

На правах рукописи



Цыбин Никита Юрьевич

**РАСЧЕТ СЛОИСТЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ
КОНТАКТНОГО СЛОЯ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва 2019

Диссертация выполнена в ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет».

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор,
Андреев Владимир Игоревич

Официальные оппоненты:

Киселев Алексей Борисович

доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (МГУ имени М.В. Ломоносова), механико-математический факультет, кафедра газовой и волновой динамики, профессор.

Жаворонок Сергей Игоревич

кандидат физико-математических наук, доцент,
ФГБУН «Институт прикладной механики Российской академии наук» (ИПРИМ РАН), отдел механики адаптивных и композиционных материалов и систем, старший научный сотрудник

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет», г. Ростов-на-Дону

Защита состоится «18» июня 2019 года в 16-00 на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92, ауд. 12-105.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», по адресу: 300012, Тула, пр. Ленина, 92, и на сайте http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/Tsybin_NY/

Автореферат разослан «25» апреля 2019 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Глаголев
Вадим Вадимович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования

В настоящее время многослойные конструкции все чаще встречаются в различных отраслях промышленности. Данный факт является результатом технического прогресса и определен необходимостью реализации новых конструктивных решений. Синергия, возникающая при объединении материалов с различными свойствами, известна человечеству достаточно давно, так как позволяет создавать конструкции с уникальным набором весовых, прочностных и диссипативных характеристик

Многослойной считается любая конструкция, состоящая из набора чередующихся монослоев. Примерами могут служить слоистые балки, пластины, оболочки. Таким образом, термин «многослойная конструкция» объединяет собой широкий класс задач и включает в себя проблемы прочности, долговечности и технологичности.

Одной из главных проблем механики многослойных конструкций, как и адгезионной механики является задача качественного описания взаимодействия монослоев. Несмотря на большой список научных трудов, посвященных изучению данной проблемы, общей модели взаимодействия, применимой к различным по своей форме и структуре конструкциям, до сих пор нет.

Следовательно, разработка данной общей модели представляет собой важную и сложную научно-практическую задачу, связанную с развитием механики многослойных конструкций и адгезионной механики.

Степень разработанности темы исследования

Спектр задач механики многослойных конструкций и адгезионной механики можно разделить на два – микроуровень и макроуровень.

Основной целью решения задач на микроуровне является отыскание эффективных физико-механических характеристик армированного монослоя. В результате полученные эффективные характеристики позволяют пренебречь микронеоднородностью при рассмотрении макрозадач механики многослойных конструкций. Наиболее часто на данном уровне используется так называемая формула смеси.

На макроуровне рассматриваются задачи взаимодействия монослоев. Большую часть существующих на данный момент трудов, посвященных изучению напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций на макроуровне можно разделить на две основные группы.

К первой группе относятся работы, в которых пакет монослоев рассматривается как единая система с переменными по толщине сечения физико-механическими свойствами. Макронеоднородность напряженно-деформированного состояния, как правило, исключается из рассмотрения за счет введения усредненных интегральных эффективных характеристик. Также из рассмотрения исключаются вопросы взаимодействия слоев между собой. Большой вклад в данный подход внесли С.Г. Лехницкий В.В. Васильев, С.А. Амбарцумян, В.И. Королёв, Э.И. Григолюк и другие авторы.

Ко второй группе относятся работы, в которых гипотезы накладываются на каждый слой в отдельности, а затем рассматривается совместная работа всех слоев. Данный подход наиболее полно реализован в работах по трехслойным конструкциям. Чаще всего рассматривается модель, состоящая из двух внешних «несущих» слоев и среднего слоя заполнителя. Для «несущих» слоев, как правило, вводится гипотеза прямых нормалей Кирхгофа, а для заполнителя вводится либо гипотеза о линейном распределении полей перемещений по толщине слоя, либо гипотеза о равномерном распределении касательных напряжений. Наиболее разработанными являются труды отечественных авторов А.Л. Рабиновича, А.Р. Ржаницына и В.В. Болотина.

Второй подход наиболее близок к многослойным конструкциям, рассчитываемым с использованием модели контактного слоя. Главным отличием является то, что в предложенной модели между «несущими» слоями и слоем заполнителя присутствуют контактные слои. Таким образом, модель контактного слоя описывает не материал, а взаимодействие. Подобное

предположение снимает необходимость накладывать на слой заполнителя гипотезы, отличные от гипотез, применяемых к «несущим» слоям и переводит модель, с математической точки зрения, из разряда трехслойных в разряд пятислойных.

Цель исследования

Целью исследования является совершенствование и развитие теоретических подходов к описанию и расчету многослойных конструкций и адгезионных соединений.

Объект исследования

Объектом исследования являются многослойные конструкции различной конфигурации и схем нагружения.

Предмет исследования

Напряженно-деформированное состояние многослойных конструкций и влияние на него физико-механических и геометрических характеристик слоев, в том числе в процессе ползучести.

Методы исследования

Для анализа напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций с контактными слоями выполнено моделирование с применением математического аппарата теории упругости и вязкоупругости. В результате получены системы разрешающих уравнений, которые были проинтегрированы с использованием аналитических, численных и численно-аналитических методов. Интегрирование выполнялось с использованием разработанных автором подпрограмм для программного комплекса «Maple».

Также автором предложен и реализован способ моделирования контактного слоя с использованием метода конечных элементов. Моделирование осуществлено в программном комплексе «Лира» версии 10.8.

Задачи исследования

В соответствии с поставленной целью были сформулированы и решены следующие задачи:

- 1) Вывод разрешающих уравнений для слоистых балок, пластин и цилиндров с использованием модели контактного слоя.
- 2) Решение задачи о напряженно-деформированном состоянии слоистых стержней при изгибе и межслойном сдвиге. Исследование краевых эффектов концентрации напряжений.
- 3) Решение задачи о напряженно-деформированном состоянии двухслойного толстостенного цилиндра при различных вариантах нагружения.
- 4) Решение задачи микромеханики на примере модели выдергивания волокна из матрицы.
- 5) Решение упругих задач для слоистой пластины при нормальном отрыве.
- 6) Определение эффективных механических характеристик слоистого композита.
- 7) Решение задач ползучести слоистого композита при нормальном отрыве. Определение длительной прочности слоистого композита при нормальном отрыве.
- 8) Сравнение процессов ползучести в полимерной прослойке слоистого композита и свободном полимерном стержне.

Научная новизна

Главным отличием полученных результатов является то, что при решении задач теории многослойных конструкций автор использует уникальную гипотезу, предложенную и реализованную во многих работах Р.А. Турусовым, согласно которой, взаимодействие слоев осуществляется с помощью контактного слоя, в котором происходит межмолекулярное взаимодействие вещества адгезива с субстратом. В отличие от большинства существующих на данный момент моделей многослойных конструкций, модель контактного слоя используется для описания не материала, а взаимодействия слоев. При этом наряду с адгезионной прочностью вводится параметр жесткости контактного слоя, который характеризует интенсивность адгезионной связи и влияет на величины и характер распределения напряжений на границе и во всех компонентах модели. Предполагается, что контактный слой представляет собой анизотропную среду. Параметры этой среды таковы, что она передает только касательные напряжения в плоскости контакта и нормальные напряжения, перпендикулярные

плоскости контакта. Если рассматривается многослойная пластина, ось z которой направлена перпендикулярно ее поверхности, то в контактном слое $E_x, E_y, G_{xy} = 0$ и $E_z, G_{xz}, G_{yz} \neq 0$.

На основе модели контактного слоя в диссертации получены разрешающие системы уравнений и проведен широкий спектр теоретических исследований для многослойных пластин, стержней и двухслойных цилиндров. Помимо этого модель контактного слоя впервые реализована в расчете с использованием метода конечных элементов.

Данная диссертационная работа во многом является продолжением трудов В.И. Андреева и Р.А. Турусова. При этом задачи исследования решаются либо впервые, либо являются развитием (за счет изменения постановки задачи и методов решения) уже решенных.

Теоретическая значимость

Теоретическая значимость работы состоит в развитии механики многослойных конструкций и адгезионной механики. Полученные системы разрешающих уравнений для многослойных пластин, стержней и цилиндров позволяют решать многочисленные задачи данных разделов механики. Методика получения разрешающих уравнений легко может быть применена к другим, не рассмотренным в диссертации задачам. Используемая модель контактного слоя имеет следующие достоинства:

- 1) Прогнозирует возникновение существенно неоднородных полей напряжений в многослойных конструкциях и адгезионных соединениях, включая концентрации напряжений;
- 2) Позволяет удовлетворить всем граничным условиям, в отличие от строгих решений, например, в теории упругости, когда в угловых точках на свободных от нагрузок поверхностях, вопреки условию задачи, получаются бесконечные значения касательных напряжений (сингулярности);
- 3) Позволяет ввести некоторые упрощения, вплоть до одномерных задач, решение которых получаются в виде конечных формул без привлечения численных методов;
- 4) Позволяет учитывать технологические напряжения, создаваемые клеем при усадке или изменении температуры модели;
- 5) Позволяет использовать физически ясные критерии разрушения адгезионных соединений, например, по достижению касательными напряжениями критической величины;
- 6) Вводит наряду с адгезионной прочностью параметр жесткости контактного слоя, который характеризует интенсивность адгезионной связи;
- 7) Объясняет и описывает экспериментально обнаруженное явление синергизма упругих характеристик (модуля Юнга) тонких прослоек адгезива и слоистых структур;
- 8) Имеет возможность прямого сопоставления теоретических расчетов с результатами экспериментов и позволяет довольно легко из макроэксперимента по измерению средней адгезионной прочности определять истинную прочность адгезионной связи и жесткости контактного слоя.

Практическая значимость

Полученные результаты исследований позволяют:

- 1) Производить расчеты существенно неоднородного напряженно-деформированного состояния широкого класса многослойных конструкций;
- 2) Оценивать прочность и долговечность многослойных конструкций;
- 3) Определять критерии разрушения адгезионных соединений;
- 4) Определять эффективные механические характеристики слоистых конструкций;
- 5) Оценивать существующие и разрабатывать новые стандарты испытания адгезионных соединений.

