

На правах рукописи



Ходорович Павел Юрьевич

**НЕКОТОРЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ
РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого
твёрдого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Тула 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет».

Научный руководитель доктор технических наук, профессор
Трещев Александр Анатольевич

Официальные оппоненты Березин Александр Васильевич
доктор физико-математических наук,
профессор, ФГБУН «Институт
машиноведения им. А.А. Благонравова
Российской академии наук», лаборатория
«Моделирование виброакустических
процессов в машинах и конструкциях»,
заведующий лабораторией

Шитикова Марина Вячеславовна
доктор физико-математических наук,
профессор, ФГБОУ ВО «Воронежский
государственный технический
университет», кафедра «Информационные
технологии и автоматизированное
проектирование в строительстве»,
профессор

Ведущая организация Тверской государственный технический
университет (г. Тверь)

Защита состоится «27» ноября 2018 г. в 16-00 на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92, ауд. 12-105.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Тульский государственный университет» и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/hodorovich-pu/>

Автореферат разослан «02» октября 2018 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Глаголев
Вадим Видимович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Механические характеристики многих материалов, применяемых в таких отраслях промышленности, как строительство, машиностроение, химическая промышленность, ядерная энергетика и горное дело, проявляют чувствительность к виду напряженного состояния, при деформировании в них проявляются такие свойства как разносопротивляемость и дилатация. К тому же значительная их часть (полимеры, стеклопластики, композиты, графиты, а также некоторые виды нескальных грунтов) обладает структурной анизотропией. Такие материалы набирают все большую востребованность на рынке в виду целого ряда достоинств, таких как – повышенная химическая и коррозионная стойкость, достаточные показатели прочности и жесткости, возможность придания изделиям необходимую форму, пониженные показатели теплопроводности. Кроме того, исследования свидетельствуют о том, что большинство нескальных грунтов обладают как анизотропией, так и чувствительностью к виду напряженного состояния. Основным недостатком конструкций из таких материалов является отсутствие проверенных теорий расчета.

Анизотропные разносопротивляющиеся материалы нашли широкое применение при изготовлении толстостенных пространственных конструкций, таких как оболочки различных видов, плиты и диски, а также массивных конструкций различных форм.

В современной механике деформируемого твердого тела для определения параметров напряженно-деформированного состояния пластинчатых и оболочечных конструкций зачастую используются гипотезы о распределении этих параметров по толщине элемента (такие, как теория тонких пластин и оболочек Кирхгофа-Лява, средней толщины С.П.Тимошенко, Э.Рейсснера и т.д.), но, к сожалению, не все инженерные сооружения могут подходить под определение «тонких» или «средней толщины», поэтому автором предлагается построить решение прикладных задач, используя общую трехмерную теорию упругости, то есть использовать все компоненты тензоров напряжений и деформаций. Такой подход несет в себе существенное увеличение количества уравнений, но это компенсируется широким развитием мощности вычислительной техники.

Таким образом, можно заключить, что учет явления зависимости механических характеристик от параметров напряженно-деформированного состояния анизотропных материалов, а также использование трехмерного подхода к моделированию задач при помощи метода конечных элементов, является актуальной задачей, как в научном, так и в прикладном плане.

Целью представленной работы является разработка модели и определение параметров НДС толстостенных пространственных конструкций, а также слоистых ограниченных полупространств, состоящих из анизотропных материалов, которые чувствительны к виду напряжённого состояния, основанной на методе конечных элементов.

Для осуществления этой цели выделены основные **задачи**:

1. На базе обзора определяющих соотношений деформирования анизотропных разнородных сред, выбрать наиболее подходящую для решаемого класса задач.

2. На основе выбранных определяющих соотношений, используя положения общей трехмерной теории упругости, построить модель определения напряженно-деформированного состояния толстостенных конструкций с учетом чувствительности материала к виду напряженного состояния, на базе метода конечных элементов;

3. Построить матрицу жесткости трехмерного конечного элемента в форме тетраэдра и разработать алгоритм реализации предложенного метода на ЭВМ. Разработать компьютерную программу, основанную на предложенном алгоритме.

4. Решить ряд прикладных задач по деформированию толстых цилиндрических и сферических оболочек, произвести сравнение полученных параметров НДС с аналогичными, полученными на основе определяющих соотношений других известных авторов.

5. Решить задачу о давлении на ограниченное полупространство, состоящее из слоев анизотропных разнородных материалов, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой на заданном прямоугольном участке поверхности, произвести сравнение полученных параметров НДС с аналогичными, полученными на основе определяющих соотношений других известных авторов.

6. Произвести как количественный, так и качественный анализ полученных результатов, а также обобщить полученные данные в виде рекомендаций к расчёту конструкций из анизотропных материалов, чьи механические характеристики зависят от вида напряженного состояния.

Объект исследования – толстостенные цилиндрические и сферические оболочки, нагруженные равномерно-распределенной вертикальной нагрузкой с учетом таких свойств материала как разнородность и анизотропия. Ограниченное полупространство, нагруженное равномерно распределенной нагрузкой на заданном прямоугольном участке поверхности, состоящее из слоев анизотропных разнородных материалов.

