

На правах рукописи



ГЛАГОЛЕВ ЛЕОНИД ВАДИМОВИЧ

**МОДЕЛЬ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ
ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ С ТРЕЩИНОПОДОБНЫМ
ДЕФЕКТОМ**

Специальность 01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Тула 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Маркин Алексей Александрович

Официальные оппоненты: **Пеньков Виктор Борисович**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общей механики ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»

Козлов Владимир Анатольевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»**

Защита диссертации состоится «21» июня 2018 г. в 16-00 часов на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.191.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина 92. (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-999-191-02/glagolev-lv/>

Автореферат разослан «25» апреля 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Глаголев Вадим Вадимович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Определение состояния, предшествующего разрушению тел, поврежденных трещиной, связано с той или иной моделью дефекта твердого тела. В этом плане, любая модель, предсказывающая внешнюю критическую нагрузку, согласующуюся с экспериментом, может быть рассмотрена в качестве основы для расчета. При этом, основная проблема состоит в универсальности модели, позволяющей проводить расчеты для материалов с различными механическими свойствами и внешним воздействием. В настоящее время основной моделью трещины в твердом теле является математический разрез с сингулярным распределением поля напряжений в концевой зоне. Данная особенность сформировала такую механическую характеристику твердого тела, как вязкость разрушения. В случае хрупкого и квазихрупкого разрушения данная характеристика достаточно хорошо описывает наступление критического состояния. Прогнозирование трещиностойкости для небольших зон пластичности в вершине трещины основано на решении задачи линейной теории упругости, а необратимое деформирование в концевой области трещины «поглощается» предельным значением соответствующего коэффициента интенсивности напряжений. Однако, при выраженном упругопластическом деформировании расчет по линейно-упругой модели не является корректным, и необходимо построение альтернативных моделей с учетом физически нелинейных свойств деформируемого тела. В данных моделях необходимо обеспечить конечность напряженного состояния для удовлетворения критерия перехода из упругого состояния в упругопластическое.

Таким образом, разработка математической модели, позволяющей адекватно описывать зарождение и развитие пластической области в концевой области трещины при комбинированном нагружении тел конечных размеров, является актуальной.

Цель работы состоит в исследовании процесса зарождения и развития пластической области в вершине трещины в телах конечных размеров при произвольном внешнем воздействии.

Научная новизна.

На основе концепции слоя взаимодействия поставлены и решены новые задачи упругопластического деформирования тел конечных размеров с трещиноподобным дефектом.

По известным механическим характеристикам материала и решению упругопластической задачи деформирования образца с центральной и боковой трещиной найден введенный в модель линейный размер.

Определена схема нагружения компактного образца, в которой реализуется напряженное состояние близкое к трещине моды II.

Теоретическая ценность работы состоит в решении важной научной задачи нахождения напряженно-деформированного состояния в упругопластических телах конечных размеров с трещиной при произвольном внешнем воздействии.

Практическая ценность полученных результатов состоит в возможности их использования при расчете на прочность поврежденного упругопластического материала.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ №13-08-00134.

Достоверность и обоснованность результатов обеспечивается использованием фундаментальных положений механики деформируемого твердого тела, сравнением частных выводов с результатами других авторов, использованием апробированных методов решения получаемых уравнений.

На защиту выносятся:

- вариационная постановка задачи определения напряженно-деформированного состояния тела конечных размеров для упругопластического материала с линейным упрочнением, включающая структурный параметр;

- определение введенного в модель трещины линейного размера по известным механическим характеристикам материала и решению упругопластической задачи.

- численные результаты исследования процесса деформирования тела с трещиноподобным дефектом для различных видов внешней нагрузки и формы образца.

Апробация работы. Основные результаты по теме данной диссертации были доложены и обсуждены на регулярных научных семинарах кафедры «Математическое моделирование», «Вычислительной механики и математики» г. Тула, 2014-2018, региональных конференциях ТулГУ, г. Тула, 2013-2017.

Публикации и личный вклад автора. По теме диссертационного исследования автором опубликовано 12 печатных работ, 7 из которых в изданиях, рекомендованных ВАК и приравняемых к ним. Личный вклад соискателя в работы, приведенные в конце реферата, может быть охарактеризован следующим образом: работы [5,6,8-12] выполнены без соавторов; в работах [1-4,7] автору принадлежит выбор и реализация численных методов решения для поставленных задач, их алгоритмизация, совместный с соавторами анализ полученных результатов.