Достоверность результатов

Достоверность результатов обоснована:

- 1) Использованием фундаментальных законов теории упругости и теории вязкоупругости;
- 2) Корректностью постановки задач в рамках механики деформируемого твёрдого тела;

- 3) Использованием общепринятых гипотез строительной механики;
- 4) Согласованностью полученных результатов расчета с экспериментальными данными.
- 5) Согласованностью результатов аналитического расчета с результатами, полученными из конечно-элементного расчета.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся:

- 1) Методы получения систем разрешающих уравнений для многослойных конструкций с использованием модели контактного слоя;
- 2) Результаты решения упругих задач для многослойных стержней;
 - 2.1. Результаты сопоставления теоретических расчетов с экспериментальными данными;
 - 2.2. Результаты сопоставления аналитических расчетов и численных расчетов с использованием метода конечных элементов;
 - 2.3. Обоснование необходимости детального изучения напряженно-деформированного состояния при определении адгезионной прочности соединений;
 - 2.4. Метод определения адгезионной прочности на основе изучения напряженно-деформированного состояния соединений;
- 3) Результаты решения упругой задачи о взаимодействии волокна и матрицы;
- 4) Результаты решения упругих задач для слоистой пластины при нормальном отрыве;
 - по определению разрушающей нагрузки;
 - по определению эффективных механических характеристик;
- 5) Результаты решения задач ползучести слоистой пластины при нормальном отрыве и их сопоставление с результатами для свободного полимерного стержня.

Личный вклад автора

В исследуемой проблеме личный вклад автора заключается в развитии и расширении области использования модели контактного слоя для расчета многослойных конструкций и адгезионных соединений, получении разрешающих уравнений для решения новых классов задач, разработке методов численного и аналитического решения и анализа поставленных задач, реализации модели контактного слоя при конечно-элементном моделировании.

Апробация работы

Основные результаты исследований, выполненных автором в рамках настоящей диссертационной работы, доложены на **8** совещаниях, конференциях и семинарах:

- 1) XXV R-S-P seminar, Theoretical Foundation of Civil Engineering (25RSP) (TFoCE 2016). 11-16 July 2016. Zilina, Slovakia;
- 2) XXVI R-S-P seminar, Theoretical Foundation of Civil Engineering (26RSP) (TFoCE 2017). 21-25 August 2017. Warsaw, Poland;
- 3) Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. 21-23 Ноября 2017. Москва, Россия;
- 4) XIV международная научно-практическая конференция "Развитие фундаментальных основ науки и образования в строительстве". 18 Мая 2017. Москва, Россия;
- 5) XXI International Scientific Conference on Advanced in Civil Engineering "Construction the Formation of Living Environment". 25-27 April 2018. Moscow, Russia;
- 6) VII Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений». 1-8 Июля 2018. Новосибирск, Россия;
- 7) XXVII R-S-P seminar, Theoretical Foundation of Civil Engineering (27RSP) (TFoCE 2018). 17-21 September 2018. Rostov-on-Don, Russia;
- 8) VI International Scientific Conference «Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education (IPCSE 2018). 14-16 November 2018. Moscow, Russia.

Публикации

По теме диссертации опубликовано **12** печатных работ, в том числе **6** статей в журналах, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, **6** работ опубликованы в

рецензируемых научных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования.

Внедрение результатов исследования

Материалы диссертационной работы внедрены в ОАО «НПО Стеклопластик» для расчета и проектирования многослойных конструкций.

Результаты исследований, полученные в диссертационной работе, использованы при выполнении в 2016-2017 г. госбюджетной научно-исследовательской работы «Расчет слоистых пластин и оболочек на основе метода контактного слоя с учетом непрерывности обусловленной наличием физических полей».

Результаты исследований, полученные в диссертационной работе, использованы для разработки программы для ЭВМ «Программа расчета адгезионного соединения с использованием модели контактного слоя»

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 105 наименований. Работа изложена на 179 страницах машинописного текста, включающего 85 рисунков и 3 приложения.

Автор выражает глубокую благодарность доктору физико-математических наук, профессору Роберту Алексеевичу Турусову за консультации в процессе работы над диссертацией.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, научная новизна, практическая значимость, представлены основные положения, которые выносятся на защиту, а также сведения об апробации результатов работы.

Глава 1 посвящена анализу подходов к описанию и расчету многослойных конструкций других авторов.

Рассмотрено два основных направления развития механики многослойных конструкций.

В первом направлении гипотезы (Кирхгофа-Лява, С.П. Тимошенко и др.) применяются к пакету слоев в целом, тем самым вносятся предположения об абсолютно жестком контакте слоев. Неоднородность физико-механических характеристик по толщине пакета учитывается использованием усредненных значений. После определения усредненных интегральных величин решение задачи производится по аналогии с соответствующим решением для однослойной конструкции.

Во втором направлении исследований гипотезы накладываются не на пакет слоев в целом, а на каждый слой в отдельности. При этом исследователь волен выбирать предположения о характере работы каждого из слоев. Иначе говоря, допускается, что к одному слою будут применяться одни гипотезы (например, гипотеза Кирхгофа-Лява), а для другого слоя иные (например, гипотеза С.П. Тимошенко). Подобный подход не имеет ограничений на толщину пакета слоев в целом, а главным недостатком является то, что число разрешающих уравнений увеличивается прямо пропорционально числу слоев.

Модель контактного слоя, как способ описания взаимодействия между слоями многослойной конструкции (изначально – модель «пограничного слоя») начала свое развитие еще в семидесятых годах. Основателем данной модели является Р.А. Турусов, который предположил наличие контактного слоя между слоями адгезива и субстрата (рисунок 1).

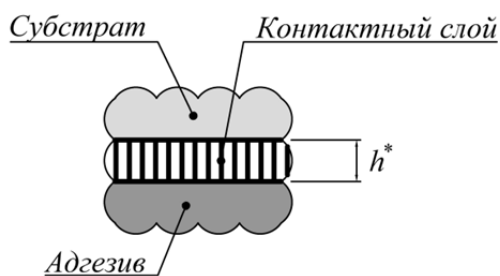


Рисунок 1. Контактный слой

Модель контактного слоя предлагает описывать среду, в которой возникают межатомные связи между слоями адгезива и субстрата с точки зрения механики твердого тела. Предполагается, что поверхностная плотность связей не превышает 10^{-1} плотности атомов на поверхности контакта. Длина этих связей равна h^* .

Подобное предположение позволит рассматривать контактный слой, как анизотропную упругую среду. В подобной среде отсутствуют нормальные напряжения в плоскости контакта, а коэффициент Пуассона равен нулю. В результате, основными характеристиками контактного слоя, подлежащими определению из макроэксперимента, является его толщина h^* и жесткость на сдвиг G^* , причем, так как коэффициент Пуассона принимается равным нулю, модуль сдвига связан с модулем Юнга простым соотношением $G^* = E^*/2$. Основные соотношения теории упругости анизотропных тел (уравнения равновесия, закон Гука и соотношения Коши) остаются без изменений.

Так как многослойные конструкции с контактными слоями, рассмотренные в диссертации, относятся ко второму указанному ранее направлению исследований в данной области, далее приведено сравнение с наиболее разработанными трудами отечественных авторов А.Л. Рабиновича, А.Р. Ржаницына и В.В. Болотина.

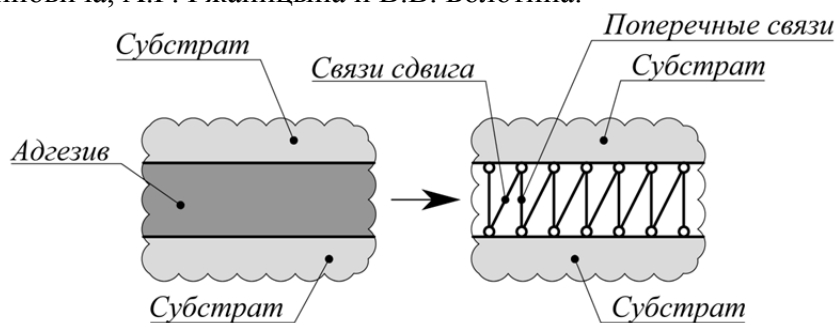


Рисунок 2. Модель многослойной конструкции А.Р. Ржаницына и В.В. Болотина

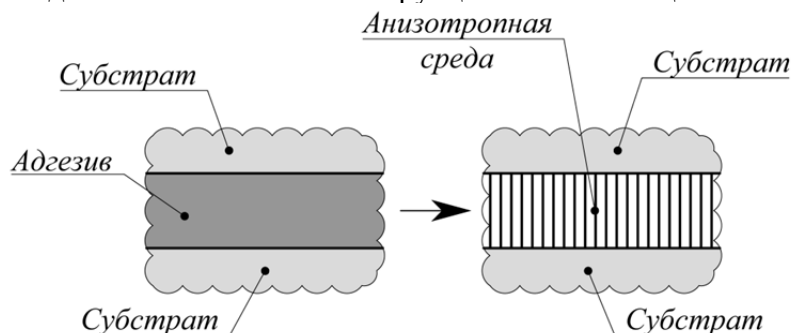


Рисунок 3. Модель многослойной конструкции А.Л. Рабиновича

Анализируя рисунок 2 и рисунок 3, можно заключить, что подходы А.Л. Рабиновича, А.Р. Ржаницына и В.В. Болотина схожи в том, что различные упрощающие гипотезы применяются непосредственно к слою адгезива, т.е. используются для *описания материала*. В отличие от них, модель контактного слоя описывает *взаимодействие слоев*.

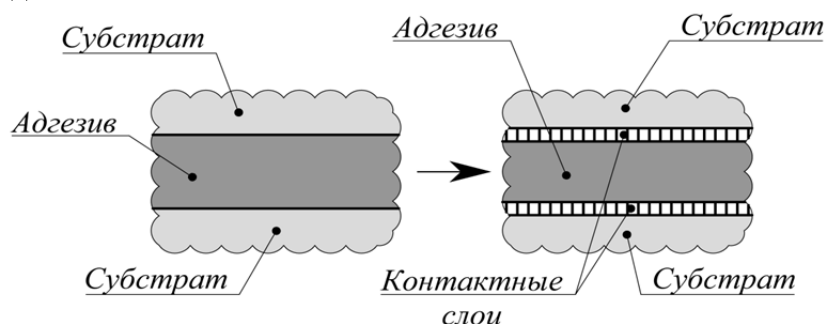


Рисунок 4. Модель многослойной конструкции с точки зрения модели контактного слоя

Таким образом, при использовании модели контактного слоя слой адгезива перестает быть простым связующим, обеспечивающим перераспределение усилий между слоями субстрата и полноценно включается в работу всей многослойной конструкции. Подобный подход позволяет более качественно анализировать напряженно-деформированное состояние слоя адгезива, а также оценивать контакт на границе раздела слоев. При рассмотрении

трехслойной конструкции с использованием модели контактного слоя фактически требуется описать пять слоев.