Предмет исследования – новые количественные и качественные оценки параметров напряженно-деформированного состояния толстостенных

цилиндрических оболочек, а также слоистого полупространства из анизотропных материалов со свойствами, чувствительными к виду напряженно-деформированного состояния.

Методология и методы исследования, применяемые в диссертационном исследовании:

- общепризнанные фундаментальные гипотезы трехмерной теории упругости, которые основаны на базовых принципах механики деформируемого твердого тела;

- метод конечных элементов для построения дискретной расчетной модели;

- метод «переменных параметров упругости», предложенный И.А. Биргером.

Новыми научными результатами, которые выносятся на защиту, являются:

- Матрица жесткости объемного конечного элемента в форме тетраэдра с компонентами, учитывающими анизотропию и усложненный характер деформирования материала конструкций;

- Уравнения метода конечных элементов для определения НДС толстостенных объемных конструкций из анизотропных материалов чувствительных к виду напряженного состояния;

- Вариант алгоритма решения задачи об определении НДС конструкций и его программная реализация;

- Результаты расчетов, демонстрирующие количественные эффекты НДС при использовании предлагаемой модели для расчета объемных конструкций из ортотропных материалов чувствительных к виду напряженного состояния.

Достоверность представленных научных положений и выводов подтверждается получением теоретических результатов с использованием численных методов широко апробированных не только в научно-исследовательских, но и инженерных кругах, на основе ключевых уравнений механики деформируемого твердого тела. Модель, принятая для описания деформирования материала, чьи свойства зависят от вида напряженного состояния, с большей точностью по сравнению с известными теориями соответствует имеющимся экспериментальным данными и является свободной от неподтвержденных гипотез и противоречий.

При решении задач об определении параметров напряженно-деформированного состояния массивных конструкций, выполненных из анизотропных разносопротивляющихся материалов, использовался полный набор компонентов тензоров напряжений и деформаций. В процессе решения выполнялась проверка сходимости метода конечных элементов, а полученные параметры НДС сравнивались с аналогичными, полученными на базе других

распространенных теорий деформирования материалов с «усложненными» свойствами, а также на базе классической теорией анизотропии.

Практическая и теоретическая значимость заключается в следующих результатах:

- построены уравнения метода конечных элементов для массивных конструкций из анизотропных материалов, чувствительных к виду напряженного состояния;
- разработана программа для расчета объемных конструкций из анизотропных разнородных материалов;
- предложенные уравнения могут быть усовершенствованы с учетом возможных свойств, не приведенных в диссертации (таких, как пластичность и вязкость);
- возможность использовать результаты в учебном процессе студентов, обучающихся по направлению «Строительство» и «Механика деформируемого твердого тела»;
- программное обеспечение может использоваться для поверочных и проектных расчетов строительных конструкций и оснований, машиностроительных изделий.

Внедрение результатов осуществлено в организациях: ООО «Строительное проектирование» (г. Тула) и ООО «Инженерный центр промышленного проектирования» (г. Тула). Данные организации используют программный продукт для проведения экспертизы ресурса прочности конструкций из материалов с «неклассическими» свойствами при проведении проектных работ, НИР и ОКР.

Использование результатов работы подтверждено актами о внедрении.

Апробация работы проводилась путем обсуждения основных положений и результатов диссертационного исследования на международных и всероссийских конференциях:

- на XIV-й -XVII-й Международной конференции «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии» (г. Тула, ТулГУ, 2013-2016 г.г.);
- на 10-й Международной конференции по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики «Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики» (г. Тула, ТулГУ, 2014 г.);
- на Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики» (г. Тула, ТулГУ, 2013; 2014; 2015 г.);
- на VII-й - VIII-й Молодёжной научно-практической конференции студентов «Молодёжные инновации» (г. Тула, ТулГУ, 2014; 2015 г.);
- на VII-IX Магистерской НТК (г. Тула, ТулГУ, 2012-2014 г.);

- на II Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы механики в современном строительстве» (г. Пенза, 2014 г.);
- на 10 и 12 Международной конференции по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики (г. Тула, 2014; 2016 г.).

Результатом участия в представленных конференциях являются публикации тезисов и статей в сборниках

В полном объеме диссертация докладывалась 12 апреля 2018 года на научном семинаре по МДТТ при ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» под руководством д-ра физ.-мат. наук, профессора А.А. Маркина.

Публикации. Ключевые положения диссертационного исследования были опубликованы в 29 научных статьях как в российских, так и зарубежных журналах, и сборниках, из которых 4 работы в изданиях, рекомендуемых ВАК РФ и одна в журнале, индексируемом базой «Scopus» и одна – «Web of Science».

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка литературы, включающего 175 наименований, приложений и содержит 114 рисунков, 8 таблиц. Общий объем работы 187 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении подтверждается актуальность диссертации, характеризуется научная новизна и достоверность исследования, приводятся его задачи и даётся краткий обзор его глав.

В первом разделе диссертации приводится обзор экспериментальных данных деформирования различных анизотропных разносопротивляющихся материалов, анализируются основные направления в построении соотношений между напряжениями и деформациями для анизотропных и ортотропных материалов, чьи механические свойства зависят от вида напряженного состояния.

