

На правах рукописи



ФУРСАЕВ АРТЁМ АЛЕКСАНДРОВИЧ

**МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАССЛОЕНИЯ
КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С ТОНКИМ
АДГЕЗИОННЫМ СЛОЕМ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Тула 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Глаголев Вадим Вадимович

Официальные оппоненты: **Шоркин Владимир Сергеевич**, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, профессор кафедры «Техническая физика» ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева»

Гоцев Дмитрий.Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики Военного учебно-научного центра ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»

Защита состоится «22» июня 2018 г. в 10-00 часов на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина 92. (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр-т Ленина, 92 и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/fufsaev-aa/>

Автореферат разослан «25» апреля 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Вадим Вадимович Глаголев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Моделирование процесса разрушения композиционных материалов, представляющих собой совокупность двух тел, соединённых посредством адгезива конечной толщины, определяется типом нарушения связи между компонентами. Рассматриваются модели адгезионного разрушения в случае, когда адгезив целиком отделяется от материала, или когезионного разрушения по массиву адгезива, или связанных им тел. В этом плане представляется перспективной разработка таких моделей, которые бы учитывали, как механические свойства материалов композита, так и тип разрушения в зависимости от напряженно-деформированного состояния адгезива и соединённых им тел.

При выполнении того или иного критерия разрушения наступает фаза образования новых материальных поверхностей. Принципиальным моментом здесь является создание математической модели процесса образования новых материальных поверхностей, соответствующей типу разрушения. Основным подходом к решению данной задачи в настоящее время является конечноэлементное моделирование.

Для когезионного типа разрушения рассматривается процедура «убийства элементов». В этом случае, по достижению в конечном элементе критериальной характеристики разрушения, выделяемый материальный объем исключается из рассмотрения путем умножения локальной матрицы жесткости элемента на число близкое к нулю. Отметим, что данная процедура является корректной при упругом деформировании, когда нагрузка и разгрузка определяются одинаковыми модулями в определяющих соотношениях. В случае упругопластического деформирования тела с удаляемым таким образом элементом необходимо учитывать возможную разгрузку.

При адгезионном типе разрушения широкое распространение получили когезионные элементы. Физический смысл соответствующих постоянных в данных элементах будут определять не прочностные свойства материала, а свойства связи тело – адгезив. Рассматривают билинейный закон поведения когезионных сил, трапецеидальный (трилинейный), параболический и экспоненциальный. Решение реальных задач строится, как правило, на билинейном законе распределения когезионных сил, где выделяются участки предразрушения и развития трещины. Здесь основным вопросом будет являться задание закона когезионного взаимодействия и материальных характеристик когезионных элементов т.к. их значение существенно влияют на распределение напряженно-деформированного состояния и требуют экспериментального подтверждения.

Таким образом работа в данном направлении является достаточно актуальной.

Цель работы состоит в создании адгезионных и когезионных моделей образования новых материальных поверхностей при произвольном внешнем воздействии.

Научная новизна. Предложена математическая модель деформирования и разрушения композиционного слоистого материала в которой отсутствует сингулярность напряжений в зоне обрыва связей сопрягаемых, посредством адгезионного слоя, упругопластических материалов при универсальном распределении напряженно-деформированного состояния (НДС).

Поставлены и решены новые задачи деформирования слоистого композиционного материала на основе введения в модель линейного размера. Процесс разрушения рассмотрен с позиции локальной простой разгрузки образуемых материальных поверхностей.

Теоретическая ценность работы состоит в решении важной научной задачи нахождения НДС композиционного слоистого материала как в докритической, так и в посткритической стадиях деформирования при произвольном внешнем воздействии.

Практическая ценность полученных результатов состоит в возможности их использования при расчете на прочность слоистого композиционного упругопластического материала в докритической стадии деформирования и в стадии разрушения.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ №13-08-00134.

Достоверность и обоснованность результатов обеспечивается использованием фундаментальных положений механики деформируемого твердого тела, сравнением частных выводов с результатами других авторов, использованием апробированных методов решения получаемых уравнений.

На защиту выносятся:

- вариационная постановка определения НДС слоистого композиционного упругопластического материала на основе введения в модель линейного размера;

- модель дискретного когезионного разрушения;

- модель дискретного адгезионного разрушения.

Апробация работы. Основные результаты по теме данной диссертации были доложены и обсуждены на регулярных научных семинарах кафедры «Математическое моделирование», «Вычислительной механики и математики» г. Тула, 2014-2018, региональных конференциях ТулГУ, г. Тула, 2013-2017.

Публикации и личный вклад автора. По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ, 4 из которых в изданиях, рекомендованных ВАК. Личный вклад соискателя в работы, приведенные в конце реферата, может быть охарактеризован следующим образом: работы [7-9] выполнены без соавторов; в работах [1-6] автору принадлежит выбор и реализация численных методов решения для поставленных задач, совместный с соавторами анализ полученных результатов.