Стоит заметить, что в случае малой толщины адгезива объединение слоя адгезива и двух примыкающих контактных слоев в один контактный слой не вносит ощутимых изменений в н.д.с многослойной конструкции. Подобное упрощение возможно только при решении упругих задач и недопустимо при решении задач ползучести и термоупругости.

Глава 2 посвящена выводу разрешающих уравнений, в частности в диссертации получены

- 1) Разрешающие уравнения решения задач изгиба, устойчивости и межслойного сдвига многослойных пластин.
- 2) Разрешающие уравнения решения задач нормального отрыва многослойных пластин в том числе в процессе ползучести.
- 3) Разрешающие уравнения решения задач изгиба, устойчивости и межслойного сдвига многослойных стержней, как частный случай многослойной пластины.
- 4) Разрешающие уравнения для двухслойного толстостенного цилиндра.

Все перечисленные систем уравнений в диссертации сопровождаются моделями соответствующих задач.

Глава 3 посвящена решению упругих задач.

- 1) Решена задача изгиба многослойных балок с любым числом слоев в рядах Фурье (рисунок 5).

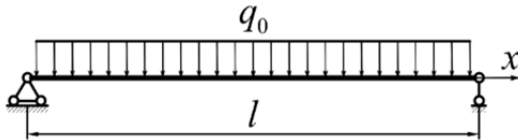


Рисунок 5. Расчётная схема

Граничные условия записываются в виде:

$$v_k(0) = v_k(l) = \frac{d^2}{dx^2} [v_k(0)] = \frac{d^2}{dx^2} [v_k(l)] = 0; \quad (1)$$

$$N_k(0) = N_k(l) = 0.$$

В общем случае разложение произвольной функции в ряд Фурье по синусам с периодом $T = l$ на интервале $x = 0 \dots l$ записывается в виде:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin(\lambda_n x), \quad \lambda_n = \frac{\pi n}{l}. \quad (2)$$

Поперечная нагрузка и вынужденные усилия (вызванные действием температуры, химической усадки и т.д.) также раскладываются в ряды Фурье.

Таким образом получим

$$\left. \begin{aligned} v_k &= \sum_{n=1}^{\infty} v_k^n \sin(\lambda_n x); \quad \frac{d^2 v_k}{dx^2} = -\lambda_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} v_k^n \sin(\lambda_n x); \quad \frac{d^4 v_k}{dx^4} = \lambda_n^4 \sum_{n=1}^{\infty} v_k^n \sin(\lambda_n x); \\ N_k &= \sum_{n=1}^{\infty} N_k^n \sin(\lambda_n x); \quad \frac{d^2 N_k}{dx^2} = -\lambda_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} N_k^n \sin(\lambda_n x). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

После преобразований получим систему из двух разрешающих алгебраических уравнений относительно слоя k .

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{k,k-1}^n \cdot v_{k-1}^n + \beta_{k,k-1} \cdot N_{k-1}^n + \alpha_{k,k}^n \cdot v_k^n + \beta_{k,k} \cdot N_k^n + \alpha_{k,k+1}^n \cdot v_{k+1}^n + \beta_{k,k+1} \cdot N_{k+1}^n &= F_k^n; \\ \xi_{k,k-1}^n \cdot v_{k-1}^n + \psi_{k,k-1} \cdot N_{k-1}^n + \xi_{k,k}^n \cdot v_k^n - \psi_{k,k}^n \cdot N_k^n + \xi_{k,k+1}^n \cdot v_{k+1}^n + \psi_{k,k+1} \cdot N_{k+1}^n &= f_k^n, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Коэффициенты, входящие в (4), приведены в диссертации.

Система разрешающих уравнений для балки в целом может представлена в матричной форме для n -го члена разложения следующим образом:

$$[A]_n \cdot [x]_n = [\eta]_n, \quad (5)$$

где

$[A]_n$ – матрица коэффициентов размером $2 \cdot m \times 2 \cdot m$;

$[x]_n$ – вектор неизвестных длиной $2 \cdot m$;

$[\eta]_n$ – вектор приложенных нагрузок длиной $2 \cdot m$.

Решением системы уравнений (5) является выражение:

$$[x]_n = [\eta]_n \cdot [A]_n^{-1}. \quad (6)$$

Стоит заметить, что при вычислении коэффициентов в первых и последних двух строках матрицы $[A]_n$ и вектора $[\eta]_n$ необходимо учесть, что $g_0^* = g_{m+1}^* = e_0^* = e_{m+1}^* = 0$.

В качестве примера рассматривается трехслойная балка (рисунок 6)

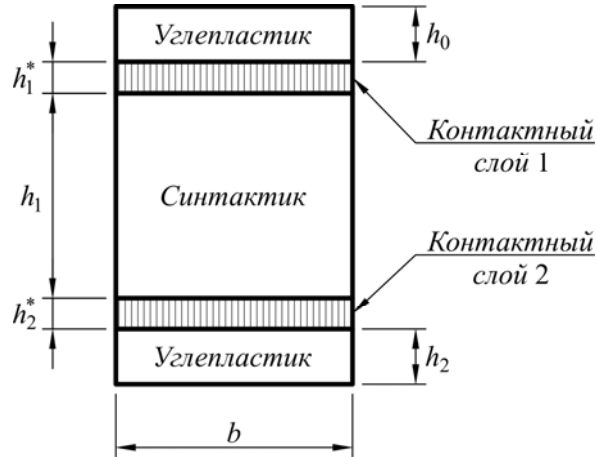


Рисунок 6. Модель трехслойной балки

При расчете использованы следующие геометрические и физико-механические характеристики:

$$h_0 = h_2 = 2 \text{ мм}; \quad h_1 = 30 \text{ мм}; \quad b = 10 \text{ мм}; \quad E_0 = E_2 = 3.5 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad E_1 = 2.6 \cdot 10^3 \text{ МПа};$$

$$q = 1 \frac{\text{кН}}{\text{м}}; \quad l = 500 \text{ мм}; \quad g_1^* = g_2^* = 10^4 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}; \quad e_1^* = e_2^* = 10^4 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}.$$

На рисунках 7 и 8 показаны результаты расчета.

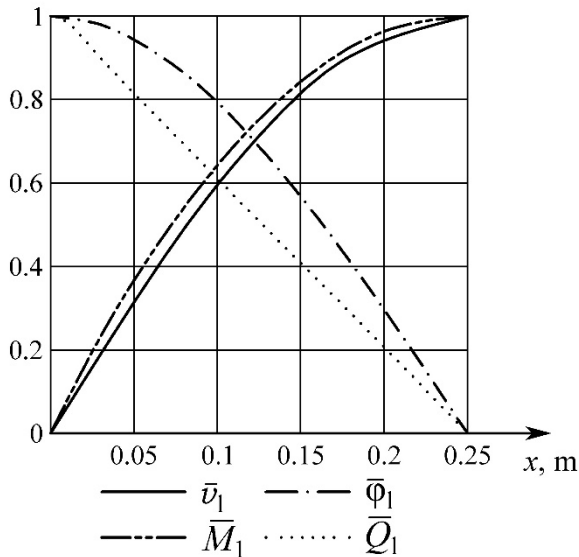


Рисунок 7. Перемещения, углы поворота и усилия в слое 1

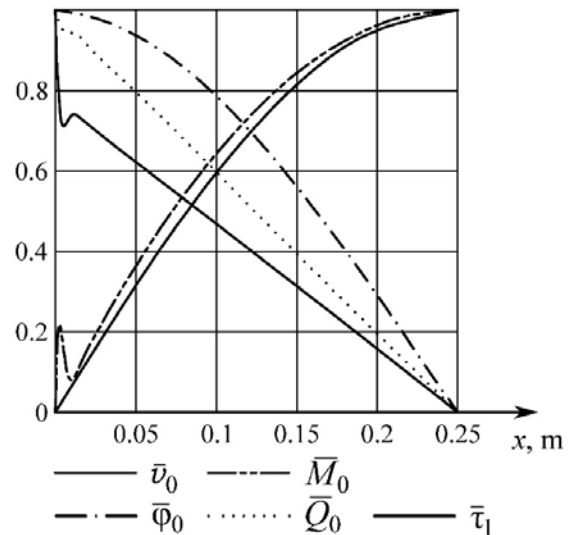


Рисунок 8. Перемещения, углы поворота и усилия в слое 0, а также напряжения в контактном слое 1

Ряды для перемещений и продольных сил достаточно быстро сходятся, в результате решение с допустимой погрешностью в 5% можно получить уже при 10 учитываемых членах разложения. Для поперечных сил и касательных напряжений аналогичную погрешность имеет решение, учитывающее до 100 членов разложения, однако оценить зону краевого эффекта можно уже при 10 учитываемых компонентов разложения.

Разработанная методика решения задачи об изгибе многослойной шарнирно опертой балки в виде разложения в ряды Фурье по синусам представлена в матричном виде, в результате чего решение может быть легко получено с использованием современным программных комплексов линейной алгебры.

Данное решение может быть востребованным при оценке напряженно-деформированного состояния многослойных балок, для которых число слоев (и соответственно число разрешающих уравнений) не позволяет получить аналитического решения.

2) Решена задача о сжатии трехслойного стержня в аналитическом виде и с использованием метода конечных элементов. Выполнено сравнение с результатами эксперимента.

Ниже приведены результаты детального измерения поляризационно-оптическим методом напряжений на поверхности контакта стеклянного стержня и адгезива. Общий вид экспериментальной модели представлен ниже (рисунок 9).

