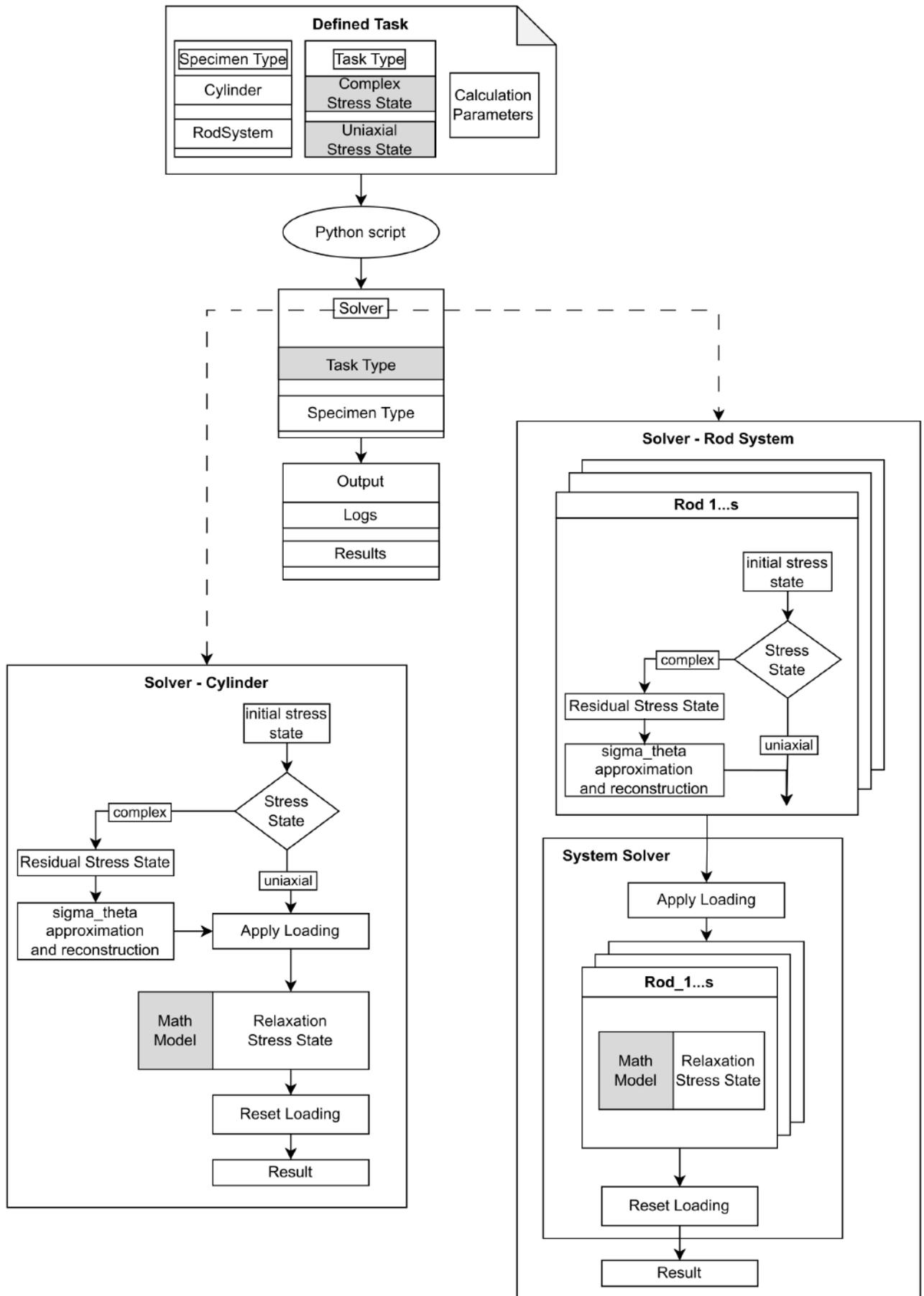


Рис. 4.2. Общая расчетная схема программного комплекса

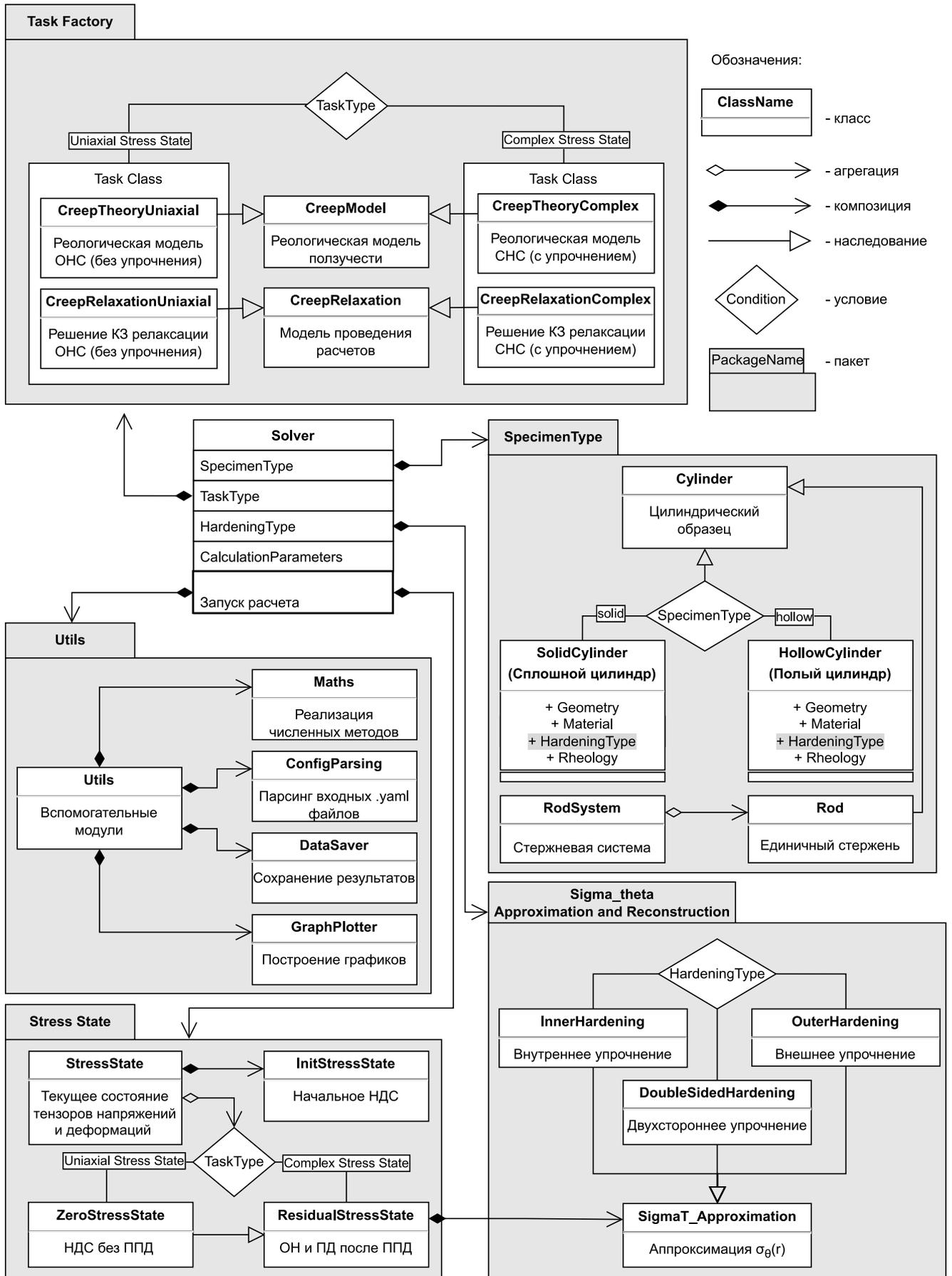


Рис. 4.3. Объектная модель программного комплекса

Разработанный программный комплекс позволяет производить модельные расчеты для упрочненных цилиндрических образцов и трехэлементных статически неопределимых стержневых систем за полный цикл «нагрузка–ползучесть–разгрузка» и автоматизировать следующие задачи:

- 1) определение параметров аппроксимации окружной компоненты $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ тензора ОН по известным экспериментальным данным для различных типов упрочнения сплошных и полых цилиндрических образцов (внешнее упрочнение, двухстороннее упрочнение);
- 2) восстановление НДС в сплошных и полых цилиндрических образцах после процедуры анизотропного поверхностного упрочнения;
- 3) решение краевой задачи ползучести статически неопределимой стержневой системы с различной степенью статической неопределимости при одноосном напряженном состоянии стержня (без учета упрочнения поверхности) и при сложном напряженном состоянии стержня (с учетом полей ОН и ПД после ППД) и определения кинетики напряжений во времени во всех элементах системы при различных режимах нагружения;
- 4) расчет релаксации ОН в каждом из упрочненных стержней системы при переменных значениях растягивающих напряжений $\sigma_s = \sigma_s(t)$ ($s = 1, 2, 3$);
- 5) решение краевой задачи ползучести и релаксации остаточных напряжений в сплошных и полых упрочненных цилиндрических образцах при сложном напряженном состоянии (осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и наличии (либо отсутствии) кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения;
- 6) расчет кинетики остаточных напряжений при «мгновенной» температурно-силовой нагрузке и разгрузке.

4.4. Выводы по главе 4

1. Описана алгоритмическая реализация и численные методики решения краевых задач ползучести и релаксации остаточных напряжений в упрочненных цилиндрических образцах и статически неопределимых стержневых системах.
2. Разработано алгоритмическое и программное обеспечение для решения краевых задач ползучести упрочненных стержневых конструкций и их элементов (релаксация ОН в упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести; релаксация ОН в сплошных и полых упрочненных цилиндрических образцах в условиях ползучести при жестких кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения и сложных режимах нагружения).
