

На правах рукописи



Бойко Андрей Владимирович

**НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ О ПОВЕДЕНИИ БИОКОНСТРУКЦИЙ ПРИ
ДИНАМИЧЕСКИХ И СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ С УЧЕТОМ
НЕОДНОРОДНОСТИ И СУЩЕСТВЕННОЙ НЕУПРУГОСТИ
МАТЕРИАЛОВ**

Специальность: 01.02.04. - Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования "Российский университет транспорта (МИИТ)"

Научный руководитель: Доктор физико-математических наук, профессор **Локтев Алексей Алексеевич**

Официальные оппоненты: **Алгазин Сергей Дмитриевич**, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской Академии Наук, (ИПМех РАН), ст.научный сотрудник

Холин Николай Николаевич, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО МИРЭА-Российский технологический университет, профессор

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Защита состоится «27» ноября 2018г. в 14.00 на заседании объединённого диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, д. 92. (12 - 105)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО "Тульский государственный университет" и на сайте http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/Boyko_AV/

Автореферат разослан "02" октября 2018г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Глаголев Вадим Вадимович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Исследование динамического и статического деформирования и разрушения различных материалов в биоконструкциях является важной задачей механики деформируемого твердого тела. Как показывает проведенный анализ работ за последние 40 лет, подавляющее число исследований в области биомеханики посвящены изучению жизненно важных органов человека, а работ, посвященных воздействию на костные ткани гораздо меньше, причем в этих работах рассматриваются костные материалы либо как упругие тела, либо как вязкоупругие. Исследование динамических и статических воздействий на тело человека при разнообразных техногенных катастрофах, авариях, в медицинской практике и т.д. приобретает все большее значение. Поэтому изучение разнообразных динамических и статических воздействий на биоконструкции является несомненно актуальной задачей, решению которой посвящена данная работа.

При этом необходимо привлекать современные методы механики деформируемого твердого тела, в том числе численные, позволяющие давать количественный и качественный анализ поведения материалов в биоконструкциях.

Цель исследования: Анализ деформирования и разрушения модельных биоконструкций из материалов с усложненными свойствами, в том числе с учетом их неоднородности и существенной неупругости при различных динамических и статических воздействиях.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

1. На основе определяющих соотношений, учитывающих существенную неупругость и неоднородность материалов построена математическая модель динамического нагружения системы "имплантат - костная ткань" и "голова - защитная преграда". Исследованы новые механические эффекты, которые вызваны характером воздействия, скоростями нагружения, а также усложненными свойствами материала (упруго-пластические материалы с "падающей диаграммой"). Предложена и реализована эффективная численная схема расчета поставленных задач с использованием модифицированного метода конечных элементов, разработан вычислительный комплекс для моделирования важнейших кинематических и динамических характеристик биоконструкций из материалов с различными характеристиками.

2. Создана экспериментальная установка для определения коэффициентов жесткости крепления имплантатов в костной ткани и ее аналогов и проведены соответствующие эксперименты. Разработана модель, позволяющая проводить виртуальные эксперименты указанного типа. Получена корреляция между коэффициентами жесткости крепления имплантатов и характеристиками медицинских приборов, используемых для их тестирования.

Практическая значимость. Разработанные алгоритмы оценки кинематических и динамических величин могут быть востребованы при прогнозировании процессов необратимого деформирования, в частности, разрушения. Экспериментальные исследования могут сформулировать физический смысл показаний медицинских приборов используемых при измерении жесткости крепления имплантатов.

Достоверность полученных результатов базируется на корректной постановке задач и применяемых условий. Полученные в исследовании аналитические и численные результаты не противоречат общим законам механики деформируемого твердого тела. Достоверность приведенных графических зависимостей определяется корректностью преобразований и сопоставлением с известными численными и экспериментальными результатами.

Положения выносимые на защиту:

1. Модель динамических, в частности, ударных воздействий на некоторые классы биоконструкций (имплантат - костная ткань, голова - защитная конструкция), материалы которых могут пластически деформироваться и разрушаться, а также проявлять свойства идеальной пластичности и пластичности с разупрочнением.
2. Модифицированный метод численного анализа на основе которого реализован вычислительный комплекс, позволяющий наглядно демонстрировать зоны деформаций и разрушений, а также выводить важнейшие характеристики исследуемых динамических процессов.
3. Установление зависимости между коэффициентами продольной жесткости крепления имплантатов и характеристиками медицинских приборов, использующиеся для тестирования стабильности имплантатов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

- 1) Ломоносовские чтения. МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва, с 2012 по 2018гг. ежегодно)
- 2) 6-ая и 7-ая Всероссийская научная конференция с международным участием "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред" им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского., (Москва, 2016-2017гг.)
- 3) 9-Я Международная научно-практическая конференция "Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство" (Москва, МИИТ 2016г.)
- 4) XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань 2015).
- 5) Международная научная конференция, посвященная 100-летию Л.А. Галина (Москва, 2012г.)
- 6) XII Научно-практическая конференция с международным участием «Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство» (Москва, 2018)

Личный вклад. Автору принадлежат содержащиеся в диссертации формулировки математических моделей, постановки возникающих в их рамках задач, математическое исследование этих задач, создание решающих алгоритмов при разработке программного обеспечения [6,8-11]. Также автору принадлежит создание экспериментальной установки при статических экспериментах, комплекс обработки полученных результатов и их анализ [1,3,5,7,12], определение коэффициентов жесткости крепления [1-5, 7, 12].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 135 страниц машинописного текста, включая 96 рисунков, 20 таблиц и список литературы из 191 наименования.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в работах, среди которых 6 статей в журналах из перечня ВАК [1-6] и 11 публикаций в других изданиях, основные из которых [7-12].