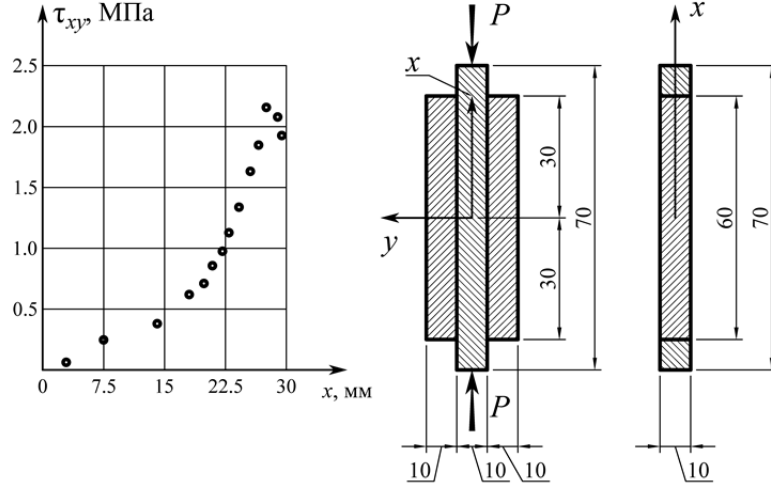


Рисунок 9. Экспериментальная модель

Система разрешающих уравнений для слоев $0 \dots 2$

$$\frac{d^2 N_k}{dx^2} = \frac{dP_{x,k}^t}{dx} - \frac{dP_{x,k}^b}{dx}; \quad -D_k \frac{d^4 v_k}{dx^4} + \frac{h_k}{2} \left(\frac{dP_{x,k}^t}{dx} + \frac{dP_{x,k}^b}{dx} \right) = P_{y,k}^t - P_{y,k}^b, \quad k = 0, 1, 2. \quad (7)$$

В данном случае величины $P_{x,k}^t$, $P_{x,k}^b$, $P_{y,k}^t$, $P_{y,k}^b$ равны:

$$\left. \begin{aligned} P_{x,0}^t = P_{y,0}^t = 0; \quad P_{x,0}^b = \tau_1^*; \quad P_{y,0}^b = \sigma_1^* (-h_1^*/2); \quad P_{x,1}^t = -\tau_1^*; \quad P_{y,1}^t = \sigma_1^* (h_1^*/2); \\ P_{x,1}^b = \tau_2^*; \quad P_{y,1}^b = \sigma_2^* (-h_2^*/2); \quad P_{x,2}^t = -\tau_2^*; \quad P_{y,2}^t = \sigma_2^* (h_2^*/2); \quad P_{x,2}^b = P_{y,2}^b = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для контактных слоев имеем следующие уравнения:

$$\frac{\tau_k^*}{G_k^*} = \frac{(h_k^*)^2}{12E_k^*} \frac{d^2 \tau_k^*}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d(v_{t,k}^* + v_{b,k}^*)}{dx} - \frac{u_{t,k}^* - u_{b,k}^*}{h_k^*}; \quad \sigma_k^* = -y_k^* \frac{d\tau_k^*}{dx} - \frac{E_k^* (v_{t,k}^* - v_{b,k}^*)}{h_k^*}, \quad k = 1, 2. \quad (9)$$

Систему уравнений (7) и (9) можно свести к одному уравнению относительно продольной силы N_0

$$\frac{d^8 N_0}{dx^8} - \omega \frac{d^6 N_0}{dx^6} + \omega \lambda \chi \frac{d^4 N_0}{dx^4} - \omega \lambda \frac{d^2 N_0}{dx^2} + \omega \lambda \xi N_0 = \omega \lambda \xi P. \quad (10)$$

В результате интегрирования (10) мы получим восемь неизвестных интегрирования. С учетом симметрии относительно оси y , их остается только четыре.

С учетом симметрии относительно y граничные условия имеют вид:

$$N_0(l/2) = M_0(l/2) = 0; \quad Q_0(l/2) = \tau_1^*(l/2) = 0. \quad (11)$$

Таким образом, решение уравнения (10) принимает вид

$$N_0 = \frac{P}{\eta} + \sum_{m=1}^4 C_m \cosh(\sqrt{s_m} x). \quad (12)$$

В дальнейшем будут использованы следующие механические и геометрические параметры

$$h_0 = h_1 = h_2 = b = 10\text{мм}; l = 60\text{мм}; G^*/h^* = 15000 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}; E_0 = E_1 = 50000\text{МПа}; P = 0.6\text{кН}.$$

Ниже (рисунок 10) приведен график, сопоставляющий аналитическое решение с экспериментальными данными.

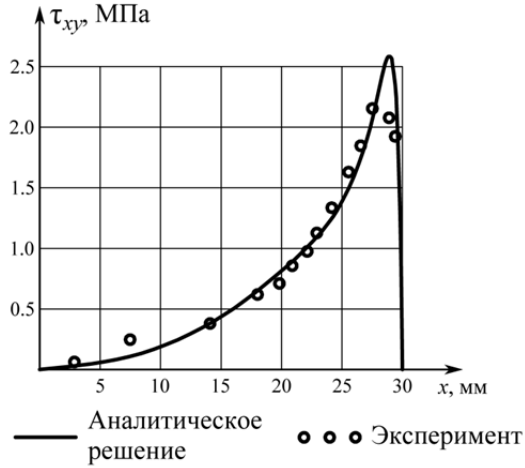


Рисунок 10. Касательные напряжения в контактном слое. Сравнение аналитического решения и экспериментальных данных.

Решение данной задачи было также выполнено с использованием метода конечных элементов, для двух моделей – без контактного слоя и с контактном слоем. Ниже приведен общий вид данных моделей.

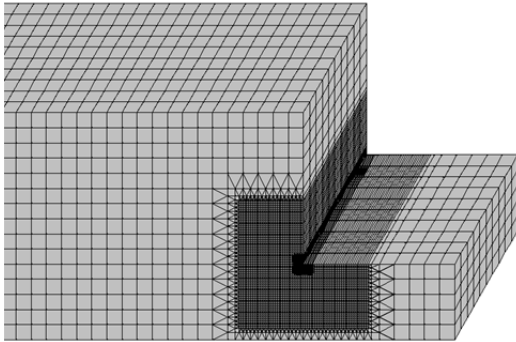


Рисунок 11. Общий вид конечно-элементной модели без контактного слоя.

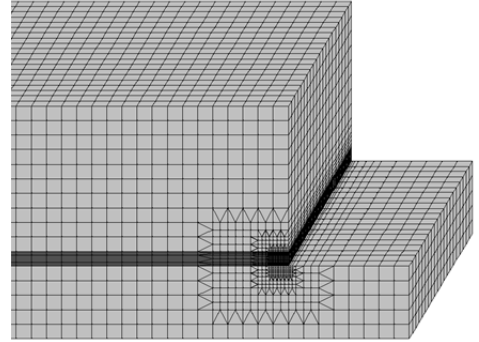


Рисунок 12. Общий вид конечно-элементной модели с контактном слоем.

Ниже приведены результаты вычисления касательных напряжений для данных моделей

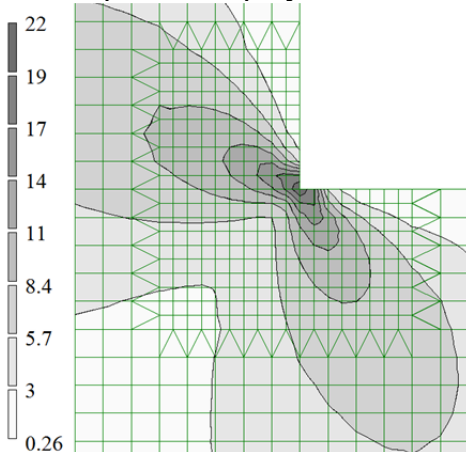


Рисунок 13. Поля касательных напряжений в конечно-элементной модели без контактного слоя.

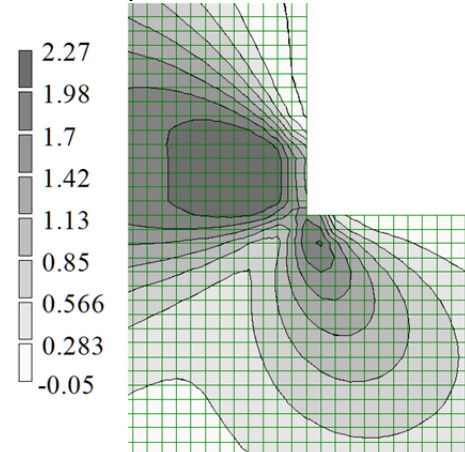


Рисунок 14. Поля касательных напряжений в конечно-элементной модели с контактном слоем.

В результате решения, было установлено, что касательные напряжения в модели без контактного слоя достигают своего максимального значения в угловой точке. После добавления контактного слоя, максимум касательных напряжений сместился из угловой точки в узкую зону краевого эффекта в контактном слое.

Было проанализировано влияние размеров конечных элементов на величину максимальных касательных напряжений для двух моделей.

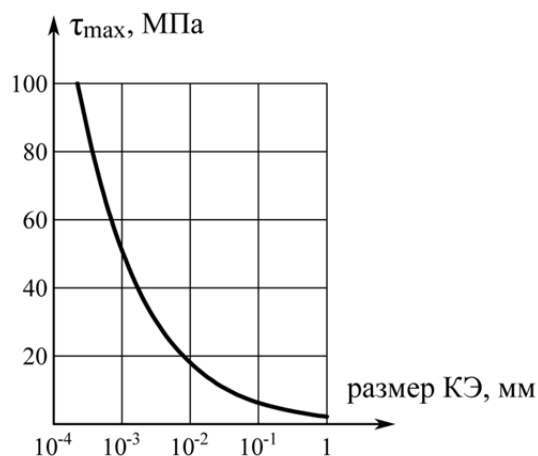


Рисунок 15. Зависимость максимального значения касательных напряжений в конечно-элементной модели без контактного слоя.

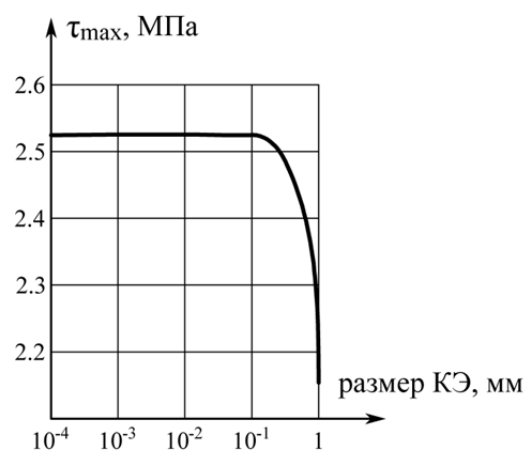


Рисунок 16. Зависимость максимального значения касательных напряжений в конечно-элементной модели с контактным слоем.

Можно сделать вывод, что использование контактного слоя в конечно-элементной модели при уменьшении размеров сетки позволило избежать бесконечно возрастающих касательных напряжений. При этом, начиная с размеров сетки 0.2×0.2 мм и менее, влияние практически незаметно.

3) Решена задача о напряженно-деформированном состоянии адгезионного соединения внахлестку.