В рамках первого раздела описываются модели, в которых механические характеристики зависят от знаков напряжений или деформаций, возникающих при нагружении. Эта группа моделей представлена определяющими соотношениями следующих авторов – С.А. Амбарцумяна и А.А. Хачатряна, Ф. Таббадора, Р.М. Джонса и Д.А.Р. Нельсона, К.В. Берта и Д.Н. Реди, А.А. Доко и О.А. Одиноквой и других. Так же рассматривалось вторая, более общая группа теорий, в которой жесткости зависят от некоторой функции, которая характеризует вид напряженного состояния. Данная группа представлена работами А.В. Березина и П.Л. Пономарева, А.А. Золочевского, Е.В. Ломакина, К.Ф. Комкова, С.А. Капустина и С.Ю. Лихачевой, Н.М. Матченко и А.А. Трещева и других.

Во втором разделе диссертации рассматриваются вариант определяющих соотношений для анизотропных разносопротивляющихся материалов, в которых вид напряженного состояния определяется в нормированных пространствах, предложенный Н.М. Матченко и А.А. Трещевым и позднее усовершенствованных А.А. Трещевым. Выбранное пространство определяется через отношения компонентов тензора напряжений к полному напряжению. Потенциал деформаций представлен в нормированном пространстве в виде:

$$W = a(\alpha_{ij})S^2, \quad (1)$$

где $a(\alpha_{ij})$ – степенной полином от нормированных напряжений $\alpha_{ij} = \sigma_{ij} / S$, зависящий от вида структурной анизотропии; $S = \sqrt{\sigma_{ij} \cdot \sigma_{ij}}$ – вектор полного напряжения в девятимерном «пространстве». Условие нормировки записаны в виде $\alpha_i \cdot \alpha_i = 1$, где $i = 1, 2, 3$.

В этих работах для удобства выполнения тензорных преобразований рекомендовано отойти от общепринятых обозначений напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} , представив их в девятимерном «пространстве» с координатами $S_1 = \sigma_{11}$; $S_2 = \sigma_{22}$; $S_3 = \sigma_{33}$; $S_4 = \sigma_{23}$; $S_5 = \sigma_{31}$; $S_6 = \sigma_{12}$; $S_7 = \sigma_{32}$; $S_8 = \sigma_{13}$; $S_9 = \sigma_{21}$.

При представлении функции $a(\alpha_k)$ в виде полинома второй степени – $a(\alpha_k) = a_0 + a_k \alpha_k + a_{km} \alpha_k \alpha_m / 2$, получен потенциал деформаций:

$$W = B_k S_k S + B_{km} S_k S_m / 2, \quad (2)$$

а полиномом третьей степени $a(\alpha_k) = a_0 + a_k \alpha_k + a_{km} \alpha_k \alpha_m / 2 + a_{kmn} \alpha_k \alpha_m \alpha_n / 3$ – потенциал вида:

$$W = B_{km} S_k S_m / 2 + B_{kmn} S_k S_m S_n / 3S, \quad (3)$$

где $S = (S_k S_k)^{1/2}$; $\alpha_k = S_k / S$; $\alpha_k \alpha_k = 1$; $(k, m, n = 1, 2, \dots, 9)$.

Однако соотношение (2) приводит к ограничениям на механические константы, а потенциал (3) зависит от большого количества констант, для определения которых необходимо проводить серию опытов со сложным напряженным состоянием. Поэтому А.А. Трещевым были построены соотношения в форме близкой к обобщенному закону Гука для анизотропных разносопротивляющихся сред, в которых для определения констант необходимы стандартные опыты по осевому растяжению-сжатию по главным осям анизотропии и по осям, повернутым на 45° к ним или на сдвиг в главных плоскостях анизотропии.

Закон зависимости деформаций от напряжений для анизотропного материала, чьи характеристики зависят от вида напряженного состояния, принят в виде:

$$e_{ij} = C_{ijkm} (\alpha_{pq}) \sigma_{km} \quad (i, j, k, m, p, q = 1, 2, 3), \quad (4)$$

где функции $C_{ijkn}(\alpha_{pq})$ – функциональные зависимости, включающие константы материала и нормированные напряжения. Данный закон подробно представлен в тексте диссертации, а также приведены соотношения для тел, имеющих плоскость упругой симметрии и ортотропными телами.

Соотношения между напряжениями и деформациями для ортотропного материала принимают вид:

$$\begin{aligned} e_{11} &= (A_{1111} + B_{1111}\alpha_{11})\sigma_{11} + [A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\sigma_{22} + [A_{1133} + B_{1133}(\alpha_{11} + \alpha_{33})]\sigma_{33}; \\ e_{22} &= [A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\sigma_{11} + (A_{2222} + B_{2222}\alpha_{22})\sigma_{22} + [A_{2233} + B_{2233}(\alpha_{22} + \alpha_{33})]\sigma_{33}; \\ e_{33} &= [A_{1133} + B_{1133}(\alpha_{11} + \alpha_{33})]\sigma_{11} + (A_{2233} + B_{2233}(\alpha_{22} + \alpha_{33})\sigma_{22} + (A_{3333} + B_{3333}\alpha_{33})\sigma_{33}; \\ e_{12} &= (A_{1212} + B_{1212}\sqrt{2}\alpha_{12})\tau_{12}; \quad e_{13} = (A_{1313} + B_{1313}\sqrt{2}\alpha_{13})\tau_{13}; \quad e_{23} = (A_{2323} + B_{2323}\sqrt{2}\alpha_{23})\tau_{23}. \end{aligned} \quad (5)$$

Число независимых констант – 18.