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы и излагается общая структура работы предложенной диссертации, также формулируются основные положения и цели работы. Дана характеристика научной новизне, практическая значимость полученных результатов. Представлены результаты различных частей исследования в статьях и конференциях.

В первой главе представлен уровень развития механики деформируемого твердого тела и ее приложений, исследования динамических процессов в твердых телах и конструкциях, разработанные эффективные численные методы, изложенные в фундаментальных трудах Ильюшина А.А., Ишлинского Н.В., Нигматулина Р.И., Работнова Ю.Н., Рахматулина Х.А., Седова Л.И., Толоконникова Л.А., Шемякина Е.И., Дракера Д.С., Пэжины П., Уилкинса М.Л. и других авторов, которые дают возможность моделировать упруго-пластические среды и различные конструкции с усложненными свойствами, описывать достаточно широкий диапазон особенностей их деформационного поведения.

Также представлен обзор работ, посвященных изучению механических свойств костной ткани, проведенным экспериментам, построению различных математических моделей, а также динамическому нагружению на некоторые типы биоконструкций. Как показывает анализ существующих экспериментальных и теоретических работ эти работы (в основном экспериментальные) являются весьма дорогостоящими и кроме того не дают возможность изучать динамические, в частности, ударные нагружения в широком диапазоне параметров воздействия. Возникла необходимость теоретического обоснования поведения имплантатов и защитных конструкций при разнообразных динамических, в частности ударных нагрузках, современными методами математического моделирования.

Во второй главе в рамках строгой постановки задач механики деформируемого твердого тела рассматриваются задачи о динамических воздействиях на некоторый класс биоконструкций. Решена базовая задача об ударных нагрузках стержня, погруженного в слоистое основание, а также

рассматривается защитная слоистая конструкция (задача о шлеме). При этом привлекается теория пластических деформаций, сформулированная в пространстве деформаций и позволяющая в рамках единых определяющих соотношений описывать процессы упрочнения, разупрочнения и постоянство предела текучести при деформировании. На базе предложенных подходов разработано прикладное программное обеспечение, которое позволяет изучать поведение разнообразных аналогов костных тканей и защитных композитных преград, материалы которых обладают различными усложненными свойствами при различных динамических воздействиях и иметь информацию о значениях любых кинематических и динамических величинах в любых точках рассматриваемой системы в любой момент времени.

Для построения определяющих соотношений, описывающих упруго-пластическое деформирование используется обобщение известного в термодинамике необратимых процессов принцип Онзагера на нелинейные связи.

Будем считать, что полные деформации ε_{ij} представляют собой сумму упругих деформаций и пластических деформаций. Для упругих деформаций ε_{ij}^e справедлив обобщенный закон Гука: $\sigma^{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon_{ij}^e}$, где $\Phi = \Phi(\varepsilon_{ij}^e, \varepsilon_{ij}^p, T)$ свободная энергия, σ^{ij} - компоненты тензора напряжений, T - абсолютная температура, ε_{ij}^p - пластические деформации.

Для приращений пластических деформаций используем определяющие соотношения, сформулированные в пространстве полных деформаций ε_{ij} :

$$d\varepsilon_{kl}^p = h_\varepsilon F_{klj} \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} d'\psi \quad (1.1)$$

Здесь функция $\psi = \psi(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, T)$ определяет условие деформирования $\psi = 0$.

Величины $F_{klj} = F_{klj}(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, T)$ определяются из соотношения

$$d\varepsilon^{*ij} = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varepsilon_{ij}^e \partial \varepsilon_{kl}^e} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varepsilon_{ij}^e \partial \varepsilon_{kl}^p} \right) d\varepsilon_{kl}^p \quad (1.2)$$

если их разрешить относительно приращений пластических деформаций:

$$d\varepsilon_{kl}^p = F_{klj} d\varepsilon^{*ij}. \quad (1.3)$$

$$H_\varepsilon = h_\varepsilon^{-1} = - \left(F_{klj} \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{kl}^p} \right), \quad d'\psi = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} + \frac{\partial \psi}{\partial T} dT. \quad (1.4)$$

Выражения (1.1) определяют приращения пластических деформаций при $\psi = 0$ и $d'\psi > 0$ (активное нагружение в пространстве деформаций). Кроме того, будем считать, что при $\psi < 0$, а также при $\psi = 0$, $d'\psi < 0$ (разгрузка) и $\psi = 0$, $d'\psi = 0$ (нейтральное нагружение) изменений пластических деформаций не происходит.

Для материалов, упругие свойства которых определяются двумя скалярными величинами (K - модуль объемного сжатия, G - модуль сдвига) имеем:

$$\Phi = \frac{3K-2G}{6}(\theta^e)^2 + G\varepsilon_{ij}^e\varepsilon^{ij} = \frac{K}{2}(\theta^e)^2 + Ge_{ij}^e e^{ij}, \quad (1.5)$$

где $\theta^e = \varepsilon_{ij}^e \delta^{ij}$ - первый инвариант (упругая объемная деформация) и $e_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^e - \frac{\theta^e}{3} \delta_{ij}$ - компоненты девиатора тензора упругих деформаций; $p = \frac{1}{3} \sigma^{ij} \delta_{ij}$ и $S^{ij} = \sigma^{ij} - p \delta^{ij}$ - соответственно первый инвариант и компоненты девиатора тензора напряжений, δ_k^m - символы Кронекера.