Структура и объем диссертации: диссертация состоит из введения, трёх разделов, заключения, списка литературы. Работа содержит 129 страниц машинописного текста, включая 57 рисунков, 10 таблиц и список литературы из 110 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** приводится краткий анализ работ исследователей по схожей тематике. В рамках классической модели трещины в виде математического разреза выделены работы Г.П. Черепанова, Н.Ф. Морозова, Е.М. Морозова, В.М. Ентова, Р.Л. Салганика, Ю.В. Петрова, М.В. Паукшто, В.З. Партона, В.Б. Пенькова, В.И. Астафьева, Ю.Н. Радаева, Л.И. Слепяна, Г.Б. Олсона, М. Каннинена, Дж. Н. Гудьера, Г.И. Баренблатта Р.В. Гольдштейна, И.М. Лавита, В. Budiansky, Y.L. Cui, L.R.F. Rose, B.N. Cox, D.V. Marshall, J.W. Hutchinson и других исследователей. Отмечено, что через коэффициент интенсивности напряжений сингулярного решения классической задачи о трещине, по существу, вводится дополнительный параметр, имеющий размерность длины. Квадрат отношения вязкости разрушения к величине, имеющей размерность напряжения, формирует линейный параметр. При этом физический смысл и величина линейного размера являются неопределяемыми, и в явном виде этот параметр не присутствует в постановках задач на трещиностойкость. Подчеркнуто, что влияние механизмов различных масштабных уровней, рассмотренных в работах В.Е. Панина, П.В. Трусова, микроструктуры материала при образовании трещин свидетельствуют о важной роли линейного размера в формировании новых материальных поверхностей. Введение линейного размера, как параметра усреднения сингулярных решений, рассмотрено в работах Г. Нейбера и В.В. Новожилова. На основе данного подхода при решении задач трещиностойкости отмечены результаты В.М. Корнева, В. Д. Кургузова. Выделено модельное представление Ф. Макклинтока, в котором траектория движения трещины рассматривается в виде материального слоя с характерной толщиной, в котором граничные перемещения полностью определяют его напряженное состояние.

В первом разделе приводится постановка задачи нагружения тела конечных размеров, ослабленного трещиноподобным дефектом, при произвольном нагружении внешней нагрузкой для случая упругопластического деформирования. На Рисунке 1 представлено тело с трещиной в виде физического разреза с толщиной δ_0 , где под номером 3 определена материальная область, лежащая на продолжении физического разреза; 1,2 - смежные с 3 области.

Предполагается, что на поверхность области 1 действует распределенная внешняя нагрузка P^1 , а на поверхность области 2 – распределенная нагрузка P^2 . Под воздействием нагрузок тело находится в равновесии. Процесс нагружения предполагаем квазистатическим и изотермическим.

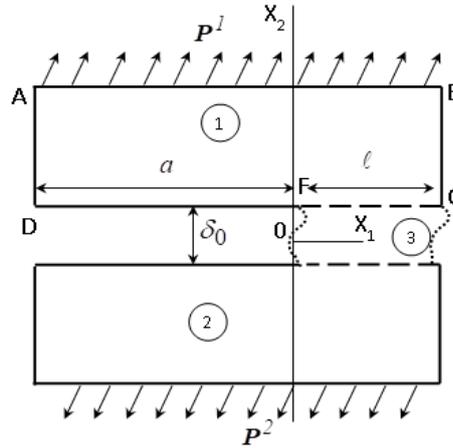


Рисунок 1 – Напряжение тела с боковой трещиной

Напряженное состояние слоя предлагается рассматривать на основе связи средних по толщине слоя напряжений и напряжений по границам слоя следующим образом:

$$\bar{\sigma}_{21}(x_1) = 0.5(\sigma_{21}^-(x_1) + \sigma_{21}^+(x_1)), \quad \bar{\sigma}_{22}(x_1) = 0.5(\sigma_{22}^-(x_1) + \sigma_{22}^+(x_1)),$$

$$\bar{\sigma}_{11}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-\delta_0/2}^{\delta_0/2} \sigma_{11}(x_1, x_2) dx_2, \quad \text{а средние перемещения и деформации}$$

определить через граничные перемещения слоя:

$$\bar{\varepsilon}_{22}(x_1) = \left(\frac{u_2^+(x_1) - u_2^-(x_1)}{\delta_0} \right), \quad \bar{\varepsilon}_{11}(x_1) = 0.5 \left(\frac{\partial u_1^+(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^-(x_1)}{\partial x_1} \right),$$

$$\bar{\varepsilon}_{21}(x_1) = 0.5 \left(\frac{u_1^+(x_1) - u_1^-(x_1)}{\delta_0} + 0.5 \left(\frac{\partial u_2^+(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^-(x_1)}{\partial x_1} \right) \right),$$

$$\bar{u}_1(x_1) = 0.5(u_1^+(x_1) + u_1^-(x_1)), \quad \bar{u}_2(x_1) = 0.5(u_2^+(x_1) + u_2^-(x_1)),$$

где \mathbf{u}^+ , \mathbf{u}^- - вектора перемещения верхней и нижней границы области 3.