Структура и объем диссертации: диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы. Работа содержит 103 страницы машинописного текста, включая 33 рисунка, 2 таблицы и список литературы из 96 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** приводится анализ работ исследователей по схожей тематике. Подчеркивается важность анализа НДС слоистых композиционных материалов, для которых, в зависимости от толщины адгезионного слоя и граничных условий, используются те или иные модели. Выделены работы В.В. Болотина, Ю.Н. Новичкова, В.М. Корнева, Д. Сендецки, С.А. Лурье, H.G. Allen, A. Baldan, S. Budhe, M.D. Banea, S. Barros, L.F.M. Silva, O. Mattei, L. Bardella и других исследователей. В случае, когда изгибной жесткостью адгезивного слоя пренебрегают, в рассмотрение вводятся модели с «мягким» слоем среди которых отмечены статьи Н.Ф. Морозова, П.Е. Товстика. Учет адгезионного взаимодействия и адгезионные свойства материалов приводятся в работах Е.И. Моисеева, В.С. Шоркина.

Отмечен основной недостаток конечноэлементного подхода при прямом моделировании геометрии связующего компонента в зоне обрыва связей сопрягаемых материалов в виде наличия точек сингулярности различных видов, приведенных в работах X. He и M. Hildebrand. Принимая ту или иную форму окончания связующего слоя, в решении задачи приходим к существенно различным распределениям напряжений, в том числе и сингулярным. Отмечено, что в случае малости толщины связующего компонента, геометрия его окончания в зоне обрыва соединений является неопределенной, и связь соответствующей области с заданной геометрией является не вполне корректной. При конечноэлементном моделировании разрушения в пределах материальной поверхности меры ноль используются когезионные элементы с различными законами распределения взаимодействия в когезионной зоне с ниспадающим участком. Работы в данном направлении рассмотрены C.G. Dávila, P.P. Camanho, A. Turon, M.F.S.F. De Moura, J.P.M. Gonçalves, X.T. Sua, Z.J. Yang, G.H. Liu, X. Su, X.F. Xu. Указано, что в работе E. Panettieri, D. Fanteria, F. Danzi приведен анализ законов когезионного взаимодействия и показано их существенное влияние на распределение НДС в композите.

В **первой главе** рассматривается модель упругого деформирования композиционного материала с тонким адгезионным слоем, показанного на Рисунке 1. Напряженное состояние слоя предлагается рассматривать на основе связи средних по толщине слоя скоростей напряжений и скоростей напряжений по границам слоя. Средние скорости деформации слоя выражаются через его граничные скорости. Использование средних скоростей напряжений и деформаций позволяет избежать зависимости напряженно-деформированного состояния слоя от формы его торцевых поверхностей.

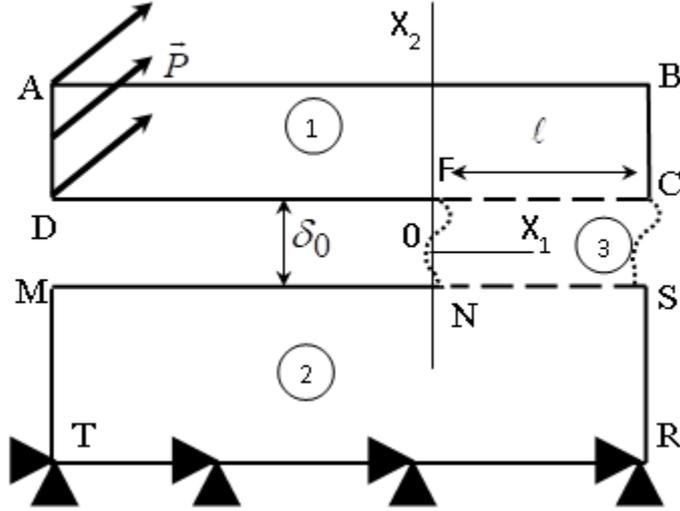


Рисунок 1. Схема нагружения слоистого композита

На основе модифицированного принципа Журдена в рамках малых деформаций получена система вариационных условий равновесия тел, соединенных посредством адгезионного слоя, включающая вариационные уравнения равновесности для тела 1:

$$\int_{S_1} \dot{\sigma} \cdot \delta \dot{\xi} ds + \int_{l_1} \dot{\sigma}_{22} \delta v_2^+ dl + \int_{l_1} \dot{\sigma}_{21} \delta v_1^+ dl +$$

$$+ 0.5 \delta_0 \left(\int_{l_1} \dot{\sigma}_{11} \frac{\partial(\delta v_1^+)}{\partial x_1} dl + \int_{l_1} \dot{\sigma}_{21} \frac{\partial(\delta v_2^+)}{\partial x_1} dl \right) = \int_{\Sigma_1} \dot{P}^1 \cdot \delta \bar{v} dl \quad (1)$$