3. Разработанный программный комплекс позволяет проводить расчетно-экспериментальные исследования кинетики остаточных напряжений в условиях высокотемпературной ползучести упрочненных элементов статически неопределимых стержневых систем, а также отдельных упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцов с различными видами начального напряженного состояния после двухстороннего или одностороннего внешнего упрочнения поверхности при режимах сложного нагружения (термоэкспозиция, растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) с жесткими кинематическими ограничениями на перемещения.

Заключение

Сформулируем основные выводы и научные результаты, полученные в рамках настоящей диссертационной работы.

1. Разработан и реализован метод численного решения задачи расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении, позволяющий учитывать анизотропию пластической деформации и характер начального поля напряжений после упрочнения.
2. Исследовано напряженно-деформированное состояние в упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем с одной и двумя степенями свободы (геометрически симметричная и несимметричная системы) под действием температурно-силового нагружения на модельных примерах плоских трехэлементных систем из сплава Д16Т при «рабочей» температуре $T = 125^\circ\text{C}$. Выполнена частичная проверка адекватности разработанного математического метода для стержневых систем с упрочненными и неупрочненными элементами в условиях установившейся ползучести. Для апостериорной оценки сходимости и устойчивости численного метода произведено сравнение расчетных (численных) и предельных (асимптотических) значений характеристик напряженно-деформированного состояния, соответствующих стадии установившейся ползучести, полученных аналитически. Получено хорошее соответствие расчетных (на больших временных интервалах) и предельных асимптотических значений.
3. Разработан метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в сплошных и полых поверхностно упрочненных цилиндрических образцах в условиях высокотемпературной ползучести, позволяющий впервые учитывать комплексное воздействие сложных режимов на-

гружения (осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения.