Напряжения по границе области 3: σ_{21}^+ , σ_{21}^- , σ_{22}^+ , σ_{22}^- связаны со средними напряжениями условиями равновесия:

$$\delta_0 \frac{\partial \bar{\sigma}_{11}}{\partial x_1} = \sigma_{21}^- - \sigma_{21}^+, \quad \delta_0 \frac{\partial \bar{\sigma}_{21}}{\partial x_1} = \sigma_{22}^- - \sigma_{22}^+$$

при условии симметрии касательных напряжений.

Принимаем, что векторы напряжений на сопряженных границах слоя 3 равны и противоположны векторам напряжений сопряженных границ тела. Кроме того, постулируется жесткое сцепление между границами области 3 и областями 1, 2:

$$\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}(x_1, \delta_0/2); \quad \mathbf{u}^- = \mathbf{u}(x_1, -\delta_0/2); \quad x_1 \in [F, C].$$

Использование средних напряжений и деформаций позволяет избежать зависимости напряженно-деформированного состояния слоя от формы его торцевых поверхностей. Чтобы подчеркнуть данное обстоятельство на Рисунке 1 левая и правая границы слоя изображены волнистой пунктирной линией. В

рамках малых деформаций получено вариационное условие равновесия тел, соединенных посредством слоя взаимодействия:

для тела 1

$$\int_{S_1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} ds + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^+ dl + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{21} \delta u_1^+ dl + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^+ dl + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{21} \delta u_1^+ dl +$$

$$+ \delta_0 \left(\int_{\ell} 0.5 \bar{\sigma}_{11} \frac{\partial \delta u_1^+}{\partial x_1} dl + 0.5 \int_{\ell} \bar{\sigma}_{21} \frac{\partial \delta u_2^+}{\partial x_1} dl \right) = \int_{L_1} \mathbf{P}^1 \cdot \delta \mathbf{u} dl, \quad (1)$$

и тела 2

$$\int_{S_2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} ds - \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^- dl - \int_{\ell} \bar{\sigma}_{21} \delta u_1^- dl - \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^- dl - \int_{\ell} \bar{\sigma}_{21} \delta u_1^- dl +$$

$$+ \delta_0 \left(0.5 \int_{\ell} \bar{\sigma}_{11} \frac{\partial \delta u_1^-}{\partial x_1} dl + 0.5 \int_{\ell} \bar{\sigma}_{21} \frac{\partial \delta u_2^-}{\partial x_1} dl \right) = \int_{L_2} \mathbf{P}^2 \cdot \delta \mathbf{u} dl, \quad (2)$$

где ℓ - граница сопряжения слоя 3 со смежными телами 1 и 2; L_1 , L_2 - граница приложения внешней нагрузки для тела 1 и 2.

Для сопрягаемых тел непосредственно связываются поля деформаций и напряжений. В результате, система вариационных уравнений сводится к уравнениям относительно полей перемещений в сопрягаемых телах, в том числе и на границах контакта со слоем. В качестве параметра система вариационных уравнений в перемещениях содержит толщину слоя взаимодействия. Существенно, что данная система уравнений не является дискретной, так как поля перемещений в сопрягаемых телах полагаются непрерывными.

Поведение материала при активном нагружении определяется следующими физическими соотношениями деформационной теории пластичности:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = 2G_c \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (3)$$

$$p = 3K\theta. \quad (4)$$

где $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ - девиатор тензора напряжений; $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ - девиаторная составляющая тензора деформаций; $\theta = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$, K - модуль объемного сжатия; $p = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$.