В дальнейшем, будет использована обобщенная модель Мизеса с упрочнением-разупрочнением:

$$\psi(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, T) = 2G \sqrt{(e_{ij} - e_{ij}^p)(e^{ij} - e^{ijp})} - C(e_{ij}^p, T) \quad (1.6)$$

здесь $\varepsilon_{ij}^p = e_{ij}^p$ (пластическая несжимаемость). Для функции упрочнения $H_\varepsilon = h_\varepsilon^{-1}$ в пространстве деформаций получаем:

$$H_\varepsilon = h_\varepsilon^{-1} = 2G + \frac{2G(e_{kl} - e_{kl}^p)}{C} \frac{\partial C}{\partial \varepsilon_{kl}^p}. \quad (1.7)$$

Будем считать, что функция

$$C = C_0 - \alpha \sqrt{I_2^p} \quad (1.8)$$

имеет вид до определенного значения $C = C_r$ (C_r - остаточный предел текучести), параметр α , отвечающий за разупрочнение (если $\alpha > 0$), либо за упрочнение (если $\alpha < 0$). Если $\alpha = 0$, то рассматривается случай постоянства предела текучести или идеальная пластичность.

Постановка задачи в осесимметричном случае (Рис.1).

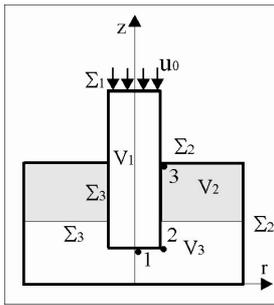


Рис.1

Рассмотрим в рамках осесимметричной постановки задачу о нормальном нагружении по стержню, заделанному в многослойное основание. Материалы стержня и основания представляют собой деформируемые упруго-пластические среды, проявляющие свойства упрочнения, разупрочнения или постоянства предела текучести при изменении пластических деформаций. Пусть ось z направлена вертикально вверх против направления скорости нагружения и является осью симметрии, начало отсчета z от тыльной поверхности преграды, ось r ей ортогональна.

Из ассоциированного закона (1.1), сформулированного в пространстве деформаций, получаем:

$$\dot{\varepsilon}_r^p = \frac{S_r}{CH_\varepsilon} \dot{\psi}, \quad \dot{\varepsilon}_z^p = \frac{S_z}{CH_\varepsilon} \dot{\psi}, \quad \dot{\varepsilon}_{rz}^p = \frac{S_{rz}}{CH_\varepsilon} \dot{\psi}, \quad (1.9)$$

где девиатор тензора напряжений $S_{ij} = 2G(e_{ij} - e_{ij}^p)$.

В силу пластической несжимаемости, имеющей место при использовании обобщенной модели Мизеса, имеем:

$$\varepsilon_\theta^p = -\varepsilon_r^p - \varepsilon_z^p. \quad (1.10)$$

Для величины $\dot{\psi} = \frac{d'\psi}{dt}$ имеем выражение:

$$\dot{\psi} = \frac{2G}{C} [S_r(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta) + S_z(\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_\theta) + 2S_{rz}\dot{\varepsilon}_{rz}], \quad (1.11)$$

где $\dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_z, \dot{\varepsilon}_\theta, \dot{\varepsilon}_{rz}$ - компоненты тензора скоростей деформаций.

По формулам Стокса

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad 2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad (1.12)$$

\Rightarrow

$$\dot{\psi} = \frac{2G}{C} \left[S_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + S_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + S_{rz} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \frac{u_r}{r} (S_r + S_z) \right]. \quad (1.13)$$

где u_r и u_z - компоненты вектора скорости на оси r и z соответственно.

Функция упрочнения в пространстве деформаций H_ε в предположении справедливости зависимости $C = C(I_2^p)$ в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} H_\varepsilon &= 2G \left[1 + \frac{C'}{C} e^{p_{ij}} (e_{ij} - e_{ij}^p) \right] = 2G + \frac{C'}{C} e_{ij}^p S^{ij} = \\ &= 2G + \frac{C'}{C} \varepsilon_{ij}^p S^{ij} = 2G + \frac{C'}{C} \left[(2\varepsilon_r^p + \varepsilon_z^p) S_r + (2\varepsilon_z^p + \varepsilon_r^p) S_z + 2S_{rz} \varepsilon_{rz}^p \right], \quad C' = \frac{dC}{dI_2^p} \end{aligned} \quad (1.14)$$

причем интенсивность пластических деформаций $\sqrt{I_2^p}$ вычисляется по формуле:

$$\sqrt{I_2^p} = \sqrt{\frac{1}{2} e_{ij}^p e^{p_{ij}}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\varepsilon_r^p)^2 + (\varepsilon_z^p)^2 + (\varepsilon_r^p + \varepsilon_z^p)^2 + 2(\varepsilon_{rz}^p)^2 \right]}. \quad (1.15)$$