и для тела 2:

$$\int_{S_2} \dot{\sigma} \cdot \delta \dot{\xi} ds - \int_{l_2} \dot{\sigma}_{22} \delta v_2^- dl - \int_{l_2} \dot{\sigma}_{21} \delta v_1^- dl +$$

$$+ 0.5 \delta_0 \left(\int_{l_2} \dot{\sigma}_{11} \frac{\partial(\delta v_1^-)}{\partial x_1} dl + \int_{l_2} \dot{\sigma}_{21} \frac{\partial(\delta v_2^-)}{\partial x_1} dl \right) = \int_{\Sigma_2} \dot{P}^2 \cdot \delta \bar{v} dl, \quad (2)$$

где $\dot{P}^+ = \dot{\sigma}_{21}^+ \bar{e}_1 + \dot{\sigma}_{22}^+ \bar{e}_2$, $\dot{P}^- = -\dot{\sigma}_{21}^- \bar{e}_1 - \dot{\sigma}_{22}^- \bar{e}_2$ – векторы скоростей напряжений, действующие по верхней и нижней границе адгезионного слоя; $\dot{\sigma}_{21}^+$, $\dot{\sigma}_{22}^+$, $\dot{\sigma}_{21}^-$, $\dot{\sigma}_{22}^-$ – граничные напряжения адгезионного слоя; \bar{v}^+ , \bar{v}^- – векторы скоростей верхней и нижней границы адгезионного слоя; l_1, l_2 – верхняя и нижняя границы тела 3; Σ_1, Σ_2 – контуры приложения скорости внешней нагрузки для тела 1 и 2; $\dot{\sigma}$ – тензор средних скоростей напряжений в слое с компонентами:

$$\dot{\sigma}_{11}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-\delta_0/2}^{\delta_0/2} \dot{\sigma}_{11}(x_1, x_2) dx_2, \quad \dot{\sigma}_{12}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-\delta_0/2}^{\delta_0/2} \dot{\sigma}_{12}(x_1, x_2) dx_2,$$

$$\dot{\sigma}_{22}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-\delta_0/2}^{\delta_0/2} \dot{\sigma}_{22}(x_1, x_2) dx_2. \quad \text{В силу симметрии скоростей касательных}$$

напряжений средние скорости касательных напряжений также симметричны:
 $\dot{\bar{\sigma}}_{21}(x) = \dot{\bar{\sigma}}_{12}(x)$.

Поля скоростей деформаций и напряжений, для сопрягаемых тел, непосредственно связываются определяющими соотношениями линейной теории упругости в форме Хилла:

$$\dot{\bar{\sigma}} = 2G^{(j)}\dot{\bar{\varepsilon}}, \quad (3)$$

$$\dot{p} = 3K^{(j)}\dot{\bar{\theta}}, \quad (4)$$

где $\dot{\bar{\sigma}}$ – скорость девиатора тензора напряжений; $\dot{\bar{\varepsilon}}$ – девиаторная составляющая тензора скоростей деформаций; $\dot{p} = \dot{\bar{\sigma}} \cdot \underline{\underline{E}}$; $K^{(i)}$ – модуль объемного сжатия; $G^{(i)}$ – модуль сдвига; $j=1,2$; $\dot{\bar{\theta}} = \dot{\bar{\varepsilon}} \cdot \underline{\underline{E}}$; $\underline{\underline{E}}$ – единичный тензор.

В материале слоя определяющие соотношения считались справедливыми для средних по толщине слоя характеристик НДС:

$$\dot{\bar{\sigma}} = 2G^{(3)}\dot{\bar{\varepsilon}}, \quad (5)$$

$$\dot{p} = 3K^{(3)}\dot{\bar{\theta}}, \quad (6)$$

где средние скорости деформаций определялись следующим образом:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{11}(x_1) = 0.5 \left(\frac{\partial v_1^+}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1^-}{\partial x_1} \right), \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_{12}(x_1) = 0.5 \left(\frac{v_1^+(x_1) - v_1^-(x_1)}{\delta_o} + 0.5 \left(\frac{\partial v_2^+}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2^-}{\partial x_1} \right) \right),$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{22}(x_1) = \left(\frac{v_2^+(x_1) - v_2^-(x_1)}{\delta_o} \right).$$

В результате постановка задачи (1)-(6) сводится к уравнениям относительно полей скоростей в сопрягаемых телах, в том числе и на границах контакта со слоем. В качестве параметра система вариационных уравнений в скоростях содержит толщину адгезионного слоя. Существенно, что данная система уравнений не является дискретной, так как поля скоростей полагаются непрерывными. Для нахождения полей перемещений, напряжений и деформаций использовались эволюционные соотношения:

$$\bar{u}(\bar{x}, t) - \bar{u}_o = \int_{t_o}^{t_1} \bar{v} dt, \quad (7)$$

$$\bar{\varepsilon}(\bar{x}, t) - \bar{\varepsilon}^o = \int_{t_o}^{t_1} \dot{\bar{\varepsilon}} dt, \quad \bar{\sigma}(\bar{x}, t) - \bar{\sigma}^o = \int_{t_o}^{t_1} \dot{\bar{\sigma}} dt, \quad (8)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x}, t) - \bar{\bar{\sigma}}^o = \int_{t_o}^{t_1} \dot{\bar{\bar{\sigma}}} dt, \quad \bar{\bar{\varepsilon}}(\bar{x}, t) - \bar{\bar{\varepsilon}}^o = \int_{t_o}^{t_1} \dot{\bar{\bar{\varepsilon}}} dt, \quad (9)$$