4. Выполнены модельные расчеты и детальное исследование релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцах из сплава ЖС6КП после пневмодробеструйной обработки при различных режимах сложного нагружения и температурах эксплуатации $T = \{800; 900; 950; 1000\}$ °С. Получено, что наличие кинематических ограничений на угловые и осевые линейные перемещения замедляет процесс релаксации остаточных напряжений по сравнению с их отсутствием, а увеличение «рабочей» температуры интенсифицирует процесс релаксации остаточных напряжений.
5. Разработана и реализована методика расчета релаксации остаточных напряжений на внешней и внутренней поверхностях упрочненных тонкостенных трубок в условиях ползучести при заданных внешних нагрузках и кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения. Выполнен анализ влияния кинематических ограничений на кинетику остаточных напряжений при различных режимах сложного нагружения (осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) на модельном примере тонких цилиндрических трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм из нержавеющей стали 08X18H9 (ранний аналог стали X18H10T) при температуре $T = 600$ °С после двухстороннего виброударного поверхностного упрочнения дробью. Показано, что при всех рассмотренных режимах нагружения происходит практически полная релаксация остаточных напряжений в течение 50 часов, а наличие кинематических ограничений приводит к замедлению скорости релаксации по отношению к трубкам без кинематических ограничений.

6. Разработаны алгоритмы, математическое и программное обеспечение для решения краевых задач релаксации остаточных напряжений в упрочненных элементах стержневых конструкций, полых и сплошных упрочненных цилиндрах в условиях ползучести при кинематических ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения при сложных режимах температурно-силового нагружения.

Список литературы

1. Александров М. К., Папшева Н. Д., Акушская О. М. Ультразвуковое упрочнение деталей ГТД // Вестник СГАУ. — 2011. — № 3 (27). — С. 271—276.
2. Антонов А. А., Ифимовская А. А., Чернышев Г. Н. Бесконтактный электростатический метод оценки НДС твердых тел. Сб. Остаточные технологические напряжения // М. — 1988. — С. 32—38.
3. Архипов А. Н., Темис Ю. М. Исследование остаточных напряжений в конструкциях сложной формы методом конечных элементов // Проблемы прочности. — 1980. — № 7. — С. 81—84.
4. Бафаев Д. Х. Эффективный способ упрочнения обработки поверхностного слоя деталей машин // Молодой ученый. — 2016. — № 20 (124). — С. 121—124.
5. Бербасова Т. И. Методы расчета формирования и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных призматических и тонкостенных цилиндрических элементах конструкций при ползучести: дис. . . . канд. техн. наук / Бербасова Т. И. — Самара: СамГТУ, 2021. — 170 с.
6. Биргер И. А. Остаточные напряжения. — М.: Машгиз, 1963. — 262 с.
7. Бойцов В. Б., Скрипкин Д. Э., Чернявский А. О. Расчетный анализ образования остаточных напряжений при виброупрочнении // Динамика, прочность и износостойкость машин. — Челябинск: ИПМ АН СССР, 1985. — С. 69—72.
8. Болотин В. В., Гольденблат И. И., Смирнов А. Ф. Строительная механика. Современное состояние и перспективы развития. — М.: Стройиздат, 1972. — 656 с.

9. Бордаков С. А. Разработка методов расчета остаточных напряжений и сопротивления усталости в неоднородном поверхностном слое элементов конструкций: автореф. дис. . . . д-ра техн. наук / Бордаков С. А. — Самара: СГАУ, 2000. — 37 с.
10. Бочкова Т. И. Феноменологический метод расчета остаточных напряжений в плоских образцах после процедуры анизотропного поверхностного пластического упрочнения // Научному прогрессу — творчество молодых. Сборник материалов X Международной молодежной научной конференции по естественно-научным и техническим дисциплинам. Ч. 1. — Йошкар-Ола: ПГТУ, 2015. — С. 7—8.
11. Букатый А. С. Конечно-элементное моделирование и исследование остаточных напряжений и деформаций после дробеструйного упрочнения // Вестн. Машиностроения. — 2016. — № 6. — С. 52—57.
12. Васильев Д. М., Трофимов В. В. Современное состояние рентгеновского способа измерения макронапряжений // Заводская лаборатория. — 1984. — Т. 50, № 7. — С. 20—29.
13. Воздействие контактной шовной сварки на плазменные покрытия / Д. И. Комлев [и др.] // Физика и химия обработки материалов. — 2013. — № 4. — С. 69—77.
14. Волков И. А., Игумнов Л. А., Шишулин Д. Н. Оценка ресурсных характеристик материалов и конструкций при усталости и ползучести. — Нижний Новгород: НИНГУ, 2020. — 106 с.
15. Волков И. А., Коротких Ю. Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. — М.: Физматлит, 2008. — 424 с.
16. Горев Б. В., Клопотов И. Д. Описание процесса ползучести и разрушения при изгибе балок и кручении валов уравнениями со скалярными параметрами поврежденности // ПМТФ. — 1999. — Т. 40, № 6. — С. 157—162.

17. Гребенников М. А., Зиличихис С. Д., Стебельков И. А. Физика и технология упрочнения деталей в поле ультразвука // Вісник двигунобудування. — 2013. — Т. 1. — С. 72—74.
18. Гринченко И. Г. Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. — М.: Машиностроение, 1971. — 120 с.
19. Давиденков Н. Н. К вопросу о классификации и проявлении остаточных напряжений // Заводская лаборатория. — 1959. — № 3. — С. 318—319.
20. Давиденков Н. Н. К итогам дискуссии «О классификации и проявлении остаточных напряжений» // Заводская лаборатория. — 1960. — № 7. — С. 861—862.
21. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Строительная механика: Учеб. для строит. спец. вузов. — 9-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 2004. — 656 с.
22. Денисевич Д. С. Разработка методики прогнозирования остаточных напряжений, возникающих при импульсной термосиловой обработке изделий из титановых сплавов: автореф. дис. . . . канд. техн. наук / Денисевич Д. С. — М., 2019. — 16 с.
23. Деревянка Е. Е. Влияние жесткого заземления на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном полом цилиндре в условиях ползучести при сложном нагружении // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения: VI Всероссийская научная конференция с международным участием: Тольятти, 18–20 апреля 2023 г. Сборник материалов. — Тольятти: ТГУ, 2023. — С. 71—78.
24. Деревянка Е. Е. Исследование влияния температуры, крутящего момента и растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндре на фоне ползучести при жестком заземлении // Актуальные проблемы прикладной математики, информа-