Объединяя уравнения движения с соотношениями, вытекающими из закона Гука и соотношениями ассоциированного закона, для девяти неизвестных функций $u_r, u_z, \varepsilon_r^p, \varepsilon_z^p, \varepsilon_{rz}^p, S_r, S_z, S_{rz}, p$ имеем следующую систему девяти дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы в рассматриваемых средах:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \rho \frac{\partial u_r}{\partial t} - \frac{\partial S_r}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} = \frac{2S_r + S_z}{r}, \quad 2) \quad \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} - \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial S_z}{\partial z} = \frac{S_{rz}}{r}, \\ 3) \quad & \frac{\partial \varepsilon_r^p}{\partial t} - 2D \frac{\partial u_r}{\partial r} - A \frac{\partial u_z}{\partial r} - A \frac{\partial u_r}{\partial z} - M \frac{\partial u_z}{\partial z} = -(M + 2D) \frac{u_r}{r}, \\ 4) \quad & \frac{\partial \varepsilon_z^p}{\partial t} - M \frac{\partial u_r}{\partial r} - B \frac{\partial u_z}{\partial r} - B \frac{\partial u_r}{\partial z} - 2E \frac{\partial u_z}{\partial z} = -(M + 2E) \frac{u_r}{r}, \\ 5) \quad & \frac{\partial \varepsilon_{rz}^p}{\partial t} - A \frac{\partial u_r}{\partial r} - F \frac{\partial u_z}{\partial r} - F \frac{\partial u_r}{\partial z} - B \frac{\partial u_z}{\partial z} = -(A + B) \frac{u_r}{r}, \\ 6) \quad & \frac{\partial S_r}{\partial t} + 4G \left(D - \frac{1}{3} \right) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2AG \frac{\partial u_z}{\partial r} + 2AG \frac{\partial u_r}{\partial z} + 2G \left(M + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial u_z}{\partial z} = 2G \left[(M + 2D) - \frac{1}{3} \right] \frac{u_r}{r}, \\ 7) \quad & \frac{\partial S_z}{\partial t} + 2G \left(M + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2BG \frac{\partial u_z}{\partial r} + 2BG \frac{\partial u_r}{\partial z} + 4G \left(E - \frac{1}{3} \right) \frac{\partial u_z}{\partial z} = 2G \left[(M + 2E) - \frac{1}{3} \right] \frac{u_r}{r}, \\ 8) \quad & \frac{\partial S_{rz}}{\partial t} + 2AG \frac{\partial u_r}{\partial r} + G(2F - 1) \frac{\partial u_z}{\partial r} + G(2F - 1) \frac{\partial u_r}{\partial z} + 2BG \frac{\partial u_z}{\partial z} = 2G(A + B) \frac{u_r}{r}, \\ 9) \quad & \frac{\partial p}{\partial t} - 3K \frac{\partial u_r}{\partial r} - 3K \frac{\partial u_z}{\partial z} = 3K \frac{u_r}{r}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

где

$$A = \frac{2GH}{H_\varepsilon} \frac{S_r S_{rz}}{C^2}, \quad B = \frac{2GH}{H_\varepsilon} \frac{S_z S_{rz}}{C^2}, \quad D = \frac{GH(S_r)^2}{C^2 H_\varepsilon}, \quad E = \frac{GH(S_z)^2}{C^2 H_\varepsilon}, \quad F = \frac{2GH(S_{rz})^2}{F^2 C^2}, \quad M = \frac{2GH}{C^2 H_\varepsilon} S_r S_z \quad (1.17)$$

$$H = H_1 H_2, \quad H_1 = H_1(\psi) = \begin{cases} 1, & \psi = 0, \\ 0, & \psi < 0, \end{cases} \quad H_2 = H_2(\dot{\psi}) = \begin{cases} 1, & \dot{\psi} > 0, \\ 0, & \dot{\psi} \leq 0. \end{cases}$$

В системе уравнений (1.16) уравнения 1) - 2) - уравнения движения среды 3) - 5) являются уравнениями, вытекающими из ассоциированного закона, 6) - 9) - уравнения, вытекающие из закона Гука с учетом ассоциированного закона.

Начальные условия:

$$u_r(r, z) = u_z(r, z) = S_r(r, z) = S_z(r, z) = S_{rz}(r, z) = p(r, z) = \varepsilon_r^p(r, z) = \varepsilon_z^p(r, z) = \varepsilon_{rz}^p(r, z) = 0$$

Для решения поставленных динамических задач проверялось условие гиперболичности системы (1.16) для некоторых характерных точек исследуемых областей и показана выполняемость этих условий.

На границе Σ_1 задаются функции u_z (нормальный удар). Рассмотрим два вида нагружения:

$$1) u_0 = u_z - \text{нагружение типа "ступенька";}$$

$$2) u_z(r, z) = \begin{cases} u_{\max} \sin \frac{2\pi t}{\tau}, & 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2} \\ 0, & \frac{\tau}{2} < t \leq \tau \end{cases} - \text{нагружение типа "синус"}$$

На границах слоев и стержня и между слоями основания используется условие прилипания. На поверхности Σ_2 - отсутствие напряжений. При отсутствии закрепления тыльной части конструкции напряжения отсутствуют, а при закреплении присутствуют ($u_r = u_z = 0$).

В качестве модельных материалов для стержня использовался титановый сплав со свойствами, представленными далее и имеющий следующие геометрические характеристики: длина-0,03м., диаметр-0,01м.; для основания конструкции использовалась двухслойная модель, состоящая из костной ткани и ее аналога, при этом считаем, что высоты слоев одинаковые. Высота основания - 0,02м. и диаметр - 0,04м.

Расчеты проводились при различных типах нагружения - "ступенька" и "синусоидальная нагрузка", различных скоростях нагружения: $V = 15 \text{ м/с}$; $V = 25 \text{ м/с}$; $V = 35 \text{ м/с}$ ($V = u_0$, $V = u_{\max}$); также рассматривались различные глубины погружения стержня в многослойную среду: $h = 0,005 \text{ м}$, $h = 0,01 \text{ м}$, $h = 0,015 \text{ м}$. Также учитывалась нагрузка при идеальной пластичности основания ($\alpha = 0$) и нагрузка при разупрочнении материала основания ($\alpha > 0$)

При расчетах моделей использовались следующие свойства модельных материалов: Плотность (ρ , кг/м^3): кость - 1950, надкостная ткань - 2200, титан - 4500; Модуль сдвига (G , ГПа): кость - 1,2, надкостная ткань - 1,4, титан - 56; Коэффициент объемного сжатия (K , ГПа): кость - 3, надкостная ткань - 4, титан - 37; Начальный предел текучести (МПа): кость - 2, надкостная ткань - 3, титан 650; предел текучести при разрушении (МПа): кость - 1, надкостная ткань - 2, титан - 600.