Оценка адгезионной прочности соединений в большинстве опытов производится с использованием простейшего критерия – среднего разрушающего напряжения τ_{mid} . Данная величина вычисляется как отношение разрушающей нагрузки P к площади склейки A , $\tau_{mid} = P/A$. Подобный метод оценки предполагает равномерное распределение напряжений по площади склейки. Однако, как показывают результаты по измерению средней адгезионной прочности, данная величина является сильной функцией геометрических параметров

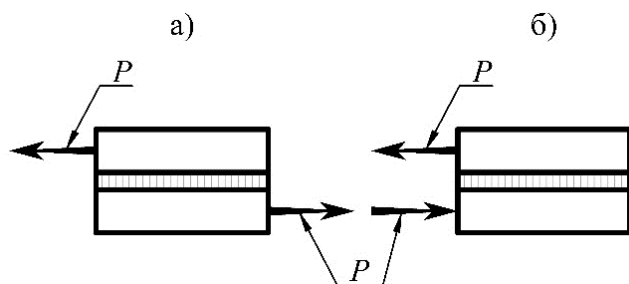


Рисунок 17.

а) – Вариант 1 приложения нагрузки.

б) – Вариант 2 приложения нагрузки.

испытываемых моделей. Этот факт является следствием того, что напряжения распределены неравномерно по площади склейки. В частности, в большинстве опытов по измерению напряжений в адгезионных моделях, был выявлен краевой эффект, то есть концентрация напряжений, подобная той, что наблюдается в вершинах трещины. Поэтому более правильно оценивать не среднюю адгезионную прочность τ_{mid} а истинную τ_{adh} , которая представляет собой

величину максимальных касательных напряжений в узкой зоне краевого эффекта в момент разрушения.

Для анализа влияния геометрических и физико-механических характеристик модели на напряженно-деформированное состояние использованы базовые значения: $h_0 = 10$ мм; $h_1 = 10$ мм; $h^* = 1$ мм; $l = 100$ мм; $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа; $E_1 = 2 \cdot 10^5$ МПа; $E^* = 10^3$ МПа; $P = 1 \cdot \text{кН/мм}$.

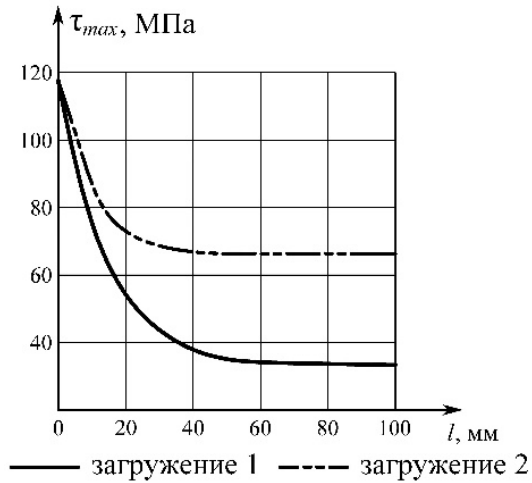


Рисунок 18. Графики зависимости максимальных касательных напряжений от длины склейки.

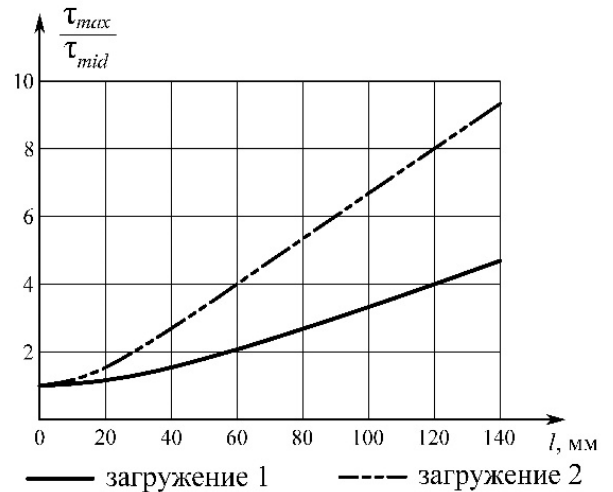


Рисунок 19. Соотношение между максимальным и средним значением касательных напряжений в зависимости от длины склейки.

Как видно из рисунков, с увеличением длины склейки отношение величины максимальных касательных напряжений к среднему значению увеличивается. Начиная с некоторого значения, данные зависимости имеют линейный характер. При малых размерах истинная прочность практически совпадает со средней прочностью. В диссертации также проанализировано влияние других параметров на максимальное значение касательных напряжений.

Существующие в настоящий момент регламенты испытаний адгезионных соединений (например ГОСТ 14759-69) для оценки качества адгезива устанавливают стандарты на параметры образцов. Однако на практике не все параметры представляется возможным

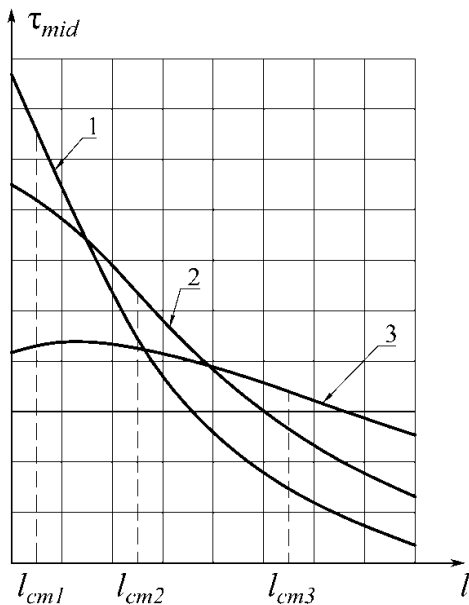


Рисунок 20. Графики теоретической зависимости средней адгезионной прочности для различных адгезивов

обеспечивает большую среднюю адгезионную прочность. Однако испытание на другом стандартном образце с длиной склейки $l = l_{cm1}$ приведет к прямо противоположным результатам. Таким образом, исследователь получит противоречивые результаты. Аналогичные рассуждения можно провести, сравнив адгезивы 1 и 2, 2 и 3. Обобщая полученные результаты,

стандартизировать, в частности толщину клеевого шва. При этом адгезивы, испытанные на стандартных образцах, в последующем будут использоваться для склейки элементов, форма, размеры и механические характеристики которых отличаются от характеристик, используемых в опыте.

Приведенная на рисунке 20 серия графиков наглядно иллюстрирует указанные проблемы. На данных кривых отражена зависимость среднего значения адгезионной прочности, получаемой из стандартного испытания на сдвиг, в зависимости от длины склейки для трех различных адгезивов, причем $\tau_{adh1} > \tau_{adh2} > \tau_{adh3}$ и $G_1^*/h_1^* > G_2^*/h_2^* > G_3^*/h_3^*$ соответственно.

Анализируя рисунок 20, можно сделать следующие выводы. В случае испытания используемых в расчете адгезивов при некоторой стандартной длине склейки $l = l_{cm3}$, исследователь может сделать заключение, что адгезив 3 более качественный (прочный), чем адгезив 1, так как

можно заключить, что одной средней адгезионной прочности, полученной в стандартном испытании на сдвиг, недостаточно для оценки прочности адгезионного соединения.

4) Решена задача об адгезионном взаимодействии волокна и матрицы. Разрешающие уравнения для решения данной задачи были получены путем предельного перехода от решения задачи для полого двухслойного цилиндра.

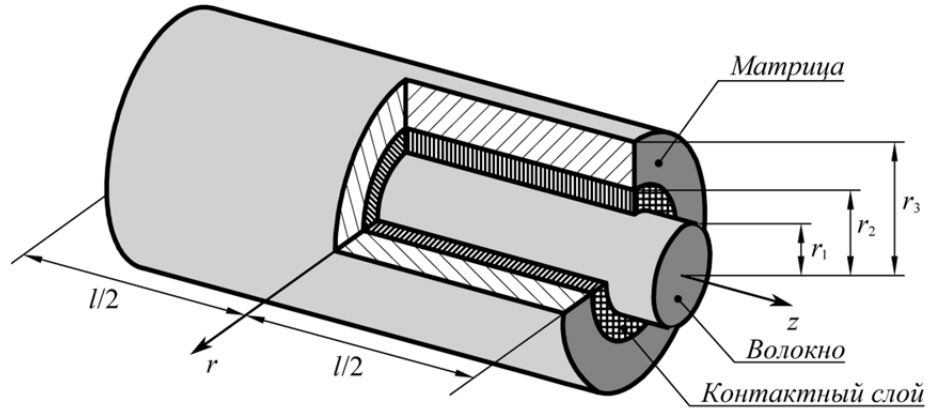


Рисунок 21. Общий вид модели

Рассмотрим конкретную модель со следующими параметрами

$$r_1 = 0.2 \text{ мм}; r_3 = 2 \text{ мм}; l = 10 \text{ мм}; G^* = 3000 \text{ МПа}; E_1 = 72000 \text{ МПа}; E_2 = E_M = [100; 200; 300] \text{ МПа}.$$

Для анализа будем рассматривать главные напряжения, возникающие в армирующем элементе. Главное напряжение в волокне $\sigma_{1,1}$, записано ниже

$$\sigma_{1,1} = \frac{\sigma_{r,1} + \sigma_{z,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{r,1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,1}}{2}\right)^2 - \frac{\sigma_{r,1}\sigma_{z,1}}{2} + \tau_{rz,1}^2}. \quad (13)$$

Результаты расчета главных напряжений в волокне и касательных напряжений в контактном слое на границе раздела волокна и контактного слоя для различных значений модуля Юнга полимерной матрицы приведены ниже.

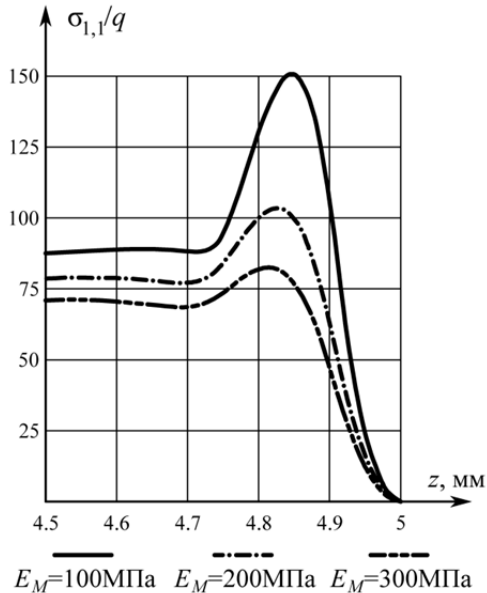


Рисунок 22. Главные напряжения в волокне при различных модулях Юнга полимера

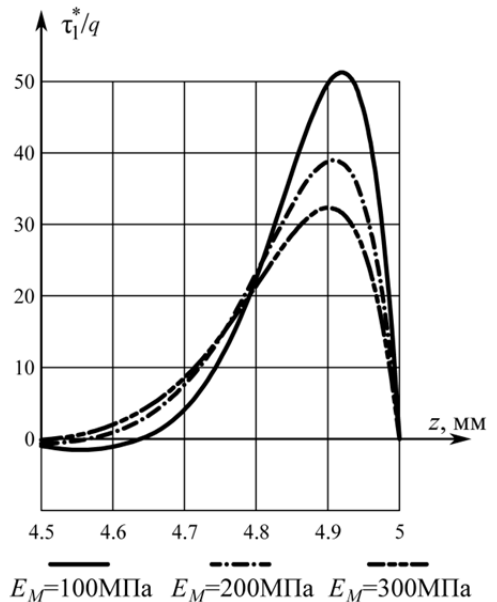


Рисунок 23. Касательные напряжения в контактном слое при различных модулях Юнга полимера

Данные графики наглядно демонстрируют возникновение краевого эффекта главных и касательных напряжений вблизи торца модели.