где $\bar{u}(x_1, x_2)$ – поле перемещений; $\bar{\varepsilon}$ – тензор деформации. При $t_1 = t_o$ начальными условиями для тел 1 и 2 являются: $\bar{u}(\bar{x}, t_o) = \bar{u}_o(\bar{x})$, $\bar{\sigma}(\bar{x}, t_o) = \bar{\sigma}^o(\bar{x})$. Усло-

вия сопряжения тел со слоем в момент времени t_o принимают вид:

$$\vec{u}^+ = \vec{u}_o(\vec{x}, t_o) \Big|_{x_2 = \frac{\delta_o}{2}}, \quad \vec{u}^- = \vec{u}_o(\vec{x}, t_o) \Big|_{x_2 = -\frac{\delta_o}{2}}, \quad \sigma_{22}^+ = \sigma_{22}^o(\vec{x}, t_o) \Big|_{x_2 = \frac{\delta_o}{2}}, \quad \sigma_{21}^+ = \sigma_{21}^o(\vec{x}, t_o) \Big|_{x_2 = \frac{\delta_o}{2}},$$

$$\sigma_{22}^- = \sigma_{22}^o(\vec{x}, t_o) \Big|_{x_2 = -\frac{\delta_o}{2}}, \quad \sigma_{21}^- = \sigma_{21}^o(\vec{x}, t_o) \Big|_{x_2 = -\frac{\delta_o}{2}}.$$

Для получения приближенного решения использовался метод конечного элемента с квадратичной аппроксимацией полей скоростей для случая плоской деформации. Исследовалось влияние характерного размера конечного элемента на сходимость решения. Установлено, что если отношение грани конечного элемента к толщине слоя равно четырем и более, то имеет место численная сходимость. В силу отсутствия сингулярности напряжений в точках сопряжения адгезионного слоя с телами предлагаемый подход позволяет использовать известные локальные критерии разрушения. В случае когезионного разрушения по массиву адгезионного слоя рассматривался критерий максимального главного растягивающего среднего напряжения по элементу размером $\delta_o \times \delta_o$, в котором компоненты тензора средних напряжений определялись следующим образом:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{\delta_o} \int_{x_1^A}^{x_1^A + \delta_o} \bar{\sigma}_{ij} dx_1. \text{ Для адгезионного отслоения граничные напряжения}$$

$$\text{слоя, усредненные на размере } \delta_o \text{ по закону: } \hat{\sigma}_{22}^\pm = \frac{1}{\delta_o} \int_{x_1^A}^{x_1^A + \delta_o} \sigma_{22}^\pm dx_1,$$

$$\hat{\sigma}_{12}^\pm = \frac{1}{\delta_o} \int_{x_1^A}^{x_1^A + \delta_o} \sigma_{12}^\pm dx_1, \text{ сопоставлялись с адгезионной прочностью на отрыв и сдвиг.}$$

Проведен анализ возможных видов нагружения композита.

Во второй главе рассматривается докритическое упругопластическое деформирование трехслойного композита и процесс разделения несущих слоев, сопровождающийся разрушением адгезионного слоя. Путем осреднения компонент напряжений в адгезионном слое по его толщине задача сводится к системе двух вариационных условий равновесности относительно полей скоростей склеиваемых слоев с определяющими соотношениями в форме Хилла для тела 1 и 2:

$$\dot{\sigma} = 2G^{(j)} \dot{\varepsilon}, \quad \sigma \cdot \dot{\sigma} > 0, \quad (10)$$

$$\dot{\sigma} = 2G_e^{(j)} \dot{\varepsilon}, \quad \sigma \cdot \dot{\sigma} \leq 0, \quad (11)$$

$$\dot{p} = 3K^{(j)} \dot{\theta}, \quad (12)$$

где $G^{(j)}$ – модуль сдвига $G^{(j)} = G_e^{(j)}$ при $\sigma_i \leq \sigma_T^{(3)}$; $G^{(j)} = G_p^{(j)}$ при $\sigma_i > \sigma_T^{(j)}$; $\sigma_T^{(j)}$ – предел текучести материала; σ_i – интенсивность касательных напряжений.

В материале слоя определяющие соотношения принимались в виде:

(16). Дискретное решение (1), (2), (10)-(15) для докритического деформирования по границам сопряжения слоя в качестве неизвестных содержит вектор узловых скоростей $\vec{v}^{+(i)}$, $\vec{v}^{-(j)}$ по которому, из (7), может быть сформирован вектор перемещений $\vec{u}^{+(i)}$, $\vec{u}^{-(j)}$. Для определения узловых сил $\vec{F}^{+(i)}$, $\vec{F}^{-(j)}$ предлагалось использовать процедуру повторного нагружения, состоящую в замене действия разрушаемого элемента заданием процесса изменения со «временем» узловых перемещений элемента, при повторении закона внешнего воздействия на тело.