При численном решении поставленной задачи для определения компонент скорости и тензора скоростей деформаций использовалась полностью консервативная разностная схема, основанная на аппроксимации вектора скорости по треугольному элементу линейной функцией. Основное отличие от существующих численных расчетов динамических процессов состоит в том, что используются определяющие соотношения, сформулированные в пространстве деформаций. После вычисления полных деформаций ε_{ij}^{n+1} и их приращений $\Delta\varepsilon_{ij}^{n+\frac{1}{2}}$ вычисляются величины $d'\psi$:

$$d'\psi^{n+\frac{1}{2}} = 2G \left[s_r^n \Delta\varepsilon_r^{n+\frac{1}{2}} + s_z^n \Delta\varepsilon_z^{n+\frac{1}{2}} - (s_r^n + s_z^n) \Delta\varepsilon_\theta^{n+\frac{1}{2}} + 2s_{rz}^n \Delta\varepsilon_{rz}^{n+\frac{1}{2}} \right] / C^n,$$

$$C^n = C(I_2^{pn}), \quad I_2^{pn} = \left[(\varepsilon_r^{pn})^2 + (\varepsilon_z^{pn})^2 + (\varepsilon_r^{pn} + \varepsilon_z^{pn})^2 + 2(\varepsilon_{rz}^{pn})^2 \right] / 2$$

Изменения пластических деформаций: $\Delta\varepsilon_{ij}^{pn+\frac{1}{2}} = \frac{s_{ij}^n H d'\psi^{n+\frac{1}{2}}}{C^n H_\varepsilon^n}$

где $H_\varepsilon^n = 2G + C' \left[s_r^n \cdot \varepsilon_r^{pn} + s_z^n \cdot \varepsilon_z^{pn} + (s_r^n + s_z^n) (\varepsilon_r^{pn} + \varepsilon_z^{pn}) + 2s_{rz}^n \cdot \varepsilon_{rz}^{pn} \right] / C^n$.

Для девиатора тензора напряжений, для компонент тензора пластических деформаций и давления получаем:

$$s_{ij}^{n+1} = 2G (e_{ij}^{n+1} - \varepsilon_{ij}^{pn+1}), \quad \varepsilon_{ij}^{pn+1} = \varepsilon_{ij}^{pn} + \Delta\varepsilon_{ij}^{pn+\frac{1}{2}}, \quad p^{n+1} = K \varepsilon_{ij}^{n+1} \delta^{ij}.$$

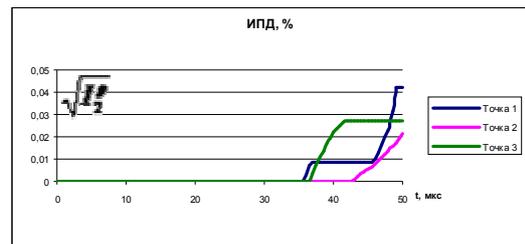
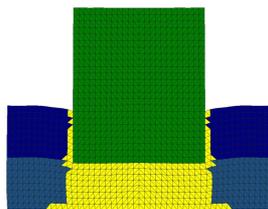
Для проверки этого метода были проведены разнообразные тестовые расчеты и сравнения с известными результатами.

Результаты расчетов.

В качестве примеров результатов приведенных рисунков приведены зависимости $\sqrt{I_2^p}$, u_r , u_z от времени в характерных точках (Рис.1), приведены наглядные картины развития зон пластичности (желтый цвет) и зон разрушения (красный цвет) системы "имплантат - основание". Проведено сравнение указанных величин при различных типах нагружения (Рис.2а, 2б), скоростях, различных глубинах внедрения имплантата в основание, различных значениях интенсивности разупрочнения, а также различных граничных условиях.

Дан анализ результатов проведенных расчетов, краткое содержание которых представлено в выводах. Отметим, что для интенсивности пластических деформаций (ИПД) наблюдается как ее рост, так и ее постоянство, что определяется наличием или отсутствием пластического нагружения.

$$V = 35 \text{ м/с}, \quad h = 0,01 \text{ м}, \quad \alpha = 0,5 \text{ GPa} \quad \text{НАГРУЖЕНИЕ "СИНУС"}$$



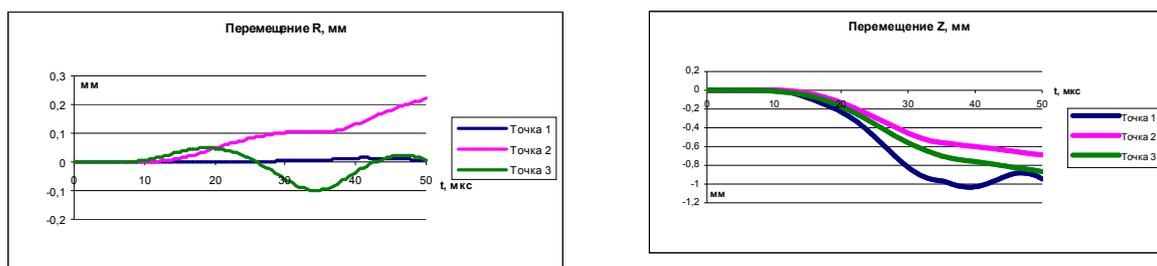


Рис. 2а

$V = 35 \text{ м/с}$, $h = 0,01 \text{ м}$, $\alpha = 0,5 \text{ GPa}$ НАГРУЖЕНИЕ "СТУПЕНЬКА"