5) Решена задача по определению трансверсальной прочности слоистого композита при нормальном отрыве.

Наравне с испытаниями адгезионных соединений на сдвиг, в которых измеряется средняя адгезионная прочность соединений, широкое распространение получили методы испытания соединений на нормальный отрыв, в которых измеряется величина, называемая трансверсальной прочностью. Данная величина вычисляется как отношение разрушающей нагрузки, приложенной перпендикулярно к плоскости склейки, к площади склейки.

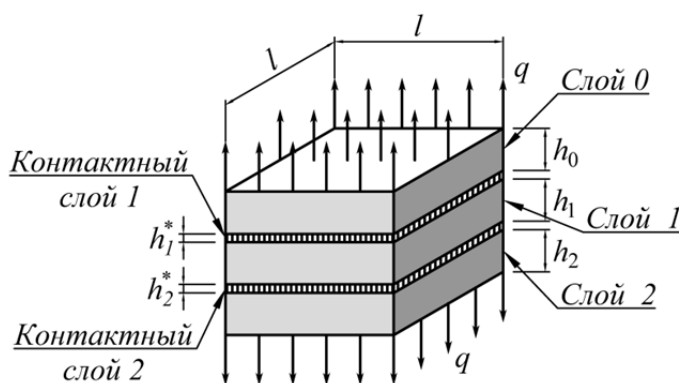


Рисунок 24. Трехслойный слоистый композит
упрощения, сечение будем считать квадратным с размерами $l \times l$.

В примере использованы следующие параметры:

$$h_s = 10 \text{ мм}; h_a = 1 \text{ мм}; l = 20 \text{ мм}; E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; E_a = 2 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \nu_s = 0.3; \nu_a = 0.37; \frac{G^*}{h^*} = 10^4 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}.$$

На графиках ниже изображены результаты вычисления нормальных и касательных напряжений в слое адгезива без учета вынужденных и высокоэластических деформаций для упрощенной модели контактного слоя и модели контактного слоя общего вида

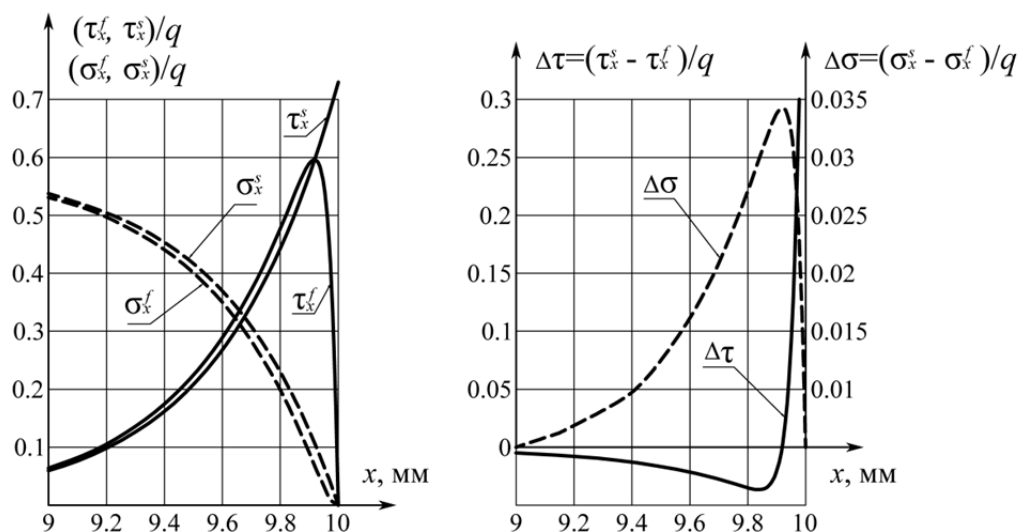


Рисунок 25. Результаты вычисления нормальных и касательных напряжений в слое адгезива при использовании общей и упрощенной моделей контактного слоя (слева). Погрешность вычисления нормальных и касательных напряжений в слое адгезива (справа)

Как видим, характер распределения нормальных напряжений в слое адгезива в двух рассматриваемых случаях совпадает качественно и количественно. Использование упрощенной модели контактного слоя в отличие от модели общего вида не позволяет полностью удовлетворить всем граничным условиям (равенство нулю касательных напряжений у свободного торца). Ширина зоны краевого эффекта в двух рассматриваемых моделях практически равна. Максимальное значение касательных напряжений при использовании упрощенной модели превышает аналогичную величину для модели контактного слоя общего вида на 20% что необходимо учитывать.

Для дальнейшего анализа будем рассматривать исключительно упрощенную модель контактного слоя. Данный выбор обусловлен простотой полученного решения, в отличие от

модели контактного слоя общего вида, для которой определение точки с максимальными касательными напряжениями в аналитическом виде не представляется возможным. В этом случае, касательные напряжения $\tau_{xz,1}^*$ (индекс s опущен) в контактном слое достигают своего максимального значения в точке $x = l/2$ и равны

$$\tau_{xz,1}^{*\max} = -\frac{h_a}{2} \frac{q\lambda_q^2 + \Delta T\lambda_T^2 + \varepsilon_{z,1}^{h.e.}\lambda_{h.e.}^2}{\omega} \tanh\left(\frac{\omega l}{2}\right). \quad (14)$$

Коэффициенты из уравнения (14) приведены в диссертации.

При испытании слоистых композитов на нормальный отрыв различают два различных механизма адгезионного разрушения: по сдвигу (при достижении касательными напряжениями $|\tau_{xz,1}^{*\max}|$ некоторого значения τ_{adh}) и нормальному отрыву (при достижении нормальными напряжениями $\sigma_z = q$ некоторого значения q_{\max}). Из равенства (14) можем найти выражение для разрушающей нагрузки $q = q_{\max}$, измеряемой в опыте:

$$q_{\max} = \tau_{adh} \frac{2\omega}{h_a\lambda_q^2} \coth\left(\frac{\omega l}{2}\right). \quad (15)$$

Формула (15) позволяет построить график зависимости разрушающей нагрузки $q = q_{\max}$, измеряемой в опыте в зависимости от различных параметров модели.

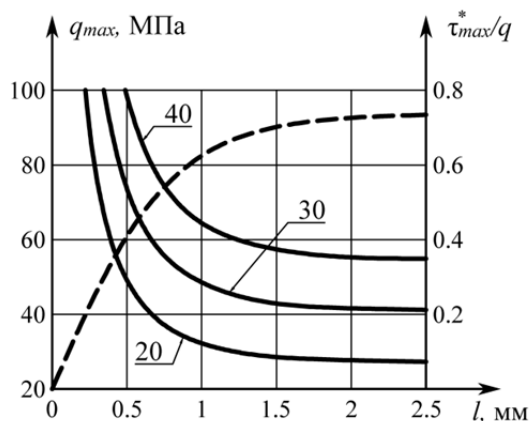


Рисунок 26. Зависимость разрушающей нагрузки q_{\max} (сплошные линии) и величины максимальных касательных напряжений (пунктирная линия) от длины склейки.

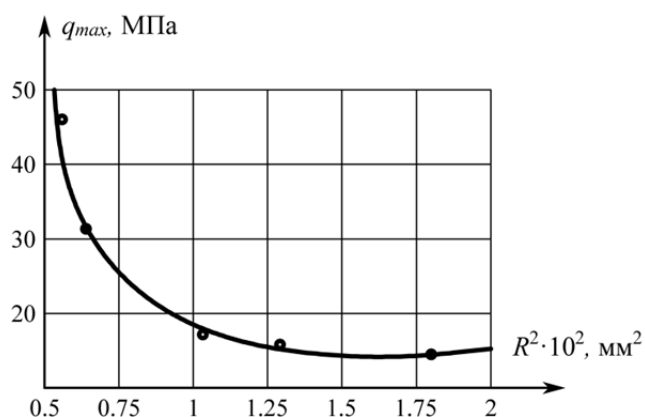


Рисунок 27. Экспериментальная зависимость разрушающей нагрузки q_{\max} от площади склейки для цилиндрического слоистого композита.

Подписи около сплошных кривых на рисунке 26 соответствуют используемой в расчете величине τ_{adh} (МПа).

Теоретический расчет величины разрушающей нагрузки призматического слоистого композита от площади склейки и экспериментальная зависимость величины разрушающей нагрузки круглого слоистого композита от площади склейки демонстрируют качественное совпадение результатов. В диссертации построены аналогичные диаграммы для остальных параметров модели.

Проведенные расчеты показывают, что НДС слоистого композита в процессе нормального отрыва существенно зависит от многих параметров модели. Примененная к решению данной задачи модель контактного слоя позволяет оценить влияние каждого из параметров. Для определения механизма разрушения (по сдвигу или отрыву) и параметров контактного слоя из эксперимента предлагается использовать упрощенную модель. Для определения истинной адгезионной прочности соединения необходимо использовать модель общего вида, так как она дает более точные результаты, особенно для касательных напряжений в узкой зоне краевого эффекта.

б) Решена задача по определению эффективного модуля упругости слоистого композита при нормальном отрыве.

Одной из важных характеристик композита является эффективный модуль упругости. Во многих трудах для его вычисления используется так называемая формула смеси. Однако, как показывают эксперименты, в большинстве случаев эффективный модуль упругости, вычисленный по формуле смеси, не отражает наблюдаемых результатов.