Константы A_{kkkk} , B_{kkkk} , A_{ijij} , B_{ijij} , A_{ijij} и B_{ijij} определяющих соотношений (5) выражаются в виде:

$$\begin{aligned} A_{kkkk} &= (1/E_k^+ + 1/E_k^-)/2; \quad B_{kkkk} = (1/E_k^+ - 1/E_k^-)/2; \quad A_{ijij} = -(v_{ij}^+/E_j^+ + v_{ij}^-/E_j^-)/2; \\ B_{ijij} &= -(v_{ij}^+/E_j^+ - v_{ij}^-/E_j^-)/2; \quad A_{ijij} = (1/E_{ij}^+ + 1/E_{ij}^-) - 0,25[(1/E_i^+ + 1/E_j^+ + 1/E_i^- + 1/E_j^-) - \\ &- 2(v_{ji}^+/E_i^+ + v_{ji}^-/E_i^-)]; \quad B_{ijij} = \sqrt{2}(1/E_{ij}^+ - 1/E_{ij}^-) - 0,125\sqrt{2}[(1/E_i^+ + 1/E_j^+ - 1/E_i^- - 1/E_j^-) - \\ &- 4(v_{ji}^+/E_i^+ - v_{ji}^-/E_i^-)], \end{aligned}$$

где $v_{ij}^+/E_j^+ = v_{ji}^+/E_i^+$, $v_{ij}^-/E_j^- = v_{ji}^-/E_i^-$; E_i^\pm , v_{ij}^\pm – модули упругости и коэффициенты Пуассона при одноосном растяжении и сжатии в направлениях главных осей ортотропии; E_{ij}^\pm – модули упругости при одноосном растяжении и сжатии в направлениях под углом 45° к главным осям ортотропии.

Далее приведено сравнение экспериментальных данных по деформированию различных материалов с результатами, полученными с использованием различных моделей, для доказательства лучшей согласованности определяющих соотношений А.А. Трещева с опытными данными относительно других теорий.

В третьем разделе диссертации на базе стандартного конечного элемента в виде тетраэдра с тремя степенями свободы в узле строится матрица жесткости для анизотропных разносопротивляющихся материалов.

Связь между векторами узловых перемещений $\{q\}_i = \{\{q\}_i^{(1)} \{q\}_i^{(2)} \{q\}_i^{(3)} \{q\}_i^{(4)}\}$ и узловых сил $\{R\}_i = \{\{R\}_i^{(1)} \{R\}_i^{(2)} \{R\}_i^{(3)} \{R\}_i^{(4)}\}$ формулируется в виде:

$$\{R\}_i = [K]_i \{q\}_i, \quad (6)$$

где $[K]_i = \begin{bmatrix} [K]_{i1}^{(1)} & [K]_{i1}^{(2)} & [K]_{i1}^{(3)} & [K]_{i1}^{(4)} \\ [K]_{i2}^{(1)} & [K]_{i2}^{(2)} & [K]_{i2}^{(3)} & [K]_{i2}^{(4)} \\ [K]_{i3}^{(1)} & [K]_{i3}^{(2)} & [K]_{i3}^{(3)} & [K]_{i3}^{(4)} \\ [K]_{i4}^{(1)} & [K]_{i4}^{(2)} & [K]_{i4}^{(3)} & [K]_{i4}^{(4)} \end{bmatrix}$ – матрица жесткости.

Её типовой блок находится по формуле:

$$[K]_{ij}^{(k)} = \iiint_{V_i} ([B]^{(j)})^T [D][B]^{(k)} dV, \quad (7)$$

где $[B]$ – матрица деформаций, а $[D]$ – матрица связи напряжений и деформаций.

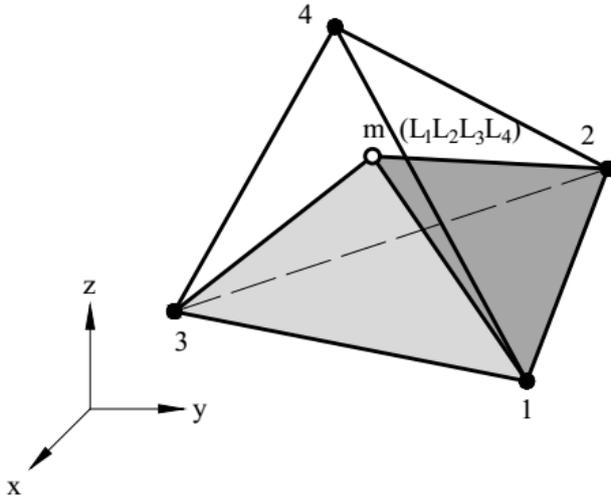


Рис. 1 – Нормализованные координаты конечного элемента

Для данного конечного элемента принято линейное распределение перемещений внутри элемента, как показано на рисунке 1. Для такого распределения перемещений типовой блок матрицы деформаций запишется:

$$[B]^{(k)} = \frac{1}{6V_i} \begin{bmatrix} b_k & 0 & 0 \\ 0 & c_k & 0 \\ 0 & 0 & d_k \\ c_k & b_k & 0 \\ 0 & d_k & c_k \\ d_k & 0 & b_k \end{bmatrix}, \quad (k=1,2,3,4), \text{ где}$$

V_i – имеет физический смысл объёма конечного элемента.