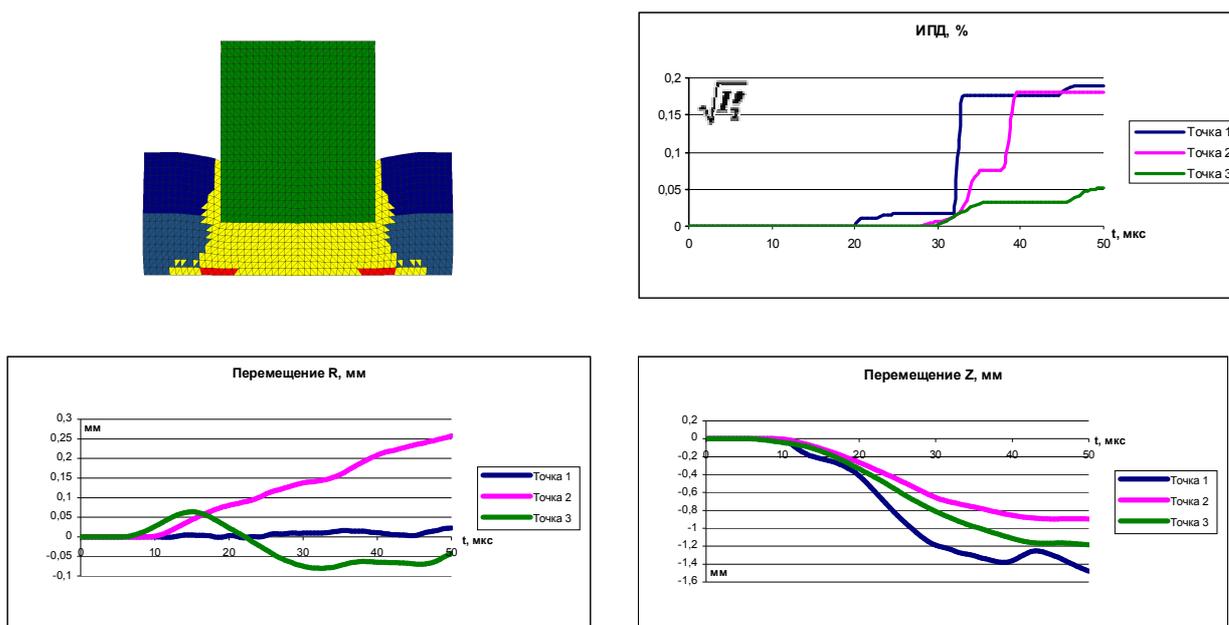


Рис.26

Задача об ударном нагружении системы "голова - защитная конструкция"

Особое внимание уделяется ударному воздействию на систему "голова-шлем". Показана динамика зон разрушения при различных скоростях удара, с учетом разнообразных конструктивных особенностей шлема.

В рамках осесимметричной постановки рассмотрена задача о нормальном ударе по защитной преграде (шлему). Предположим, что ось z направлена вертикально вверх против направления скорости удара и является осью симметрии, ось r ей ортогональна (рис.3а). Материалы шлема и костной ткани представляют собой деформируемые упруго-пластические среды, проявляющие свойства упрочнения, разупрочнения или постоянства предела текучести при изменении пластических деформаций. На свободной поверхности Σ_2 и тыльной поверхности конструкции напряжения отсутствуют. На границах слоев внутри конструкции принимается условие прилипания.

В качестве примера приведены результаты некоторых расчетов ударных воздействий со скоростью V на систему "голова-шлем" при различных характерных скоростях ($V = 60 \text{ км/ч}$, $V = 130 \text{ км/ч}$, $V = 200 \text{ км/ч}$).

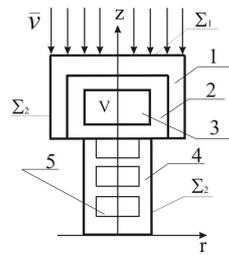


Рис.3а. Модель головы в шлеме. 1- шлем, 2 - черепная коробка, 3 - мозг, 4 - шейный отдел, 5 - позвонки

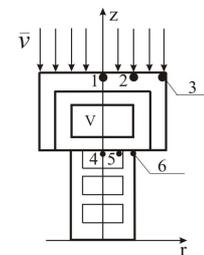


Рис.3б. Характерные точки

Характеристики материалов, использованных при расчетах представлены в [6]. Для расчетов использовались следующие значения коэффициента α , определяющего интенсивность разрушения материалов: шлем - 20ГПа, кость - 15ГПа, позвонки - 10ГПа.

Отметим, что ППО позволяет рассматривать различные материалы и различное количество и толщины слоев шлема. Расчеты проводились в шести характерных точках. Рассматривались три точки (1,2,3) на поверхности защитной конструкции и три точки (4,5,6) расположены на стыке шейного отдела и защитной конструкции(Рис.3б).

В результате расчетов, помимо приведенных примеров развития зон деформирования и разрушения получены также значения скоростей, деформаций, напряжений и т.д. по всей рассматриваемой области. Предложенный подход и его численная реализация дают возможность всесторонне и наглядно исследовать ударное воздействие на человека и защитные конструкции в широком диапазоне скоростей удара при различных конфигурациях защитных преград.

Третья глава.

Полноценное установление законов деформирования, повреждения и разрушения материалов на современном этапе развития механики деформируемого твердого тела и ее отдельных инженерных приложений, а также выявление новых связей между структурой материалов, характером внешних воздействий и процессами деформирования и разрушения невозможно без экспериментальных исследований. При планировании, проведении и обработки экспериментальных данных по изучению деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе, биоматериалов и их аналогов сложно поставить эксперимент, который отражал бы все особенности модели динамического нагружения, представленного в предыдущей главе, поэтому необходимы некоторые допущения и условия, которые с одной стороны позволили бы провести полноценный эксперимент, а с другой стороны - правильно интерпретировать полученные результаты. В силу сказанного предлагается реализовать следующий подход и предположения.