Предполагается, что свойства материала характеризуются универсальной зависимостью $T = T(\gamma)$ - «единой кривой» в виде двухзвенной прямой, где γ - интенсивность деформации сдвига; G - сдвиговой модуль: $G = G_e$ при $T \leq T_p$, $G = G_p$ при $T > T_p$; T_p - предел текучести; T - интенсивность касательных напряжений; $G_c = T/\gamma$ - секущий модуль сдвига;

$$T = \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)} / \sqrt{6},$$

$$\gamma = 2 \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + 6(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2)} / \sqrt{6}.$$

Для материала слоя определяющие соотношения считаем справедливыми для средних по толщине слоя характеристик НДС:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = 2G_c \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (5)$$

$$\bar{p} = 3K\bar{\theta}. \quad (6)$$

Для получения приближенного решения задачи (1)-(6) применялся метод конечного элемента с квадратичной аппроксимацией полей перемещений в комбинации с методом «упругих решений» А.А. Ильюшина. Исследовалось влияние характерного размера конечного элемента на сходимость решения. Установлено, что если отношение грани конечного элемента к толщине слоя равно четырем и более, то имеет место численная сходимость. В силу отсутствия сингулярности напряжений в точках сопряжения слоя с телами, предлагаемый подход позволяет использовать известные локальные критерии разрушения. В частности, принималось энергетическое условие, в соответствии с которым разрушение δ -элемента происходит при достижении удельной (отнесенной к объему δ -элемента) свободной энергии ψ_k :

$$\psi_k = \sigma^2 / (2K) + \tau^2 / (4G_e),$$

где $\sigma = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) / 3$; $\tau^2 = \tilde{\sigma} \cdot \tilde{\sigma}$ - свертка девиаторных составляющих тензора напряжений. Кроме того, использовался критерий Ренкина, согласно которому разрушение δ -элемента происходит при достижении максимальным главным растягивающим напряжением критического значения: $\sigma^{\max} = \sigma_k$.

Во втором разделе рассматривается процесс деформирования тела конечных размеров, ослабленного боковым (см. Рисунок 1) и центральным физическим разрезом, показанным на Рисунке 2, под действием симметричной относительно плоскости разделения внешней нагрузки для плоского деформированного состояния (ПДС).

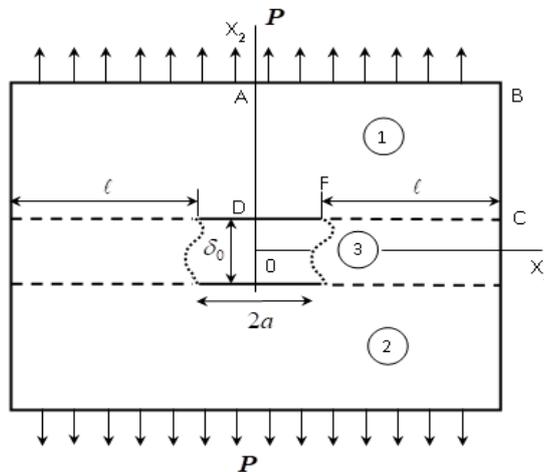


Рисунок 2 – Тело с центральной трещиной

Задача рассматривалась с учетом перехода материала в пластическое состояние. Критическое значение внешней нагрузки, соответствующее началу разрушения, определяется исходя из рассматриваемых локальных критериев. Если в результате эксперимента установлена критическая нагрузка, то, исходя из решения обратной задачи, предложена итерационная процедура определения параметра δ_0 . Пусть в образце определена критическая нагрузка P_{cr} . Из системы уравнений (1)-(6) с данным значением P_{cr} и некоторым δ_0^* находим

распределение напряженно-деформированного состояния (НДС) в теле и слое, подсчитываем удельную свободную энергию ψ в торцевом элементе слоя длиной δ_0^* . Сравниваем ψ с критическим значением ψ_k . Как показывает расчет, функция $\psi(\delta_0^*)$ является монотонно убывающей при неизменной внешней нагрузке. Определив два значения $\delta_0^{*1}, \delta_0^{*2}$ таких что: $\psi(\delta_0^{*1}) > \psi_k$, $\psi(\delta_0^{*2}) < \psi_k$, можно найти величину δ_0 методом половинного деления, для которой с заданной степенью точности выполняется равенство $\psi(\delta_0) = \psi_k$. В работе соответствующая точность полагалась 0.1%. Нахождение значения δ_0 по критерию Ренкина в торцевом элементе слоя рассматривалось аналогично.

Ввиду отсутствия прямых экспериментальных данных для определения критического значения нагрузки использовано ее представление через вязкость разрушения. Для материала, близкого по свойствам к сплаву Д16(Т) с механическими характеристиками: коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, модуль упругости $E = 7.2 \times 10^{10} \text{ Па}$, предел текучести $T_p = 3 \times 10^8 \text{ Па}$, предел прочности по напряжениям $\sigma_k = 4.2 \times 10^8 \text{ Па}$, предел прочности по деформациям $\varepsilon_b = 0.12$, вязкость разрушения при плоской деформации $K_{IC} = 3.5 \times 10^7 \text{ Па}\sqrt{\text{м}}$, проводились расчеты при следующих сочетаниях размеров образца с боковой трещиной: схема 1 $\ell_{AB} = 0.4 \text{ м}$, схема 2 $\ell_{AB} = 0.2 \text{ м}$, схема 3 $\ell_{AB} = 0.1 \text{ м}$, схема 4 $\ell_{AB} = 0.05 \text{ м}$, схема 5 $\ell_{AB} = 0.025 \text{ м}$. Полагалось $a = 0.01 \text{ м}$, $\ell_{AB} = \ell_{BC}$.