- тики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 12–14 декабря 2022 г. — Воронеж, 2023. — С. 1017–1024.
25. Деревянка Е. Е. Математическое моделирование кинетики остаточных напряжений в тонкостенных двухсторонне упрочненных трубопроводах в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении и жестком заземлении // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2023». — М.: МАКС Пресс, 2023.
26. Деревянка Е. Е. Математическое моделирование ползучести и релаксации остаточных напряжений в упрочненных стержневых элементах статически неопределимой системы // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2018». — М.: МАКС Пресс, 2018.
27. Деревянка Е. Е. Разработка метода решения задачи оценки релаксации остаточных напряжений в цилиндрических упрочненных стержневых элементах статически неопределимых ферм // XXI Зимняя школа по механике сплошных сред (18–22 февраля 2019 г., Пермь, Россия). Тезисы докладов. — Пермь: ИМСС, 2019. — С. 98.
28. Деревянка Е. Е., Радченко В. П. Исследование релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем в условиях ползучести // Материалы XI Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (27–30 мая 2019 г., Самара, Россия). Т. 1. — Самара: СамГТУ, 2019. — С. 43–46.
29. Деревянка Е. Е., Радченко В. П. Кинетика напряженно-деформированного состояния в упрочненных статически неопределимых стержневых системах в условиях ползучести // Материалы X Всероссийской научной конференции по механике деформируемого твердого тела (18–22 сентября 2017 г., Самара, Россия). Т. 1. — Самара: СамГТУ, 2017. — С. 201–205.

30. Деревянка Е. Е., Радченко В. П. Моделирование и алгоритмизация процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых систем в условиях ползучести // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (19–24 августа 2019 г., Уфа). Аннотации докладов. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. — С. 201.
31. Деревянка Е. Е., Радченко В. П. Моделирование и алгоритмизация процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых систем в условиях ползучести // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сборник трудов в 4-х томах. Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. — С. 298–300.
32. Деревянка Е. Е., Радченко В. П., Цветков В. В. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при жестких ограничениях на линейные и угловые деформации // Известия РАН: Механика твердого тела. — 2021. — № 3. — С. 118–127.
33. Жемочкин Б. Н. Расчет упругой заделки стержня. Изгиб стержня в упругом полупространстве. — М.: Стройиздат, 1948. — 68 с.
34. Иванов С. И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. Куйбышев: КуАИ. — 1971. — № 53. — С. 32–42.
35. Иванов С. И. Определение остаточных напряжений в пластинах методом полосок // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Куйбышев: КуАИ. — 1971. — № 48. — С. 139–152.
36. Иванов С. И. Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Куйбышев: КуАИ. — 1971. — № 48. — С. 153–168.

37. Иванов С. И., Павлов В. Ф., Минин Б. В. Технологические методы повышения надежности деталей машин. — Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2015. — 170 с.
38. Иванов С. И., Шатунов М. П., Павлов В. Ф. Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Т. 1. — Куйбышев: КуАИ, 1974. — С. 88—95.
39. Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности // Изв. АН СССР. МТТ. — 1967. — № 3. — С. 21—35.
40. Ильялов О. Р., Няшин Ю. И. Об определении остаточных напряжений (Рукопись деп. в ВИНТИ № 5709-В88. Деп. от 15.07.88 г.) — Пермь: Перм. политехн. ин-т, 1988. — 13 с.
41. Исследование влияния остаточных напряжений на сопротивление усталости лопаток газотурбинного двигателя с учетом фрактографических признаков / А. М. Смыслов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. Машиностроение и машиноведение. — 2016. — № 1 (37). — С. 121—130.
42. Капранов Б. И., Коротков М. М., Короткова И. А. Акустический контроль. — Томск, 2004. — 119 с.
43. Каратушин С. И., Спиридонов Д. В., Плешанова Ю. А. Сравнительный анализ расчетных методов определения остаточных напряжений // Металлообработка. — 2016. — Т. 94, № 4. — С. 51—56.
44. Киселев А. В. Строительная механика. Учебник для вузов. — 3-е изд., доп. — М.: Стройиздат, 1976. — 511 с.
45. Колотникова О. В. Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // Проблемы прочности. — 1983. — № 2. — С. 112—114.

46. Комбинированное поверхностное упрочнение стальных и титановых сплавов на основе электромеханической и ультразвуковой обработок / В. П. Багмутов [и др.] // Известия ВолгГТУ. — 2013. — № 6 (109). — С. 68—71.
47. Корноухов Н. В. Прочность и устойчивость стержневых систем: упругие рамы, фермы и комбинированные системы. — М.: Стройиздат, 1949. — 376 с.
48. Костичев В. Э. Повышение сопротивления усталости коленчатых валов тепловых двигателей: дис. ... канд. техн. наук / Костичев В. Э. — Самара: Самар. нац. исслед. ун-т им. С.П. Королева (Самар. ун-т), 2017. — 192 с.
49. Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Костина Г. Н. Формирование остаточных напряжений при термоупрочнении деталей ГТД // Проблемы прочности. — 1978. — № 5. — С. 12—15.
50. Кравченко Б. А., Круцило В. Г., Гутман Г. Н. Термопластическое упрочнение — резерв повышения прочности и надежности деталей машин. — Самара: СамГТУ, 2000. — 216 с.
51. Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И., Волков В. И. Технологические методы повышения надежности деталей машин. — М.: Машиностроение, 1993. — 304 с.
52. Леонтьев Н. Н., Соболев Д. Н., Амосов А. А. Основы строительной механики стержневых систем: Учебник. — М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 1996. — 541 с.
53. Лиманова Л. В. Расчет тепловых и механических полей при термопластическом упрочнении пластины с двумя цилиндрическими отверстиями с учетом зависимости свойств материала от температуры // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 1999. — № 7. — С. 63—69.

54. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов. — М.: Физматлит, 2016. — 504 с.
55. Лунин В. В. Методы расчета напряженно-деформированного состояния и предела выносливости упрочненных цилиндрических деталей с концентраторами напряжений при ползучести: дис. . . . канд. техн. наук / Лунин В. В. — СамГТУ, 2015. — 173 с.
56. Мавлютов Р. Р., Мардимасова Т. Н., Куликов В. С. Остаточные напряжения и деформации при упрочнении отверстий // Прочность конструкций. — Уфа: УГАТУ, 1996. — С. 90—97.
57. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1975. — 400 с.
58. Марков А. И. Ультразвуковая обработка материалов. — М.: Машиностроение, 1989. — 237 с.
59. Математическое моделирование релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубопроводах в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного упрочнения при ползучести / В. П. Радченко [и др.] // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2021. — № 3. — С. 117—128.
60. Межецкий Г. Д., Загребин Г. Г., Решетник Н. Н. Сопротивление материалов: Учебник. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2013. — 432 с.
61. Метод реконструкции остаточных напряжений и пластических деформаций в тонкостенных трубопроводах в состоянии поставки и после двухстороннего виброударного поверхностного упрочнения дробью / В. П. Радченко [и др.] // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2020. — № 2. — С. 123—133.
62. Моделирование остаточного напряженного состояния деталей в условиях концентрации напряжений с использованием программного комплек-

- са NASTRAN/PATRAN / В. П. Сазанов [и др.] // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки. — 2012. — Т. 33, № 1. — С. 106—113.
63. Можаровская Т. Н., Можаровский В. Н., Штефан Н. И. О зависимости времени до разрушения и установившейся скорости деформаций ползучести конструкционных материалов // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування. — 2010. — № 59. — С. 37—40.
64. Мрочек Ж. А., Макаревич С. С., Кожуро Л. М. Остаточные напряжения: Учебное пособие. — Минск: Технопринт, 2003. — 352 с.
65. Никитенко А. Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. — Новосибирск: НГАСУ, 1997. — 278 с.
66. Одинцов Л. Г. Упрочнение и отделка деталей поверхностным пластическим деформированием. — М.: Машиностроение, 1987. — 328 с.
67. Определение остаточных напряжений при помощи создания отверстий и голографической интерферометрии / А. А. Антонов [и др.] // Механика твердого тела. — 1980. — № 2. — С. 182—189.
68. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах / Г. Н. Чернышев [и др.]. — М.: Наука, 1996. — 240 с.
69. Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. — Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2012. — 125 с.
70. Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Иванов В. Б. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений. — Самара: СНЦ РАН, 2004. — 64 с.
71. Павлов В. Ф., Столяров А. К., Павлович Л. И. Исследование остаточных напряжений в резьбе болтов по первоначальным деформациям // Проблемы прочности. — 1987. — № 5. — С. 117—119.

72. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Киев: Наукова Думка, 1988. — 736 с.
73. Подзей А. В., Сулима А. М., Евстигнеев М. И. Технологические остаточные напряжения. — М.: Машиностроение, 1973. — 216 с.
74. Поздеев А. А., Няшин Ю. И., Трусов П. В. Остаточные напряжения: теория и приложения. — М.: Наука, 1982. — 109 с.
75. Просвиркина Е. А., Саушкин М. Н. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое сплошного вращающегося цилиндра в условиях ползучести // Труды Третьей Всероссийской научной конференции (29–31 мая 2006 г.) «Матем. моделирование и краев. задачи». Часть 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. — Самара: СамГТУ, 2006. — С. 192–199.
76. Рабинович И. М. Курс строительной механики стержневых систем. Ч. 1. Статически определимые системы. — 2-е изд., переработанное. — М., 1950. — 377 с.
77. Рабинович И. М. Курс строительной механики стержневых систем. Ч. 2. Статически неопределимые системы. — М., 1954. — 925 с.
78. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1996. — 752 с.
79. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть. — М.: Наука, 1970. — 224 с.
80. Радченко В. П. Введение в механику деформируемых систем: Учеб. пособие. — Самара: Самарский гос. техн. ун-т, 2009. — 196 с.

81. Радченко В. П., Афанасьева О. С., Глебов В. Е. Влияние технологии поверхностного пластического упрочнения, остаточных напряжений и граничных условий на выпучивание балки // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2020. — № 1. — С. 87—98.
82. Радченко В. П., Афанасьева О. С., Глебов В. Е. Исследование влияния остаточных напряжений на геометрические параметры поверхностно упрочненного бруса // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика. — 2019. — Т. 19, № 4. — С. 464—478.
83. Радченко В. П., Бербасова Т. И., Шишкин Д. М. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном призматическом образце в условиях ползучести при двухосном нагружении // ПМТФ. — 2021. — Т. 62, № 5. — С. 184—194.
84. Радченко В. П., Деревянка Е. Е. Влияние температурно-силового нагружения на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах стержневой конструкции в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2019. — Т. 23, № 3. — С. 497—524.
85. Радченко В. П., Деревянка Е. Е. Кинетика остаточных напряжений в тонкостенных цилиндрических образцах после двухстороннего поверхностного упрочнения в условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика. — 2023. — Т. 23, вып. 2. — С. 227—240.
86. Радченко В. П., Деревянка Е. Е. Моделирование ползучести и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых систем // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2018. — Т. 22, № 4. — С. 647—668.

87. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. — М.: Машиностроение-1, 2004. — 265 с.
88. Радченко В. П., Кирпичев В. А., Лунин В. В. Влияние пневмодробеструйной обработки и термоэкспозиции на остаточные напряжения и предел выносливости образцов с надрезами из сплавов В95 и Д16Т // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2011. — Т. 24, № 3. — С. 181—184.
89. Радченко В. П., Кирпичев В. А., Лунин В. В. Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки. — 2012. — Т. 35, № 3. — С. 147—154.
90. Радченко В. П., Либерман А. Е., Блохин О. Л. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном вращающемся цилиндре в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2022. — Т. 26, № 1. — С. 119—139.
91. Радченко В. П., Либерман А. Е., Рузов А. В. Исследование влияния пространственно-временной неоднородности деформации ползучести на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно-упрочненном полем цилиндре из сплава Д16Т // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки. — 2018. — № 1 (57). — С. 149—163.
92. Радченко В. П., Морозов А. П. Исследование изменения макроструктуры металла упрочненных цилиндрических образцов из сплавов В95 и Д16Т вследствие температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки. — 2010. — Т. 28, № 7. — С. 107—112.