Экспериментальные исследования

Во второй главе рассматривались математические модели и численные методы анализа применительно к задачам деформирования биоконструкций, которые в общей постановке не имеют прямого аналитического решения. При колебаниях существенное значения имеют собственные частоты, которые напрямую зависят от упругих свойств материала, и чтобы их

адекватно определить планируется провести ряд экспериментов на статическое нагружение биоматериалов и их аналогов с целью определения упругих и линейно-упругих механических характеристик материала в составе той или иной конструкции.

Эта глава посвящена разработанным методам оценки жесткости крепления винтовых имплантатов в аналогах костной ткани. Дается описание экспериментальных установок и разработанные методики проведения экспериментов.

Прочность крепления винтовых стержней (дентальных имплантатов) в костной ткани можно определять двумя способами: измеряя коэффициенты стабильности (KCI_b) с помощью прибора Osstell ISQ (резонансно-частотный анализ) и определяя коэффициенты жесткости (K_b) по методике лазерного тестирования (статические испытания)[2, 3, 12]. Эксперименты по методике лазерного тестирования проводились на базе Института механики МГУ им. М.В. Ломоносова под руководством профессора, доктора физ-мат. наук Ерошина Владимира Андреевича.

Прибор Osstell ISQ может возбуждать продольные колебания имплантатов и регистрировать соответствующие им резонансные частоты, т.е. определять коэффициенты продольной стабильности. Если удастся установить связь между ними и коэффициентами продольной жесткости, измеряемыми по методике лазерного тестирования, появится возможность разработать более точную модель деформирования различных биоконструкций и их элементов под действием статической и динамической нагрузки. Предложена простейшая теоретическая модель, устанавливающая связь между коэффициентами продольной стабильности и продольной жесткости.

Для определения жесткости крепления винтовых стержней (имплантатов) в основании (костной ткани, ее аналогах) были введены коэффициенты продольной жесткости. Коэффициент продольной жесткости K_b введем как отношение продольной силы \bar{F} к соответствующему поступательному перемещению имплантата вдоль оси симметрии:

$$K_b = F/\Delta,$$

где \bar{F} – сила, действующая вдоль оси имплантата, Δ – его перемещение.

Будем предполагать, что имплантаты являются жесткими(относительно механических свойств среды внедрения), а их перемещения происходят только за счет упругих свойств костной ткани.

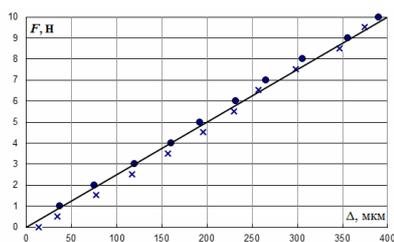


Рис.4а

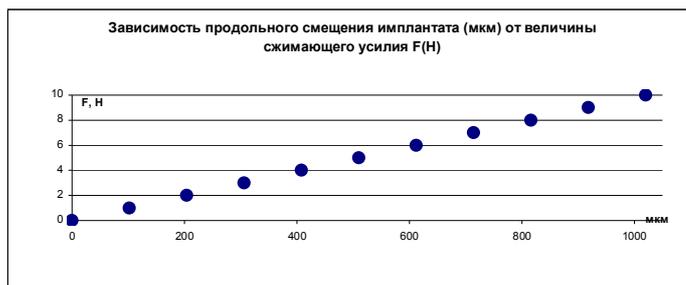


Рис.4б

На рис.4а приведена типичная зависимость продольного смещения Δ винтового стержня (имплантата) диаметром 4мм и длиной 19мм, закрепленного в аналоге костной ткани цилиндрической формы ($d=20$ мм, $H=30$ мм) из боксила, от величины действующего на него сжимающего усилия $F(H)$. Здесь перемещения и относительные деформации откладываются по горизонтали, силы и напряжения – по вертикали.

Для сравнения полученных экспериментальных значений коэффициентов жесткости и значений этих же величин определенных с помощью системы функциональных уравнений, решенных численно в представленном ранее прикладном программном обеспечении, были произведены соответствующие расчеты с учетом упругости материалов при квазистатическом нагружении (Рис.4б). Имеющиеся отличия объяснимы некоторыми различиями в постановках задач, в частности, граничных условиях, что в итоге влияет на разброс значений на всем интервале сравнения.

Прочность крепления дентальных имплантатов (ДИ) в костной ткани можно определять двумя способами: измеряя коэффициенты стабильности (KCI_b) с помощью прибора Osstell ISQ (резонансно-частотный анализ) и определяя коэффициенты жесткости (K_b) по методике лазерного тестирования (статические испытания). Очевидно, что каждому ДИ, закрепленному в каком-либо аналоге костной ткани, соответствуют два коэффициента (KCI_b и K_b), которые характеризуют прочность его крепления в данном материале. На рис.5 изображены опытные данные для 10 исследованных ДИ, закрепленных в 4-х различных аналогах костной ткани. По горизонтали отложены коэффициенты продольной жесткости K_b (МН/м), по вертикали – коэффициенты продольной стабильности KCI_b .

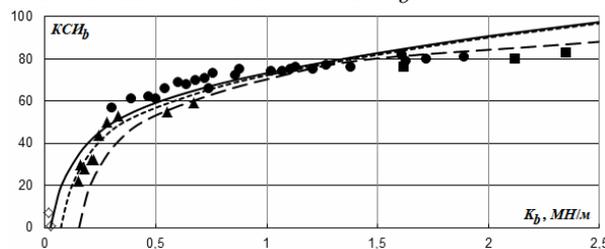


Рис.5. Зависимость коэффициентов продольной стабильности KCI_b от коэффициентов продольной жесткости K_b (● – твердый пенопласт, ▲ – полиуретан, ■ – липа, ◇ – боксил)

Приведенные результаты показывают, что существует вполне определенная связь между этими величинами. Разброс опытных данных, по-видимому, является следствием не только погрешности измерений. Коэффициенты стабильности, очевидно, зависят не только от коэффициентов жесткости, но и других параметров (плотности среды, модуля Юнга, коэффициента Пуассона, вязкости костной ткани и др.).