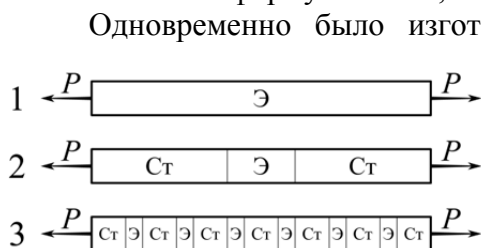


Рисунок 28. Стержни, рассмотренные в опыте

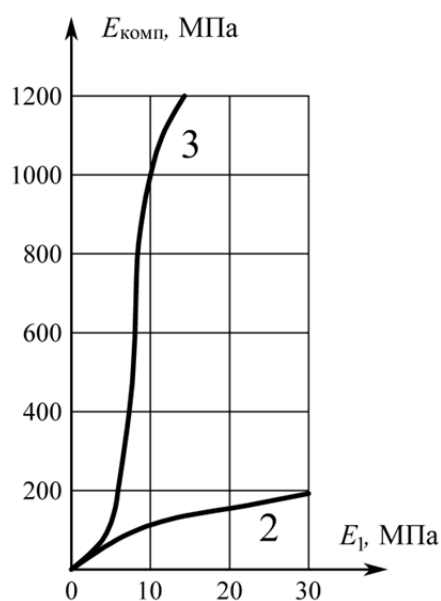


Рисунок 29. Экспериментальная зависимость модуля Юнга составного (кривая 2) и слоистого (кривая 3) стержней от модуля Юнга эпоксидного адгезива.

трехсекционного стержня (кривая 2). При этом ход кривой 2 для трехсекционного стержня хорошо описывается известной формулой смеси для модуля Юнга поперек слоев. Очевидно, что причины подобного различия стоит искать в существенно неоднородном напряженно-деформированном состоянии, возникающем в слоистом композите.

Для трехслойного слоистого композита полная деформация определяется суммой деформаций адгезива и субстрата. В результате можно получить выражение для эффективного модуля упругости

$$\frac{1}{E_{ef}} = \left(\frac{\mu_s}{E_s} + \frac{\mu_a}{E_a} \right) + \frac{\lambda_q^2}{\omega^2} \left[\frac{2}{\omega l} \tanh \left(\frac{\omega l}{2} \right) - 1 \right] \left(\frac{2E_0 h_0 \nu_1 \mu_1 - E_1 h_1 \nu_0 \mu_0}{E_0 E_1 h_0} \right). \quad (16)$$

В пределе при стремлении длины склейки к нулю, данная формула преобразуется к классической формуле смеси.

$$\lim(E_{ef}) \xrightarrow{l=0} E_{mix} = \left(\frac{\mu_s}{E_s} + \frac{\mu_a}{E_a} \right)^{-1}. \quad (17)$$

Одновременно было изготовлено три стержня, с одного «замеса» первоначально жидкого эпоксидного адгезива с отвердителем. Первый стержень из эпоксидной смолы – образец свидетель. Второй стержень – составной, три последовательно соединенных стержня (как вагоны в поезде) – стальной - эпоксидный - стальной. Длина стальных стержней 42,5 мм, длина расположенного между ними эпоксидного стержня 15 мм. Сечения стержней одинаковы 10x10мм.

Относительные доли полимера и стали в таком составном стержне 15 и 85%. Третий стержень представлял собой многослойную структуру (слои расположены перпендикулярно продольной оси) из чередующихся слоев стали толщиной 1,4 мм и слоев того же эпоксидного полимера толщиной 0,25 мм. У этого стержня относительные доли полимера и стали составили те же 15 и 85%. Графическая иллюстрация трех рассмотренных стержней приведена на рисунке слева.

По мере твердения эпоксидного полимера у всех трех стержней измерялся модуль Юнга (квазистатическим методом) при малых нагрузках. На рисунке ниже представлены результаты измерения модуля Юнга обоих стержней – составного (кривая 2) и слоистого (кривая 3) в зависимости от модуля Юнга полимера (рисунок 29). Модуль Юнга полимера измерялся в те же моменты времени на стержне из чистого эпоксидного адгезива (стержень 1). Из рисунка виден существенно различный ход кривых 2 и 3. Вначале, при малых величинах модуля Юнга полимера, результаты, полученные на обоих стержнях, совпадают, а затем начинают расходиться. Модуль Юнга с тонкими полимерными прослойками начинает резко возрастать (кривая 3), во много раз превышая модуль

На рисунках 30 и 31 показаны зависимости E_{ef} (формула (16)) от некоторых параметров.

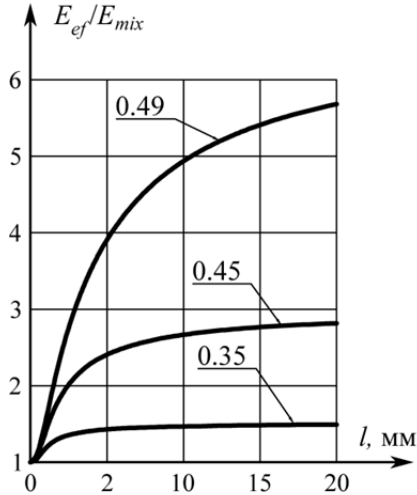


Рисунок 30. Зависимость отношения эффективного модуля упругости слоистого композита к эффективному модулю, рассчитанному по формуле смеси от длины склейки

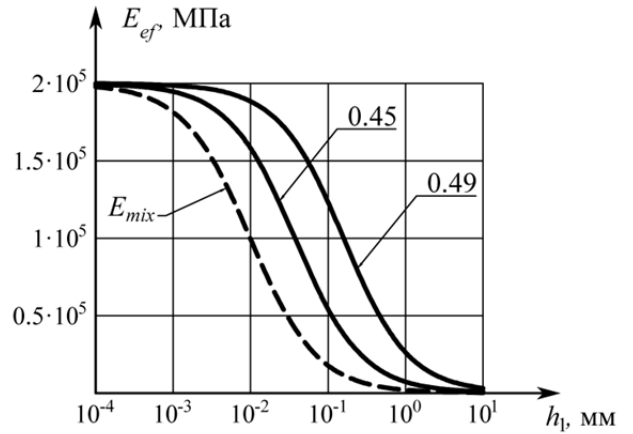


Рисунок 31. Зависимости эффективного модуля упругости слоистого композита от толщины слоя адгезива (сплошные линии). Подписи соответствуют используемому в расчете коэффициенту Пуассона. Пунктирная линия — расчет по формуле смеси

Глава 4 посвящена решению задач ползучести слоистой пластины при нормальном отрыве.

Предполагается, что в каждом слое композита помимо упругих деформаций присутствуют вынужденные (температурные) и высокоэластические деформации

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^e + \varepsilon_i^t + \varepsilon_i^{h.e.}, \quad \text{где } i = x, y, z; \quad \varepsilon_i^t = \alpha_i \Delta T_i; \quad \varepsilon_i^{h.e.} = \sum_{s=1}^2 \varepsilon_{s,i}^{h.e.}$$

Здесь индекс *h.e.* (*high elastic*) означает «высокоэластический». Для скорости составляющих высокоэластической деформации существует однозначная зависимость от параметров процесса деформирования. В качестве аналитических выражений этих зависимостей (уравнений связи) справедливо обобщенное нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича.

Два слагаемых ($s = 1, 2$) соответствуют двум членам спектра времен релаксации. Эти слагаемые высокоэластической деформации в одномерном случае определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{s,i}^{h.e.}}{\partial t} &= \sum_{s=1}^2 \frac{\sigma_i - E_{\infty,s} \varepsilon_{s,i}^{h.e.}}{\eta_{0,s}} \exp \left| \frac{\sigma_i - E_{\infty,s} \varepsilon_{s,i}^{h.e.}}{m_s} \right|, \quad i = x, y; \\ \frac{\partial \varepsilon_{s,z}^{h.e.}}{\partial t} &= \sum_{s=1}^2 \frac{q - E_{\infty,s} \varepsilon_{s,z}^{h.e.}}{\eta_{0,s}} \exp \left| \frac{q - E_{\infty,s} \varepsilon_{s,z}^{h.e.}}{m_s} \right|. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Экспериментально установлено, что для высокоэластических деформаций с большой точностью выполняется соотношение

$$\varepsilon_{x,s}^{h.e.} + \varepsilon_{y,s}^{h.e.} + \varepsilon_{z,s}^{h.e.} = 0, \quad s = 1, 2.$$

В качестве примера расчета рассмотрим трехслойный композит из прошлого раздела.

Будем считать, что модель в начальный момент времени имеет температуру T_0 . Далее она охлаждается до температуры испытания T_1 со скоростью β_T . После этого происходит нагружение модели нормальными напряжениями со скоростью β_q до некоторого значения q_{\max} . Далее рассматривается процесс ползучести при $q = q_{\max} = const$.

Зависимости изменения от времени температуры модели и нормальных напряжений q , а также упругих и релаксационных констант адгезива от температуры приведены в диссертации.

Если обозначит некоторое значение $\tau_{дон}$ (максимально допустимое касательное напряжение в контактном слое), можно построить кривые долговечности, зависящие от величины приложенной нагрузки q_{max} (рисунки 32 и 33). Числа на графиках рисунка 32 соответствуют величине приложенной нагрузки, рисунка 33 – адгезионной прочности $\tau_{дон}$.

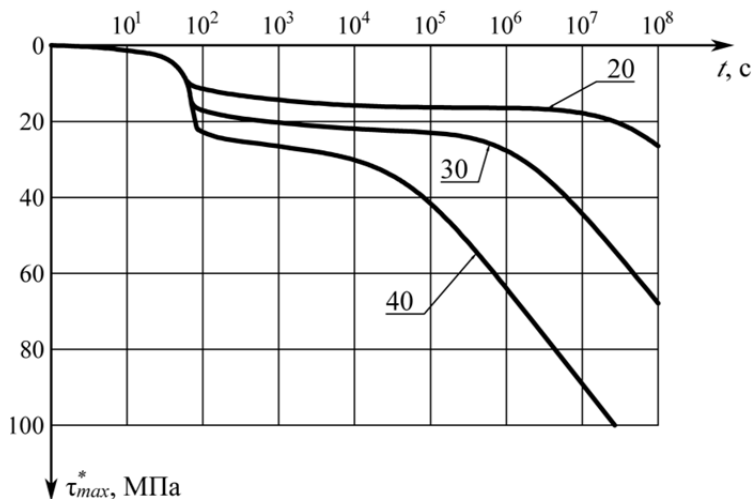


Рисунок 32. Изменение максимального значения касательных напряжений во времени

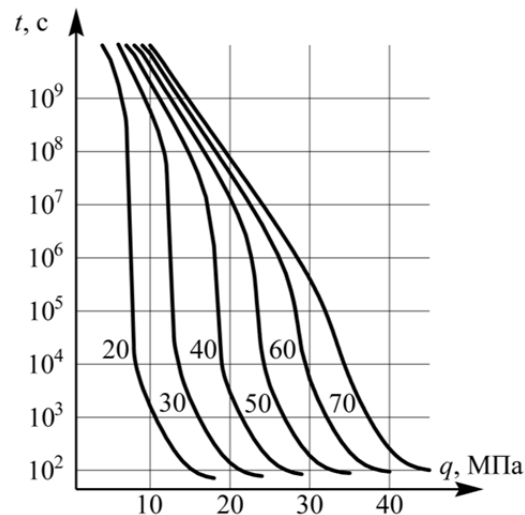


Рисунок 33. Кривые долговечности слоистого композита для различных значений $\tau_{дон}$ (МПа)

Предложенная модель расчета композита, использующая модель контактного слоя, может быть использована для прогнозирования краевого эффекта и при анализе длительной прочности слоистого композита.