93. Радченко В. П., Морозов А. П. Экспериментальное исследование влияния пневмодробеструйной обработки, температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний на физико-механическое состояние упрочненного слоя цилиндрических образцов из сплавов В95 и Д16Т // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2010. — Т. 21, № 5. — С. 222—228.
94. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2015. — № 1. — С. 130—147.
95. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // Извест. вузов. Машиностроение. — 2004. — Т. 11. — С. 3—17.
96. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. — М.: Машиностроение-1, 2005. — 226 с.
97. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // ПМТФ. — 2009. — Т. 50, № 6. — С. 90—99.
98. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Феноменологический метод расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в полом поверхностно упрочненном цилиндрическом образце // Прикладная математика и механика. — 2013. — Т. 77, № 1. — С. 143—152.
99. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Бочкова Т. И. Математическое моделирование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в услови-

- ях высокотемпературной ползучести // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2016. — № 1. — С. 93—112.
100. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Павлов В. Ф. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненных втулках с учетом остаточных касательных напряжений // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2019. — № 1. — С. 138—150.
101. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Павлов В. Ф. Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // ПМТФ. — 2011. — Т. 52, № 2 (306). — С. 173—182.
102. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Павлов В. Ф. Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2011. — № 4. — С. 93—100.
103. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Цветков В. В. Влияние термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // ПМТФ. — 2016. — Т. 57, № 3. — С. 196—207.
104. Радченко В. П., Цветков В. В. Кинетика напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2014. — Т. 34, № 1. — С. 93—108.
105. Радченко В. П., Цветков В. В. Напряженно-деформированное состояние цилиндрического образца из сплава Д16Т в условиях осевого растяжения и кручения при ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2013. — Т. 32, № 3. — С. 77—86.

106. Радченко В. П., Цветков В. В., Саушкин М. Н. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением // ПМТФ. — 2020. — Т. 61, № 4. — С. 96—107.
107. Радченко В. П., Шишкин Д. М. Метод реконструкции остаточных напряжений в призматическом образце с надрезом полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 478—492.
108. Разработка и применение новых методов упрочнения деталей ГТД, основанных на пластическом деформировании поверхностных слоев (обзор) / Ю. А. Ножницкий [и др.] // Вісник двигунобудування. — 2006. — № 2. — С. 8—16.
109. Расчет сооружений с применением вычислительных машин / А. Ф. Смирнов [и др.]. — М.: Стройиздат, 1964. — 380 с.
110. Розин Л. А. Стержневые системы как системы конечных элементов. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. — 232 с.
111. Самарин Ю. П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. — Куйбышев: Куйбышевский госуниверситет, 1979. — 84 с.
112. Самарин Ю. П., Клебанов Я. М. Обобщенные модели в теории ползучести конструкций. — Самара: Поволж. отд. инженер. акад. РФ — СамГТУ, 1994. — 197 с.
113. Саушкин М. Н., Куров А. Ю. Анализ напряженного состояния в надрезах полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования сплошных цилиндрических образцов // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2012. — Т. 26, № 1. — С. 133—140.

114. Седов Л. И. Механика в СССР за 50 лет. В 4-х т. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. — М.: Наука, 1972. — 480 с.
115. Серебряков В. И. Формирование остаточных напряжений при единичном ударе // Проблемы повышения качества, надежности и долговечности деталей машин и инструментов. — Брянск: Брянск. ин-т трансп. машиностр., 1992. — С. 68—72.
116. Смирнов А. Ф. Устойчивость и колебания сооружений. — М.: Трансжелдориздат, 1958. — 571 с.
117. Снитко Н. К. Устойчивость стержневых систем. — М.: Госстатиздат, 1952. — 267 с.
118. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. — Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1986. — 95 с.
119. Сулима А. М., Шулов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. — М.: Машиностроение, 1988. — 240 с.
120. Сухорукова В. В. Неразрушающий контроль. В 5-ти томах. Том 2. Акустические методы контроля: практическое пособие. — М.: Высшая школа, 1991. — 283 с.
121. Учет остаточных напряжений при расчетах прочности элементов замковых соединений. Часть 1. Моделирование дробеструйной обработки / И. А. Киселев [и др.] // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2018. — № 11. — С. 49—59.
122. Учет остаточных напряжений при расчетах прочности элементов замковых соединений. Часть 2. Влияние остаточных напряжений на напряженно-деформированное состояние хвостовика лопатки турбины / Б. Е.

- Васильев [и др.] // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2018. — № 12. — С. 58—67.
123. Цейтлин В. И., Колотникова О. В. Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // Проблемы прочности. — 1980. — № 3. — С. 6—11.
124. Чепан П. А. Анализ процесса формирования остаточных напряжений при упрочнении деталей поверхностным деформированием // Проблемы прочности. — 1980. — № 11. — С. 100—103.
125. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести / В. П. Радченко [и др.] // ПМТФ. — 2015. — Т. 56, № 2. — С. 169—177.
126. Экспериментальное исследование кинетики остаточных напряжений в упрочненных полых цилиндрических образцах из сплава Д16Т при осевом растяжении в условиях ползучести / В. П. Радченко [и др.] // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2016. — Т. 20, № 2. — С. 290—305.
127. Электромеханическое упрочнение металлов и сплавов / В. П. Багмутов [и др.]. — Волгоград: ВолгГТУ, 2016. — 460 с.
128. A numerical study of the effects of shot peening on the short crack growth behaviour in notched geometries under bending fatigue tests / C. You [et al.] // Int. J. Fatigue. — 2017. — Vol. 103. — P. 99—111.
129. Analysis of shot-peening and residual stress relaxation in the nickel-based superalloy RR1000 / B. J. Foss [et al.] // Acta Materialia. — 2013. — Vol. 61, no. 7. — P. 2548—2559.
130. ANSYS-LS_DYNA. — URL: www.ansys.com/products/Structures/ANSYS-LS-DYNA (дата обр. 27.01.2023).