С помощью повторного решения задачи докритического деформирования, с известным законом движения границы, δ -области находилось распределение нагрузки (узловых сил), действующей со стороны δ -области на тело. На следующем шаге рассматривается изменение напряженно-деформированного состояния тела в процессе разрушения δ -области. В процессе δ -разгрузки возможно образование новых пластических областей, частичная разгрузка и достижение критерия разрушения. В результате напряженно-деформированное состояние тела, в момент начала локальной разгрузки, отличается от его состояния при окончании δ -разгрузки. Это является принципиальным отличием от известной процедуры «убийства элементов», когда жесткость элемента, после достижения критерия разрушения, полагается близкой к нулевой. При этом состояние тела вне удаленного элемента считается неизменным и возможность появления зон разгрузок и догрузок, после исключения элемента, не учитывается.

В качестве примера расчета рассмотрен композиционный материал в состоянии плоской деформации, состоящий из двух элементов с материальными характеристиками близкими к сплаву Д16: $G_e = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$; $G_p = 5.2 \cdot 10^8 \text{ Па}$; $K = 6 \cdot 10^{10} \text{ Па}$; $T_p = 3 \cdot 10^8 \text{ Па}$ – предел упругости; $\sigma_k = 4.2 \cdot 10^8 \text{ Па}$ – предел прочности, связанных эпоксидной смолой со следующими свойствами: $G = 1.3 \cdot 10^9 \text{ Па}$; $K = 1.7 \cdot 10^9 \text{ Па}$; $\sigma_k = 9 \cdot 10^7 \text{ Па}$. Геометрические характеристики композита, показанного на рисунке 1, брались следующими: $AD = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\delta_o = FN = 10^{-3} \text{ м}$; $MQ = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $AB = 10^{-1} \text{ м}$; $DF = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Скорость внешней нагрузки $\dot{P} = 1 \text{ Па/с}$ направлена под углом $\pi/4$ к оси OX_1 .

На рисунке 3 выделена область пластических деформаций в состоянии предразрушения. Значение внешней нагрузки при этом обозначим через \vec{P}_k . Максимальное главное напряжение в адгезионном слое на характерном элементе равняется пределу прочности, а вне слоя предел прочности не достигается. Предполагалось, что адгезионная связь смола – сплав достаточно прочна, и разрушение будет проходить по массиву адгезионного компонента.

Разрушение первого элемента приводит к перераспределению зоны пластичности и разгрузке ряда элементов композита. В этом случае рассмотрение разрушения как термомеханического процесса дает отличный от процедуры «убийства элементов» результат.

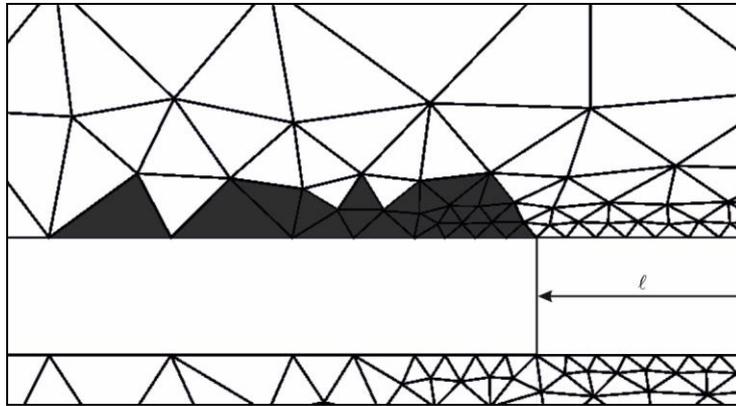


Рисунок 3. Зона пластичности в состоянии предразрушения

На рисунке 4 темной заливкой показана зона пластической догрузки, а более светлой – элементы, где произошла упругая разгрузка из пластической области, по завершению процесса разрушения первого δ -элемента.

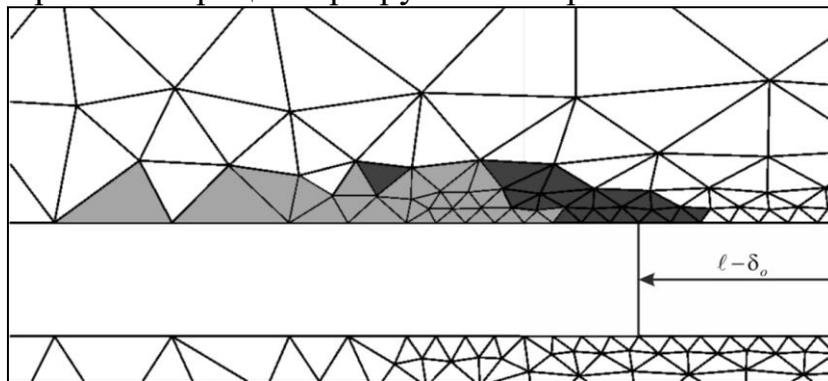


Рисунок 4. Эволюция зоны пластичности и разгрузки в процессе разрушения первого элемента