Для того чтобы понять физический смысл закономерности, изображенной на рис.5, построим одномерную теоретическую модель продольных колебаний ДИ, получаемую при приведении уравнения (2) системы (1.16) к виду с одной переменной. При этом считаем, что m – масса дентального имплантата (получаемая через плотность и объем образца), z –

его перемещение в продольном направлении. Тогда уравнение свободных колебаний ДИ можно представить в виде: $m\ddot{z} = -K_b z$ или $\ddot{z} + k^2 z = 0$, $k^2 = (K_b / m)$. Следовательно, собственная частота колебаний имплантата: $f = (1/2\pi)\sqrt{K_b / m}$.

С другой стороны, т.к. явление резонанса наступает при частоте f_B вынуждающей силы, близкой к собственной частоте $f_B \approx f$, то KCI_b в соответствии с калибровкой показание прибора Osstell ISQ должно составить $KCI_b = (-2,4 \cdot 10^{-14} f^4 + 7,1 \cdot 10^{-10} f^3 - 7,8 \cdot 10^{-6} f^2 + 4,45 \cdot 10^{-2} f - 37)$

Таким образом, установлено, что между коэффициентами продольной стабильности KCI_b , измеряемыми с помощью прибора Osstell ISQ (резонансно-частотный анализ), и коэффициентами продольной жесткости K_b , измеряемыми по методике лазерного тестирования (статические испытания), существует взаимно-однозначное соответствие и, измерив один из них, путем пересчета можно получить значение другого.

ВЫВОДЫ

1. В рамках разработанной математической модели динамического воздействия на исследуемые биоконструкции получены новые решения, позволившие анализировать образование и развитие в биоконструкциях зон необратимого деформирования и разрушения в зависимости от скорости и типа нагружения, геометрии биоконструкции и свойств ее материалов. Также получены новые решения об ударном нагружении на систему "голова - защитная конструкция" позволившие прогнозировать зоны разрушения в системе.
2. Реализована эффективная численная схема расчета поставленных задач с использованием метода конечных элементов. На ее основе разработано для использования прикладное программное обеспечение, которое позволило моделировать поведение биоконструкций в зависимости от параметров воздействия и свойств материалов для рассмотренного класса задач.
3. Создана установка для определения коэффициентов жесткости биоконструкций типа "имплантат - костная ткань". Найдены характеристики материала, обеспечивающие необходимую жесткость биоконструкций в зависимости от характера и интенсивности внешних воздействий.

Публикации в журналах из перечня ВАК

1. Бойко А.В., Ерошин В.А., и др. Подвижность дентальных имплантатов: приборы и методы диагностики. // *Российский журнал биомеханики*. - 2009. - том 13, № 2, с. 34-48
2. Бойко А.В., Ерошин В.А. Механическая прочность временных несъемных зубных протезов. // *Механика композиционных материалов и конструкций*. - 2012. - том 18, № 3, с. 434-439
3. Бойко А.В., Ерошин В.А., и др. Прочность и долговечность временных несъемных зубных протезов. // *Российский журнал биомеханики*. - 2013. - том 17, № 4(62), с. 106-115
4. Бойко А.В., Ерошин В.А., и др. Подвижность дентальных имплантатов. новые возможности известного прибора. // *Российский журнал биомеханики*. - 2015. - том 19, № 3, с. 273-281

5. Бойко А.В., Ерошин В.А., и др. Коэффициенты продольной стабильности дентальных имплантатов// *Российский журнал биомеханики*. - 2016. - том 20, № 3, с. 236-248

6. Бойко А.В., Зуев В.В. Математическое моделирование динамических воздействий на систему "голова-шлем".// *Механика композиционных материалов и конструкций*. - 2017. - том 23, № 2, с. 214-224

Публикации по теме диссертации в других изданиях.

7. Бойко А.В., Ерошин В.А. Механика в проблемах стоматологии: методы определения коэффициентов жёсткости крепления дентальных имплантатов.// *Сборник трудов международной научно-практической конференции* - 2009. - Издательство МГСУ Москва, с. 69-76

8. Бойко А.В. Численное моделирование ударных воздействий на защитные конструкции.//*Сборник трудов 9-й Международной научно-практической конференции «Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство»*, Изд-тво МИИТ Москва, - 2016. - с. 122-129

9. Бойко А.В., Зуев В.В. Математическое моделирование динамических воздействий на систему "голова-шлем" в сборнике М // *Сборник трудов VI Всероссийской научной конференции с международным участием Москва, 16 – 18 ноября 2016 г*, место издания ИПРИМ РАН г. Москва, с. 186-189

10. Бойко А.В., Зуев В.В. О динамических воздействиях на систему "имплантат - костная ткань".// *Сборник трудов VI Всероссийской научной конференции с международным участием Москва, 21 – 23 ноября 2017 г*, место издания ИПРИМ РАН г. Москва, с. 309-311

11. Бойко А.В., Локтев А.А. Моделирование системы "голова-шлем" при различных скоростях ударного нагружения.// *Наука и техника транспорта*. - 2017. - № 2, с. 69-72

12. Бойко А.В., Ерошин В.А., и др. Подвижность и несущая способность дентальных имплантатов.// Монография Издательский дом "Практическая медицина" Москва, - 2017 - ISBN 978-5-98811-471-0, 128 с.