Следует отметить что такая функция распределения перемещений внутри элемента обеспечивает неразрывность поля перемещений при переходе между соседними конечными элементами.

Для анизотропного тела при линейной функции аппроксимации перемещений в элементе типовой блок матрицы жесткости определяется относительно координат элемента и компонентов матрицы связи напряжений и деформаций $[D]$ в виде:

$$[K]_{il}^{(k)} = \frac{1}{36V_i^2} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где её компоненты определяются следующим образом:

$$K_{11} = D_{11}b_k b_j + D_{44}c_k c_j + D_{66}d_k d_j + D_{14}(c_k b_j + b_k c_j) + D_{16}(d_k b_j + b_k d_j) + D_{46}(d_k c_j + c_k d_j);$$

$$K_{12} = D_{12}c_k b_j + D_{14}b_k b_j + D_{15}d_k b_j + D_{24}c_k c_j + D_{44}b_k c_j + D_{45}d_k c_j + D_{26}c_k d_j + D_{46}b_k d_j + D_{56}d_k d_j;$$

$$\begin{aligned}
K_{13} &= D_{13}d_k b_j + D_{15}c_k b_j + D_{16}b_k b_j + D_{43}d_k c_j + D_{45}c_k c_j + D_{46}b_k c_j + D_{36}d_k d_j + D_{56}c_k d_j + D_{66}b_k d_j; \\
K_{21} &= D_{12}b_k c_j + D_{24}c_k c_j + D_{26}d_k c_j + D_{14}b_k b_j + D_{44}c_k b_j + D_{46}d_k b_j + D_{15}b_k d_j + D_{45}c_k d_j + D_{56}d_k d_j; \\
K_{22} &= D_{22}c_k c_j + D_{44}b_k b_j + D_{55}d_k d_j + D_{24}(b_k c_j + c_k b_j) + D_{25}(d_k c_j + c_k d_j) + D_{45}(d_k b_j + b_k d_j); \\
K_{23} &= D_{23}d_k c_j + D_{25}c_k c_j + D_{26}b_k c_j + D_{34}d_k b_j + D_{45}c_k b_j + D_{46}b_k b_j + D_{35}d_k d_j + D_{55}c_k d_j + D_{56}b_k d_j; \\
K_{31} &= D_{13}b_k d_j + D_{34}c_k d_j + D_{36}d_k d_j + D_{15}b_k c_j + D_{45}c_k c_j + D_{56}d_k c_j + D_{16}b_k b_j + D_{46}c_k b_j + D_{66}d_k b_j; \\
K_{32} &= D_{23}c_k d_j + D_{34}b_k d_j + D_{35}d_k d_j + D_{25}c_k c_j + D_{45}b_k c_j + D_{55}d_k c_j + D_{26}c_k b_j + D_{46}b_k b_j + D_{56}d_k b_j; \\
K_{33} &= D_{33}d_k d_j + D_{55}c_k c_j + D_{66}b_k b_j + D_{35}(c_k d_j + d_k c_j) + D_{36}(b_k d_j + d_k b_j) + D_{56}(b_k c_j + c_k b_j), \\
j, k &= 1, 2, 3.
\end{aligned}$$

Компоненты матрицы связи напряжений и деформаций $[D]$ определяются исходя из соотношений (5).

Распределенные объемные силы, заменяются узловыми, которые записываются в виде вектора с балочной структурой $\{P_V\}_i = \left\{ \{P_V\}_i^{(1)} \{P_V\}_i^{(2)} \{P_V\}_i^{(3)} \{P_V\}_i^{(4)} \right\}$, в котором каждый блок состоит из проекций на оси x , y , z и записывается следующим образом: $\{P_V\}_i^{(k)} = \{P_{1V}^{(k)} P_{2V}^{(k)} P_{3V}^{(k)}\}$. Очевидно имеем:

$$\{P_V\}_i^{(k)} = \iiint_{V_i} C_k(x, y, z) \{G_V\} dx dy dz.$$

В четвертом разделе диссертации предложен алгоритм решения прикладных задач по определению напряженно-деформированного состояния объёмных конструкций из анизотропных разносопротивляющихся материалов. Для иллюстрации предложенного алгоритма приводится решение нескольких задач.

Для выявления различий в параметрах напряженно-деформированного состояния исследуемого объекта решение задач проводилась согласно 4 моделям: №1 – согласно теории А.А. Трещева, №2 – согласно теории С.А. Амбарцумяна, №3 – согласно теории Р.М. Джонса – Д.А.Р. Нельсона в квазилинейной постановке, №4 – согласно классической теории анизотропии по усредненным механическим характеристикам.