Так как в композите возникает неоднородное трехосное напряженно-деформированное состояние, то величины деформаций полимерной прослойки, при одинаковых условиях нагружения, должны отличаться, от аналогичных деформаций в свободном призматическом полимерном стержне.

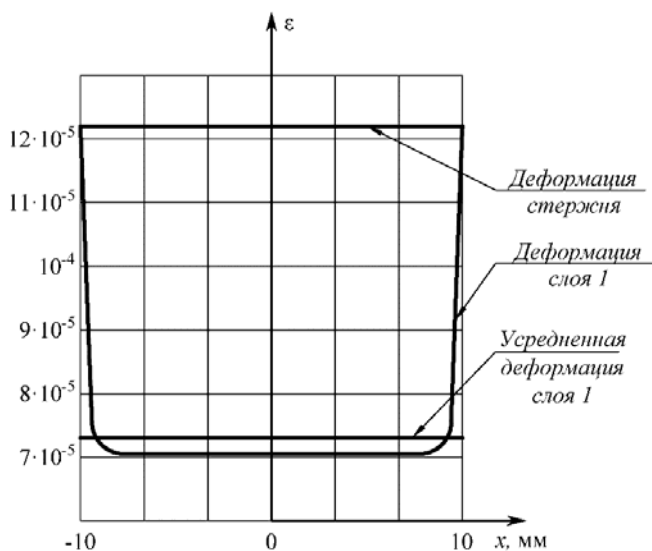


Рисунок 34. Упругие деформации в полимерном стержне и полимерной прослойке, а также усредненные деформации в полимерной прослойке

На рисунке 35 приведено сравнение упругих деформаций в полимерном стержне, полимерной прослойке в слоистом композите, а также усредненной деформации в полимерной прослойке. Так как деформации в полимерной прослойке распределены неравномерно, для сравнения использована усредненная величина

$$\bar{\varepsilon}_{z,1} = \varepsilon_{adh} = \left\{ \frac{2\nu_1 \lambda_q^2}{E_1 \omega^2} \left[\frac{2}{\omega l} \tanh\left(\frac{\omega l}{2}\right) - 1 \right] + \frac{1}{E_1} \right\} q + \left\{ \frac{2\nu_1 \lambda_{h.e.}^2}{E_1 \omega^2} \left[\frac{2}{\omega l} \tanh\left(\frac{\omega l}{2}\right) - 1 \right] + 1 \right\} \varepsilon_{z,1}^{h.e.}$$

Большой интерес представляет сравнение изменения деформаций во времени для полимерного стержня и адгезивной прослойки в слоистом композите. Изменения данных величин для выбранных параметров в процессе ползучести отражены на рисунке 35.

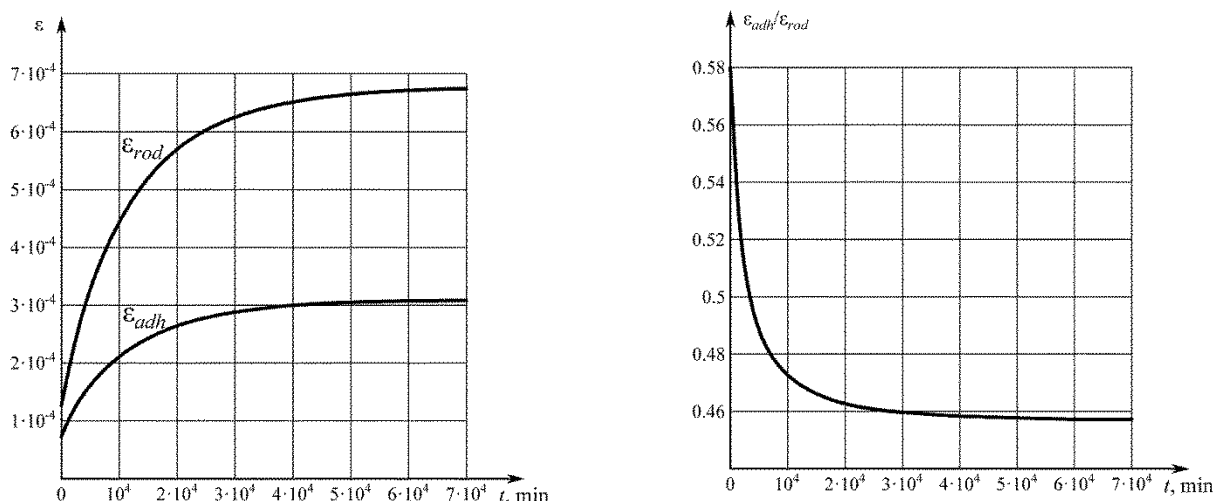


Рисунок 35. Изменение деформаций в процессе ползучести. слева – зависимость деформаций от времени в полимерной прослойке и стержне; справа – деформация в полимерной прослойке отнесенная к деформации в стержне.

Как видно из представленных кривых, деформации ползучести для полимерной прослойки в меньшей степени проявляют себя, чем в полимерном стержне. Из этого можно сделать вывод, что наличие жестких слоев, защемляющих полимерный слой, снижает не только упругие, но и высокоэластичные деформации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В рамках диссертации, на основе фундаментальных законов теории упругости и вязкоупругости получены разрешающие уравнения для решения многочисленных задач теории слоистых сред.

На основе полученных уравнений решены следующие задачи:

- 1) Задачи о напряженно-деформированном состоянии (НДС) двух и трехслойных стержней.
- 2) Задача об адгезионном взаимодействии волокна и матрицы.
- 3) Упругие задачи для слоистого композита при нормальном отрыве.
- 4) Задача ползучести для слоистого композита при нормальном отрыве.

В процессе решения данных задач:

- 1) Выявлено, что НДС рассмотренных моделей является существенно неоднородным и сопровождается наличием краевых эффектов концентрации напряжений у торцов.
- 2) Предложен и осуществлен метод реализации контактного слоя в конечно-элементной модели. При этом установлено, что применение модели контактного слоя в КЭ расчетах позволяет избежать бесконечных напряжений у торца модели.
- 3) Получено выражение для эффективного модуля упругости слоистого композита, объясняющее экспериментально обнаруженное явление синергизма тонких прослоек адгезива.
- 4) При решении задач ползучести выполнен расчет длительной прочности слоистого композита при нормальном отрыве, а также выполнено сравнение процессов ползучести в полимерной прослойке слоистого композита и полимерном стержне.

ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕЙ РАЗРАБОТКИ ТЕМЫ ДИССЕРТАЦИИ

- 1) Расширение сферы применения модели контактного слоя, используемой в диссертации, к другим многослойным конструкциям.
- 2) Развитие численных и аналитических методов расчета многослойных конструкций на основе модели контактного слоя.
- 3) Разработка новых и оценка существующих методов определения прочности адгезионных соединений.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ ИЗЛОЖЕНЫ В СЛЕДУЮЩИХ ПУБЛИКАЦИЯХ

Статьи, входящие в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

- 1) Андреев В.И., Турусов Р.А., Цыбин Н.Ю. Напряженное состояние слоистого композита при нормальном отрыве. Часть 1 // Научное обозрение. – 2015. – №24. – С. 98-101.
- 2) Андреев В.И., Турусов Р.А., Цыбин Н.Ю. Напряженное состояние слоистого композита при нормальном отрыве. Часть 2 // Научное обозрение. – 2015. – №24. – С. 102-106.
- 3) Андреев В.И., Турусов Р.А., Цыбин Н.Ю. Определение напряженно-деформированного состояния трехслойной балки с применением метода контактного слоя // Вестник МГСУ. – 2016. – №4. – С. 17-26.
- 4) Турусов Р.А., Андреев В.И., Цыбин Н.Ю. Общее решение задачи об изгибе многослойной балки в рядах Фурье // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №4. – С. 34-42.
- 5) Андреев В.И., Цыбин Н.Ю., Турусов Р.А. Анализ краевого эффекта касательных напряжений при сдвиге двухслойной балки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2018. – Т. 14, № 3. – С. 180-186.
- 6) Цыбин Н.Ю., Андреев В.И., Турусов Р.А. Исследование ползучести полимеров в различных условиях деформирования // Строительная механика и расчет сооружений. – 2018. – № 3 (278). – С. 30-35.

Статьи в рецензируемых научных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования:

- 1) Tsybin N.Y., Turusov R.A., Andreev V.I. Comparison of creep in free polymer rod and creep in polymer layer of the layered composite // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 153. – Pp. 51-58.
- 2) Andreev V.I., Turusov R.A., Tsybin N.Y. Application of the contact layer in the solution of the problem of bending the multilayer beam // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 153. – Pp. 59-65.
- 3) Andreev V.I., Turusov R.A., Tsybin N.Y. The contact layer method in calculating of the shear compounds // MATEC Web of Conferences. – 2017. – 117, 00008.
- 4) Andreev V.I., Turusov R.A., Tsybin N.Y. The edge effects in layered beams // IOP Conference Series: Mater. Sci. Eng. – 2018. – 365, 042049.
- 5) Tsybin N.Y., Turusov R.A., Andreev V.I., Kolesnikov A.V. Stress-strain state of a three-layer rod. Comparison of the results of analytical and numerical calculations with the experiment // MATEC Web of Conferences. – 2018. – 196, 01857.
- 6) Tsybin N.Y., Turusov R.A., Andreev V.I. Calculation of two-layer cylinder with application of contact layer model // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. – 2018. – 456(1), 012063.