131. Bag A., Levesque M., Brochu M. Effect of shot peening on short crack propagation in 300M steel // *International journal of Fatigue*. — 2020. — Vol. 131. — P. 105346-1–105346-9.
132. Bergstrom J. Relaxation of residual stresses during cyclic loading // *Adv. Surface Treat.: Technol., Appl., Eff.* — 1986. — Vol. 3. — P. 97–111.
133. Betten J. *Creep mechanics*. — Berlin: Springer – Verlag, 2002. — 327 p.
134. Buchanan D. J., John R. Relaxation of shot-peened residual stresses under creep loading // *Scripta Materialia*. — 2008. — Vol. 59, no. 3. — P. 286–289.
135. ComplexStressRelax: Свид. о регистрации программы для ЭВМ № 2015613229 / В. В. Цветков; правообладатель Цветков В. В. — № 2014663033; заявл. 12.12.2014; опубл. 10.03.2015.
136. Consequences of transformation plasticity on the development of residual stresses and distortions during martensitic hardening of SAE 4140 steel cylinders / G. Besserdich [et al.] // *Steel Res.* — 1994. — Vol. 65, no. 1. — P. 41–46.
137. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // *Int. J. Fatigue*. — 2008. — Vol. 30, no. 8. — P. 1398–1408.
138. Experimental investigations and modeling of relaxation behavior of shot peening residual stresses at high temperature for nickel base superalloys / M. Khadraoui [et al.] // *Materials Science and Technology*. — 1997. — Vol. 13, no. 4. — P. 360–367.
139. Gambin W. Estimation of residual stresses in metal surface layers after the roller burnishing process // *J. Theor. Appl. Mech.* — 1997. — Vol. 35, no. 1. — P. 43–55.

140. Gambin W. Plastic analysis of metal surface layers undergoing the roller burnishing process // Eng. Trans. — 1996. — Vol. 44, no. 3–4. — P. 471–481.
141. Hadadian A., Sedaghati R. Investigation on thermal relaxation of residual stresses induced in deep cold rolling of Ti-6Al-4V alloy // Int. J. Adv. Manuf. Technol. — 2018. — Vol. 100, no. 1. — P. 877–893.
142. Isa M. R., Sulaiman S. N., Zaroog O. S. Experimental and simulation method of introducing compressive residual stress in ASTM A516 grade 70 steel // Key Eng. Mater. — 2019. — Vol. 803. — P. 27–31.
143. Kim J.-C., Cheong S.-K., Noguchi H. Residual stress relaxation and low- and high-cycle fatigue behavior of shot-peened medium-carbon steel // Int. J. Fatigue. — 2013. — Vol. 56. — P. 114–122.
144. Kraus L., Trofimov V. V. Rentgenová Tenzometrie (X-Ray Tensometry). — Praha: Academia, 1988. — 248 p.
145. Liu Y., Wang L., Wang D. Finite element modeling of ultrasonic surface rolling process // J. Mater. Proc. Tech. — 2011. — Vol. 211, no. 12. — P. 2106–2113.
146. Low cycle fatigue life prediction in shot-peened components of different geometries — part I: residual stress relaxation / C. You [et al.] // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. — 2016. — Vol. 40, no. 5. — P. 761–775.
147. Low cycle fatigue life prediction in shot-peened components of different geometries — part II: life prediction / C. You [et al.] // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. — 2016. — Vol. 40, no. 5. — P. 749–760.

148. Majzooobi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Mater. Sci. Eng: A. — 2007. — Vol. 516, no. 1. — P. 235–247.
149. Meguid S. A., Maricic L. A. Finite Element Modeling of Shot Peening Residual Stress Relaxation in Turbine Disk Assemblies // J. Eng. Mater. Technol. — 2015. — Vol. 137, no. 3. — P. 031003-1–031003-8.
150. Nair P. K., Vasudevan R. Residual stresses of types II and III and their estimation // Sadhana. — 1995. — Vol. 20. — P. 39–52.
151. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C / I. Altenberger [et al.] // Int. J. Fatigue. — 2012. — Vol. 44. — P. 292–302.
152. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening / R. A. Brockman [et al.] // Int. J. Fatigue. — 2012. — Vol. 36, no. 1. — P. 96–108.
153. Quang T. P., Win K., Butler D. New approach to estimate coverage parameter in 3D FEM shot peening simulation // Surface Engineering. — 2017. — Vol. 33, no. 9. — P. 687–695.
154. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V., Derevyanka E. E. Relaxation of Residual Stresses in a Surface-Hardened Cylinder under Creep Conditions and Rigid Restrictions on Linear and Angular Deformations // Mechanics of Solids. — 2020. — Vol. 55, no. 6. — P. 898–906.
155. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V., Saushkin M. N. Residual stress relaxation in a hardened cylinder under creep, loaded by an axial force, torque, and internal pressure // J. Appl. Mech. Tech. Phys. — 2020. — Vol. 61, no. 4. — P. 583–592.

156. Relaxation of residual stress in shot peened Idimet 720Li under high temperature isothermae fatigue / A. Evans [et al.] // *Int. J. Fatigue*. — 2005. — Vol. 27, no. 10–12. — P. 1530–1534.
157. Residual stresses and fatigue performance / M. N. James [et al.] // *Engineering Failure Analysis*. — 2007. — Vol. 14, no. 2. — P. 384–395.
158. Reverse bending fatigue of shot peened 7075-T651 aluminium alloy: the role of residual stress relaxation / M. Benedetti [et al.] // *Int. J. Fatigue*. — 2009. — Vol. 31, no. 8. — P. 1225–1236.
159. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-continuum coupling method / M. Jebahi [et al.] // *International journal of Mechanical Sciences*. — 2016. — Vol. 107. — P. 21–33.
160. Simulation and experimental validation of residual stress and surface roughness of high manganese steel after shot peening / H. Chen [et al.] // *Procedia CIRP*. — 2018. — Vol. 71. — P. 227–231. — 4th CIRP Conference on Surface Integrity (CSI 2018).
161. Simulation of shot dynamics for ultrasonic shot peening: Effects of process parameters / J. Badreddine [et al.] // *Int. J. Mech. Sci.* — 2014. — Vol. 82. — P. 179–190.
162. Simulation of shot peening process / R. Purohil [et al.] // *Materials Today: Proceedings*. — 2017. — Vol. 4, no. 2. — P. 1244–1251. — 5th International Conference of Materials Processing and Characterization (ICMPC 2016).
163. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure / D. Gallitelli [et al.] // *Comptes Rendus Mecanique*. — 2016. — Vol. 344, no. 4–5. — P. 355–374.

164. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance // Mater. Sci. Technol. — 2013. — Vol. 29, no. 6. — P. 637–651.
165. Strelax: Свид. о регистрации программы для ЭВМ № 2013619758 / В. А. Смыслов, М. Н. Саушкин; правообладатель Смыслов В. А. — № 2013615774; заявл. 09.07.2013; опубл. 14.10.2013.
166. T-jump: Свид. о регистрации программы для ЭВМ № 2014614005 / В. А. Смыслов; правообладатель Смыслов В. А. — № 2014611458; заявл. 25.02.2014; опубл. 14.04.2014.
167. Terres M., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Mater. Design. — 2012. — Vol. 35. — P. 741–748.
168. Thermal Relaxation of Shot Peening Residual Stresses in the Differently Heat Treated Plain Carbon Steel Ck 45 / J. Hoffmann [et al.] // Shot Peening: Science, Technology. — 1987. — Vol. 61, no. 7. — P. 21–27.
169. Zimmerman M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation // Int. J. Comput. Mater. Sci. Surf. Eng. — 2010. — Vol. 3, no. 4. — P. 289–310.

Приложение А

Акт о внедрении результатов работы в учебном процессе



УТВЕРЖАЮ
 Профессор по учебной работе
 ФГБОУ ВО «Самарский государственный
 технический университет», д. п. н.
 О. В. Юсупова
 3.03 2023 г.

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы Е. Е. Деревянка «Методы расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых статически неопределимых стержневых конструкциях в условиях ползучести», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, в учебном процессе Самарского государственного технического университета.

Комиссия в составе начальника учебного управления университета, к.э.н., доцента Е. А. Алонцевой, заведующего кафедрой «Прикладная математика и информатика», д.ф.-м.н., профессора В. П. Радченко и председателя методического совета Института автоматизации и информационных технологий, к.п.н., доцента Я. Г. Стельмах составила настоящий акт о том, что в учебном процессе Самарского государственного технического университета использованы следующие результаты кандидатской диссертации Е. Е. Деревянка «Методы расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых статически неопределимых стержневых конструкциях в условиях ползучести»:

1. Теоретические и экспериментальные результаты, полученные на основе метода решения задачи расчета остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически неопределимых стержневых конструкций в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении, используются в лекционных курсах для магистров направления 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» по дисциплинам «Нелинейное моделирование деформируемых материалов и механических систем» и «Непрерывные и дискретные математические модели».

2. Теоретические и экспериментальные результаты, полученные на основе метода решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном слое сплошных и полых цилиндрических образцов в условиях ползучести при сложных видах внешнего нагружения и жестких кинематических ограничениях на осевые линейные и угловые перемещения, используются в лекционных курсах для аспирантов направления 01.06.01 «Математика и механика» по дисциплинам «Механика деформируемого твердого тела» и «Математические основы механики поверхностного пластического упрочнения».

Начальник УУ СамГТУ
 к.э.н., доцент

Е. А. Алонцева

Зав. кафедрой ПМИИ
 д.ф.-м.н., профессор

В. П. Радченко

Председатель МС ИАИТ
 к.п.н., доцент

Я. Г. Стельмах

Приложение Б

Акт о внедрении результатов работы на предприятии

УТВЕРЖАЮ
 Генеральный конструктор
 ПАО «ОДК-Кузнецов»,
 кандидат технических наук
 Чупин П. В.
 «27» февраля 2023 г.



АКТ
о внедрении результатов диссертационной работы
Деревянка Екатерины Евгеньевны
«Методы расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых
статически неопределимых стержневых конструкциях в условиях ползучести»

Мы, представители публичного акционерного общества «ОДК Кузнецов» – эксперт Кочеров Е. П. и ФБГОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (СамГТУ) – заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» Радченко В. П. и директор Института автоматизации и информационных технологий СамГТУ К.В. Савельев составили настоящий акт о том, что:

- 1) методы численного решения краевых задач ползучести и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых статически неопределимых стержневых конструкциях;
- 2) результаты теоретических исследований влияния геометрической конфигурации статически неопределимой системы, внешних нагрузок и режимов температурно-силового нагружения на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрических элементах системы в условиях ползучести;
- 3) методы расчета релаксации остаточных напряжений в сплошных и полых поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях при различных видах сложного нагружения и наличии кинематических ограничений на осевые линейные и угловые перемещения;
- 4) результаты теоретических исследований по влиянию вида сложного напряженного состояния, различных температур эксплуатации и жестких кинематических ограничений на осевые линейные и угловые перемещения на кинетику остаточных напряжений в условиях высокотемпературной ползучести в поверхностно упрочнённых цилиндрических сплошных и полых образцах из сплава ЖС6КП и тонкостенных трубопроводах пневмогидросистем после двухстороннего упрочнения из стали 08X18H9

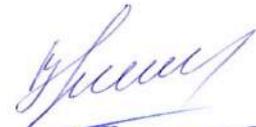
внедрены в расчетную практику в отделе прочности ОКБ ПАО «ОДК-Кузнецов».

Эксперт ПАО «ОДК-Кузнецов»,
 кандидат технических наук



Е. П. Кочеров

Зав. кафедрой «Прикладная
 математика и информатика»
 ФБГОУ ВО СамГТУ,
 д.ф.-м.н., профессор



В. П. Радченко

Директор Института автоматизации
 и информационных технологий,
 д.т.н.



К.В. Савельев