Решая задачу нагружения композита критической нагрузкой \bar{P}_k без первого структурного элемента слоя, приходим к распределению пластической области, показанной на рисунке 5. Сопоставляя рисунок 4 и рисунок 5 видим, что разгрузка из пластической области не учитывается в подходе «убийства элементов». При этом область пластичности немного больше объединения областей разгрузки из пластической области и пластической догрузки, отображенных на рисунке 4.

В случае линейной упругости решение задачи с удаленной областью, при фиксированной внешней нагрузке, совпадает с решением, получаемым в результате δ -разгрузки в силу единственности решения и принципа суперпозиции. Однако, решение упругопластической задачи при простом нагружении тела с удаленной областью не совпадает с решением методом δ -разгрузки.

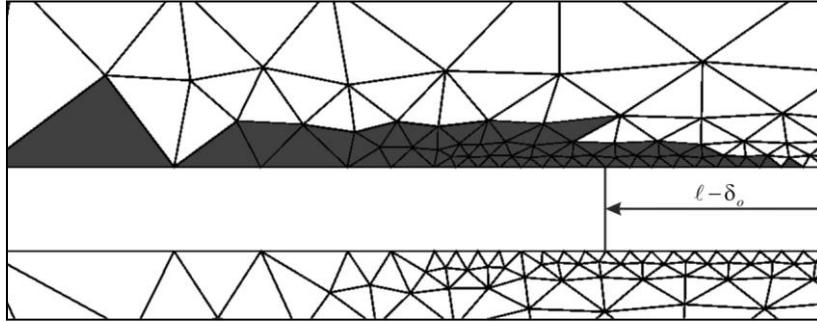


Рисунок 5. Зона пластичности в композите без первого структурного элемента адгезионного слоя

Разрушение первого элемента приводит к превышению предела прочности на втором элементе слоя, что означает его разрушение при фиксированной внешней нагрузке. Таким образом, при данном виде нагружения имеет место катастрофическое разрушение.

В третьей главе построена модель адгезионного расслоения композиционного материала. При достижении среднего граничного напряжения на характерном размере по верхней или нижней границе слоя на отрыв или сдвиг происходит адгезионное отслоение материала. В момент предразрушения t_1 мысленно разделим по границе слой и смежный ему материал по длине δ_o , и приложим к соответствующим новым поверхностям граничные вектора напряжений, соответствующие напряженному состоянию на границе. Без ограничения общности считаем, что разделение происходит по нижней границе слоя, согласно рисунку 6.

Полагаем, что в течение интервала Δt δ -элемент потеряет связь с телом по границе, если нагрузка, действующая со стороны элемента слоя на тело, станет равна нулю. В этом случае, в течение интервала времени Δt , при неизменной внешней нагрузке \vec{P} , необходимо разгрузить новые материальные поверхности. На интервале Δt полагаем распределение скоростей по толщине δ -элемента однородным $\vec{v}^+ = \vec{v}^-$. Процесс разгрузки считался простым, зависящим от одного параметра Δt .

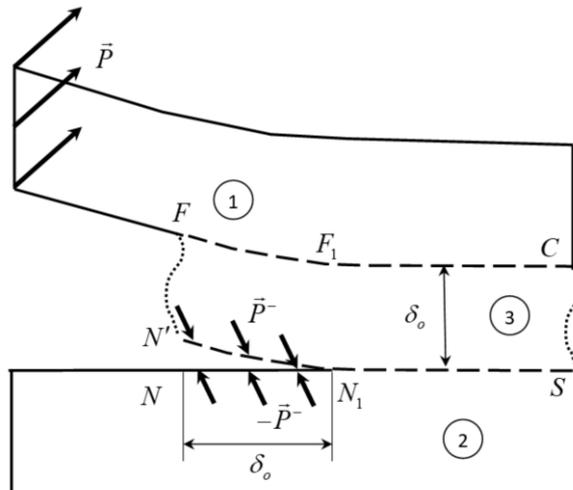


Рисунок 6. Адгезионное отслоение

В этом случае получены вариационные уравнения равновесности для тела 1:

$$\begin{aligned}
& \iint_{S_1} \dot{\tilde{\sigma}} \cdot \delta \tilde{\varepsilon} ds + \int_{x_1^{F_1}}^{x_1^C} \dot{\tilde{\sigma}}_{22} \delta v_2^+ dx_1 + \int_{x_1^{F_1}}^{x_1^C} \dot{\tilde{\sigma}}_{21} \delta v_1^+ dx_1 + \\
& + 0.5 \delta_0 \left(\int_{x_1^{F_1}}^{x_1^C} \dot{\tilde{\sigma}}_{11} \frac{\partial \delta v_1^+}{\partial x_1} dx_1 + \int_{x_1^{F_1}}^{x_1^C} \dot{\tilde{\sigma}}_{21} \frac{\partial \delta v_2^+}{\partial x_1} dx_1 \right) + \\
& + \delta_0 \left(\int_{x_1^F}^{x_1^{F_1}} \dot{\tilde{\sigma}}_{11} \frac{\partial \delta v_1^+}{\partial x_1} dx_1 + \int_{x_1^F}^{x_1^{F_1}} \dot{\tilde{\sigma}}_{21} \frac{\partial \delta v_2^+}{\partial x_1} dx_1 \right) = \int_{x_1^F}^{x_1^{F_1}} \dot{\tilde{P}}^- \cdot \delta \tilde{v} dx_1
\end{aligned} \tag{17}$$

и тела 2:

$$\begin{aligned}
& \iint_{S_2} \dot{\tilde{\sigma}} \cdot \delta \tilde{\varepsilon} ds - \int_{x_1^{N_1}}^{x_1^S} \dot{\tilde{\sigma}}_{22} \delta v_2^- dx_1 - \int_{x_1^{N_1}}^{x_1^S} \dot{\tilde{\sigma}}_{21} \delta v_1^- dx_1 + \\
& + 0.5 \delta_0 \left(\int_{x_1^{N_1}}^{x_1^S} \dot{\tilde{\sigma}}_{11} \frac{\partial \delta v_1^-}{\partial x_1} dx_1 + \int_{x_1^{N_1}}^{x_1^S} \dot{\tilde{\sigma}}_{21} \frac{\partial \delta v_2^-}{\partial x_1} dx_1 \right) = - \int_{x_1^N}^{x_1^{N_1}} \dot{\tilde{P}}^- \cdot \delta \tilde{v} dx_1.
\end{aligned} \tag{18}$$

В уравнениях (17), (18) скорость внешней нагрузки $\dot{\tilde{P}}^-$ находится из решения задачи докритического деформирования. Учитывается, что по нижней границе слоя и тела 2, на отслоившемся участке, нет условия жесткого сцепления: $\tilde{v}^- \neq \tilde{v}(x_1, -\delta_o/2)$; $x_1 \in [N, N_1]$, а по верхней границе слоя и тела 1 имеет место жесткое сцепление границ: $\tilde{v}^+ = \tilde{v}(x_1, \delta_o/2)$; $x_1 \in [F, F_1]$. В силу однородности поля скоростей по толщине слоя, скорости деформаций в нем определяются в виде:

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_{11}(x_1) = \frac{\partial v_1^+(x_1)}{\partial x_1}, \quad \dot{\tilde{\varepsilon}}_{22}(x_1) = 0, \quad \dot{\tilde{\varepsilon}}_{21}(x_1) = 0.5 \frac{\partial v_2^+(x_1)}{\partial x_1}.$$

Пример расчета адгезионного расслоения продемонстрирован для образца, рассмотренного в главе 2 и случая, когда внешняя критическая нагрузка, при начале когезионного разрушения, соответствует адгезионному отслоению по нижней границе слоя. Для линейно упругопластического материала проведено сравнение решений задачи в рамках данной модели и предложенной модели когезионного расслоения, в которой предполагается полное разрушение связующего слоя. Установлено существенное различие граничных перемещений основных слоев композита в процессе его разрушения при увеличении поверхности разрыва контакта адгезионного слоя и основного материала.

На рисунке 7 темной заливкой показана зона пластичности при адгезионном разрушении первого элемента, а совокупность темной заливки и более светлой – зона пластичности при когезионном разрушении. Как видно из рисунка 7, при адгезионном разрушении пластическая область несколько меньше,

чем при когезионном разрушении. Это обусловлено тем, что жесткость несущего тела 1 при адгезионном разрушении больше за счет адгезионного слоя.

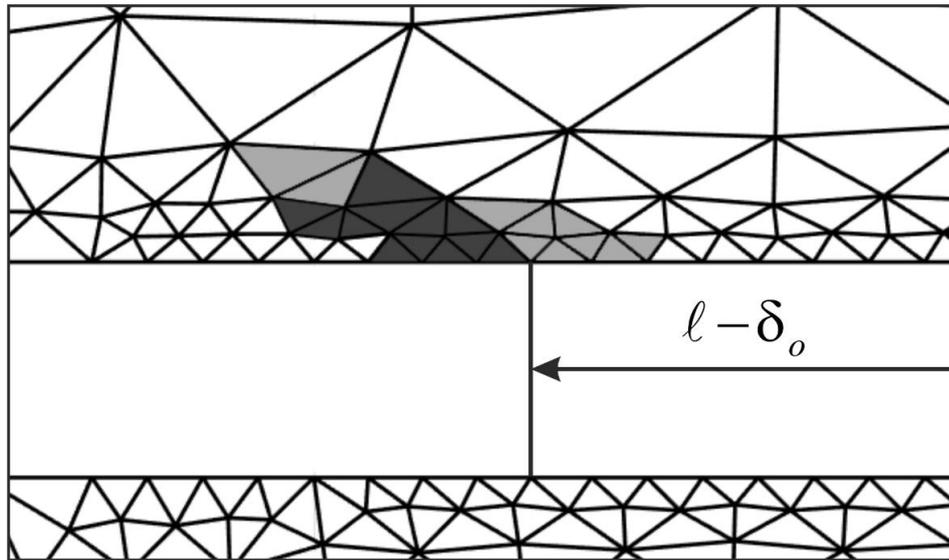


Рисунок 7. Сравнение зон пластичности при адгезионном и когезионном разрушении первого элемента