Была решена задача об поперечном деформировании толстостенной цилиндрической оболочки №1. Исходные данные для расчета принимались следующие: размеры в плане оболочки 1500x800 мм, высота подъема 400 мм, внутренний радиус 300 мм, толщина 100 мм. Данная оболочка свободно закреплена по направляющей, а по образующей не закреплена. Механические характеристики принимались для конструкционного графита АТJ-S. На половину плана верхней поверхности оболочки приложена вертикальная равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью $q = 250$ кПа. Распределение

вертикальных перемещений вдоль образующей по линии симметрии плана оболочки №1 снизу приведено на рисунке 2.

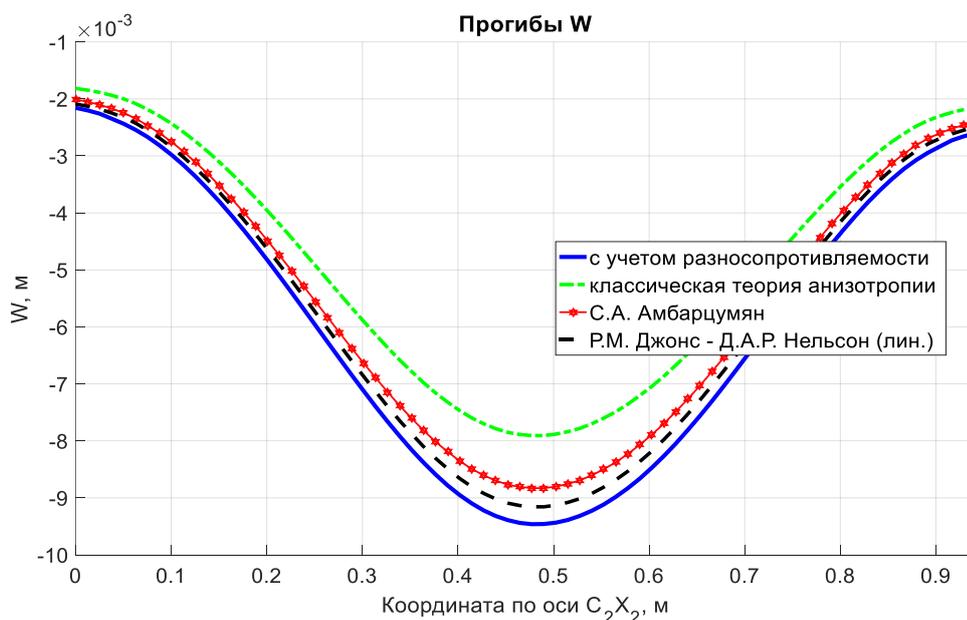


Рисунок 2 – Перемещения W вдоль образующей по середине плана оболочки №1 снизу

Далее решалась задача об изгибе толстостенной цилиндрической оболочки №2. Исходные данные для расчета принимались следующие: размеры в плане оболочки 2400x700 мм, высота подъема 1200 мм, внутренний радиус 1000 мм, толщина 200мм. Данная оболочка жестко закреплена по направляющей, а по образующей не закреплена. Механические характеристики брались для конструкционного графита АТJ-S. На верхнюю поверхность оболочки приложена вертикальная равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью $q = 330$ кПа. Распределение нормальных напряжений σ_y вдоль образующей по линии симметрии плана оболочки №2 сверху приведено на рисунке 3.

Также решалась задача об определении напряженно-деформированного состояния толстой разомкнутой сферической оболочки (сферического купола). Исходные данные для расчета принимались следующие: полусфера с внешним радиусом 300 мм, внутренним 220 мм, подъемом 300 мм и толщиной 80 мм. Данный сферический купол жестко закреплён по кромкам. Механические характеристики соответствовали конструкционному графиту АТJ-S. На всю верхнюю поверхность сферического купола приложена вертикальная равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью $q = 800$ кПа. Распределение горизонтальных перемещений вдоль образующей по линии симметрии плана сферической оболочки сверху приведено на рисунке 4.

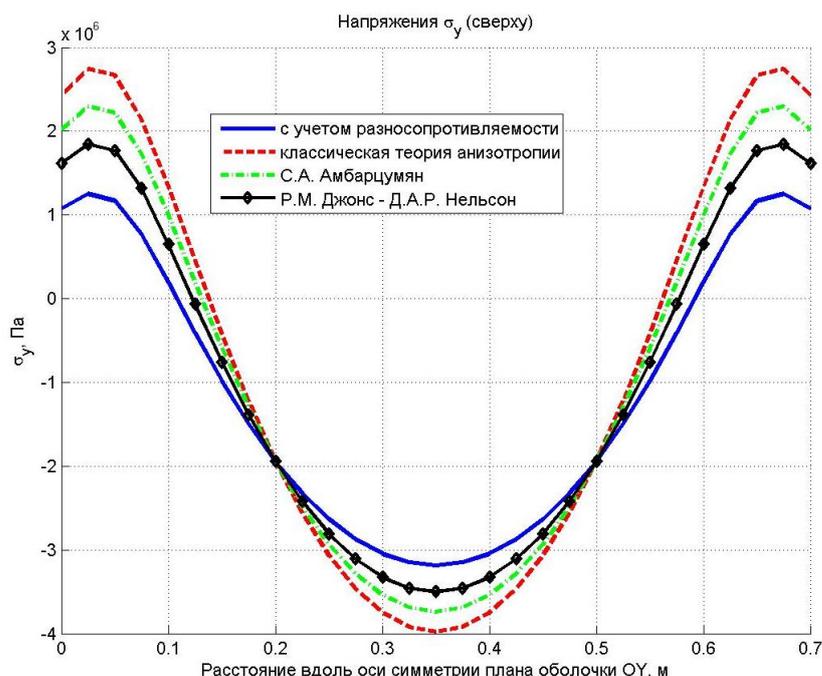


Рисунок 3 – Напряжения σ_y вдоль направляющей по середине плана оболочки №2 сверху