Упругопластическое решение задачи качественно повторяет результат по когезионному разрушению адгезива, а именно возможность перераспределения пластических зон и образования новых зон разрушения в результате локальной разгрузки.

Результаты и выводы.

- 1) Предложена вариационная постановка деформирования слоистого композита с тонким адгезионным слоем.
- 2) На основе метода конечных элементов с квадратичным законом распределения поля скоростей разработан метод решения поставленной задачи.
- 3) Предложен вариант описания дискретного разрушения материального объема на основе гипотезы простой разгрузки.
- 4) Для определения внутренних узловых сил, действующих на разрушаемый объем, использована процедура повторного нагружения с заданным полем узловых перемещений, найденным из решения задачи докритического деформирования.
- 5) Предлагаемый подход позволяет учесть перераспределение пластических зон и возможность образования новых зон разрушения в результате локальной разгрузки.
- 6) Предложен вариант описания дискретного разрушения по границе адгезионного слоя на основе гипотезы простой разгрузки.
- 7) Результаты расчёта по предложенной модели в рамках упругого поведения материала имеют существенное отличие от расчета по когезионному механизму разрушения слоя при длине отслоения адгезионного слоя, значительно превышающей его толщину.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

Статьи в журналах, входящих в список ВАК:

1. **Глаголев В.В. Задача дагдейла в рамках одной модели трещины / В.В. Глаголев, А.А. Фурсаев // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. – 2014. – № 4. – С. 44-53.**
2. **Глаголев В.В. Моделирование процесса разделения композита с адгезионным слоем / В.В. Глаголев, А.А. Маркин, А.А. Фурсаев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 2. – С. 34–44.**
3. **Глаголев В.В. Моделирование образования новых материальных поверхностей в процессах когезионного разрушения композита с адгезионным слоем / В.В. Глаголев, А.А. Маркин, А.А. Фурсаев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 2. – С. 45–59.**
4. **Глаголев В.В. Моделирование образования новых материальных поверхностей в процессах адгезионного расслоения композита / В.В. Глаголев, А.А. Маркин, А.А. Фурсаев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 1. – С. 100–109.**

В изданиях, индексируемых в WoS и Scopus.

Переводные версии работ 2,3 проиндексированы в базе данных Scopus:

- * **Glagolev V.V. Separation process modeling of composite with adhesive layer / V.V. Glagolev, A.A. Markin, A.A. Fursaev // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2016. – No.2. – pp. 34-44. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.2.03.**
- * **Glagolev V.V. Modelling the generation of new material surfaces in a composite with an adhesion layer under cohesive destruction / V.V. Glagolev, A.A. Markin, A.A. Fursaev // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2017. – No.2. – pp. 45-59. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.03.**

Другие публикации:

5. **Абдурахманов А.А. О сдвиге адгезионного слоя в композиционной пластине / А.А. Абдурахманов, В.В. Глаголев, А.А. Фурсаев // Вестник Тульского государственного университета. Серия: Дифференциальные уравнения и прикладные задачи. – 2017. – № 1. – С. 51–60.**
6. **Глаголев В.В. Подход к описанию деформирования композита с тонким адгезионным слоем / В.В. Глаголев, А.А. Фурсаев // Проблемы механики. – Ташкент: Изд-во "Фан" Академии наук Республики Узбекистан. – 2016. – №3. – С. 38–41.**
7. **Фурсаев А.А. Упругопластическое деформирование тел конечных размеров с трещиноподобным дефектом в плоском деформированном состоянии /**

А.А. Фурсаев // IX Региональная магистерская научная конференция: сборник тезисов докладов. – 2014. – Ч. 2. – С. 178–179.

8. Фурсаев А.А. Модель упругопластического деформирования тел конечных размеров с трещиноподобным дефектом при нормальном отрыве / А.А. Фурсаев // VIII Региональная молодежная научно-практическая конференция Тульского государственного университета «Молодежные инновации»: сборник докладов. – 2014. – Ч. 2. – С. 225-226.

9. Фурсаев А.А. Упругопластическое деформирование тел с трещиноподобным дефектом при нормальном отрыве / А.А. Фурсаев // Современные проблемы математики, механики, информатики: материалы региональной научной студенческой конференции. – 2014. – С. 99–101.