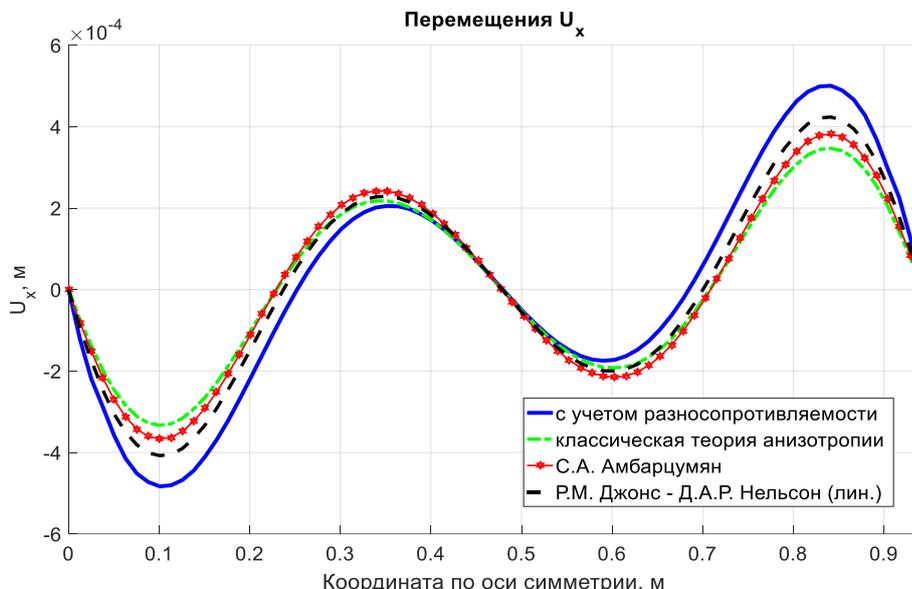


Рисунок 4 – Перемещения U_x вдоль оси симметрии плана оболочки №3 сверху

Аналогично была рассмотрена задача о давлении на ограниченное полупространство. Исходные данные для расчета принимались следующие: размеры модели в плане 20000x5000 мм, по высоте 7 слоев по 2000 мм, размер зоны давления 2000x500 мм. В каждой из точек нижней плоскости объекта давления установлены связи по всем направлениям. Механические характеристики материалов в полном объеме приведены в диссертации. На ограниченную зону давления на верхней поверхности приложена вертикальная равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью $q = 700$ кПа. Распределение вертикальных перемещений по толщине полупространства в точке центре плана зоны давления приведено на рисунке 5.

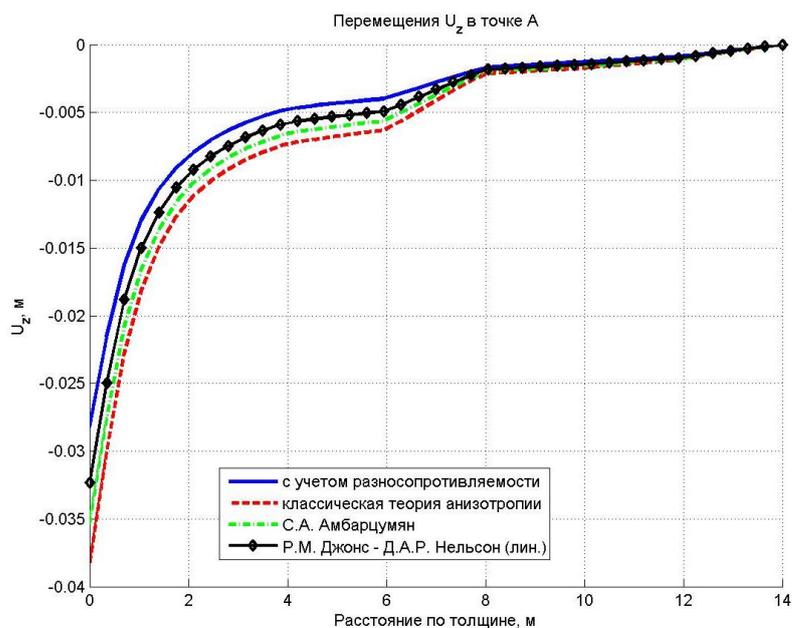


Рисунок 8 – Перемещения U_z по толщине полупространства в точке центра плана

Результаты расчета в полном объеме представлены в диссертации.

В заключении приведены основные результаты и выводы по работе.

В приложениях представлен графический материал как результат выполненных расчетов, а также акты внедрения.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Результатом представленной диссертации является решение ряда характерных задач по определению напряженно-деформированного состояния объемных тел, выполненных из ортотропных материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. К таким задачам относятся поперечный изгиб толстостенных оболочек различной конфигурации с различными вариантами граничных условий, а также задача деформирования слоистого условного полупространства, нагруженного равномерным давлением на прямоугольной области.

2. Построена матрица жесткости для изопараметрического конечного элемента в форме тетраэдра, с учетом анизотропии механических свойств, а также разнотолщинности материала. Приведены все необходимые уравнения метода конечных элементов, которые требуются при решении заявленного круга задач.

3. Разработан и апробирован алгоритм для определения характеристик напряженно-деформированного состояния массивных конструкций из материалов с «усложненными» свойствами на базе метода «переменных параметров

упругости». На базе приведенного алгоритма разработан комплекс программного обеспечения.

4. Произведена как качественная, так и количественная оценка результатов расчета задач в рамках трехмерной теории упругости с применением трехмерных конечных элементов. На основе данной оценки установлена необходимость учета разносопротивляемости материала на всех стадиях работы конструкции. Показано, что учет особых эффектов работы «неклассических» материалов позволяет получить уточнение по различным характеристикам НДС до 81% в зависимости от рассматриваемых величин по отношению к распространенным классическим теориям.

Перспективы развития темы диссертации. В дальнейшем имеется возможность усовершенствования вычислительной модели, представленной в диссертационной работе. В частности, имеет смысл добавить возможность учета температурных нагрузок, а также расчета с учетом нелинейности диаграмм деформирования.

**Основные положения диссертации
опубликованы в следующих работах:**

Статьи и журналы, входящие в список ВАК:

1. Теличко В.Г. Конечно-элементная модель расчета пространственных конструкций из материалов с усложненными свойствами/ В.Г. Теличко, А.А. Трещев, А.Н. Царев, П.Ю. Ходорович // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 10. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. С. 106-114.

2. Трещев А.А. Моделирование сферической оболочки из разносопротивляющегося графита 3D конечными элементами/ А.А. Трещев, В.Г. Теличко, А.Н. Царев, П.Ю. Ходорович // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2013. № 3(17). С. 62-72.

3. Трещев А.А., Расчет цилиндрических оболочек покрытий транспортных сооружений из материалов с усложненными свойствами/ А.А. Трещев, В.Г. Теличко, П.Ю. Ходорович // Транспортное строительство. 2014. №9. С. 24-27.

4. Теличко В.Г. К расчету оснований методом конечных элементов/ В.Г. Теличко, П.Ю. Ходорович // Известия ТулГУ. Технические науки. – Тула: Изд-во ТулГУ. – 2014. Вып. 11: в 2 ч. Ч. 1. С. 341-347.

В изданиях, рецензируемых в SCOPUS и Web of Science:

5. Трещев А.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния толстых цилиндрических оболочек из материалов с усложненными свойствами/ А.А. Трещев, В.Г. Теличко, П.Ю. Ходорович // Materials Physics and Mechanics. 2014. Vol. 21. No 1. – С. 38 – 50. (SCOPUS)

6. Shafigullin L.N. The Stress-Strain State Of Layered Orthotropic Conditional HalfSpace Taking Into Account Different Resistance / L.N. Shafigullin A.A. Treschev, P.Y.

Hodorovich, V.T. Erofeev // Revista Publicando, 4 No 13. (2). 2017, ISSN 1390-9304. – С. 109-127. (Web of Science)

Другие публикации:

7. Трещев А.А. К задаче о давлении на грунтовое основание/ А.А. Трещев, В.Г. Теличко, П.Ю. Ходорович // Вестник отделения строительных наук РААСН. – М.: РААСН-МГСУ. – 2014. – Вып. 18. – С. 95 – 99.

8. Теличко В.Г. Расчет цилиндрической оболочки из нелинейного анизотропного материала методом конечных элементов/ В.Г. Теличко, А.Н. Царев, П.Ю. Ходорович // Сборник материалов XIV Международной научно-технической конференции: «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». – Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. – С. 160-161.

9. Теличко В.Г. Задача о давлении на полупространство из анизотропного разносопротивляющегося материала/ В.Г. Теличко, П.Ю., Ходорович // Сборник научных статей II Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы механики в современном строительстве», Пенза: Изд-во ПГУАС, 2014. С. 186-193.

10. Ходорович П.Ю. Применение метода конечных элементов для расчета параметров НДС толстой сферической оболочки из анизотропного разносопротивляющегося графита // Материалы международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики». – Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. – С. 430–435.

11. Теличко В.Г. Расчет сферической оболочки из анизотропного графита с использованием МКЭ / В.Г. Теличко, П.Ю. Ходорович // Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики. 10-я Международная конференция по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики. Сборник научных трудов. Т. 2. – Минск: БНТУ, 2014. – С. 49–54.

12. Трещев А.А. Учет анизотропии и разносопротивляемости при определении параметров НДС многослойного полупространства / А.А. Трещев, П.Ю. Ходорович, В.Г. Теличко, // Фундаментальные проблемы техники и технологии – Орел: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева. – 2018 № 1 (327) 2018. – С. 4-13.