Нахождение состояния предразрушения в первом элементе рассматривалось исходя из средних характеристик НДС в пределах квадрата слоя со стороной δ_0 согласно формулам: $\hat{\sigma}_{ii} = \frac{I}{(x_1^k - x_1^i)} \int_{x_1^i}^{x_1^k} \bar{\sigma}_{ii} dx_1$,

$\hat{\varepsilon}_{ii} = \frac{I}{(x_1^k - x_1^i)} \int_{x_1^i}^{x_1^k} \bar{\varepsilon}_{ii} dx_1$, $i = 1, 2$ где $x_1^k = x_1^i + \delta_0$. Размер конечного элемента в

области предразрушения выбирался из отношения грани конечного элемента к толщине слоя равного четырем.

Используя предлагаемую процедуру нахождения параметра δ_0 для схемы 1, в предположении упругого поведения материала вплоть до разрушения, были получены следующие значения линейного параметра: $\delta_0 = 3.95 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ при выполнении критерия Ренкина и $\delta_0 = 3.05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ для энергетического критерия.

Для найденных толщин слоя в рамках соответствующего критерия разрушения для схем 2-5 определены критические нагрузки при упругом поведении материала. Обозначим критическую нагрузку при выполнении критерия Ренкина через P_e^1 , а при выполнении энергетического критерия - P_e^2 . Отношение вычисленных значений к нагрузке P_{cr} , определяемой по формуле квазихрупкого разрушения, поместим в Таблицу 1.

Таблица 1.

№ схемы	1	2	3	4	5
P_e^1/P_{cr}	1	1.012	1.025	1.005	0.985
P_e^2/P_{cr}	1	1	1.009	0.984	0.944

Для схемы 1, в предположении упругопластического поведения материала, были найдены следующие значения толщины слоя: $\delta_0 = 3.5 \cdot 10^{-3}$ м при выполнении критерия Ренкина и $\delta_0 = 2.32 \cdot 10^{-3}$ м для энергетического критерия. В Таблице 2 приведены относительные значения критических нагрузок при учете упругопластического поведения аналогичные Таблице 1.

Таблица 2.

№ схемы	1	2	3	4	5
P_e^1/P_{cr}	1	1.005	1.022	1.005	0.948
P_e^2/P_{cr}	1	0.985	1.015	1.004	0.927

Для найденных толщин слоя также были выполнены расчеты для тел с центральной трещиной согласно схеме, показанной на Рисунке 2. Для проведения расчетов брались следующие сочетания размеров образца: схема 1 $l_{AB} = 0.4$ м, $a = 0.04$, схема 2 $l_{AB} = 0.2$ м, $a = 0.02$ м, схема 3 $l_{AB} = 0.1$ м, $a = 0.01$ м, схема 4 $l_{AB} = 0.05$ м, $a = 0.005$ м, схема 5 $l_{AB} = 0.025$ м, $a = 0.0025$ м. При проведении расчетов полагалось $l_{AB} = l_{BC}$. В Таблице 3 приведены результаты упругого расчета, а в Таблице 4 – упругопластического.

Таблица 3.

№ схемы	1	2	3	4	5
P_e^1/P_{cr}	1.039	1.015	0.943	0.854	0.734
P_e^2/P_{cr}	1	0.973	0.922	0.984	0.843

Таблица 4.

№ схемы	1	2	3	4	5
P_e^1/P_{cr}	1.039	1.038	1.029	1.081	0.822
P_e^2/P_{cr}	1.029	1.059	1.207	1.117	0.841

Проведено исследование эволюции пластических зон в процессе нагружения поврежденных тел. Из результатов расчетов следует, что распределение зон пластичности в состоянии предразрушения является практически универсальным, а их размер мал по сравнению с длиной трещины. Данный результат подтверждает гипотезу квазихрупкого разрушения для ПДС.

В третьем разделе рассмотрена задача определения критической нагрузки при плоском напряженном состоянии (ПНС) тел малой толщины,

нагружаемых по тем же схемам и с теми же размерами в плане, что и в условиях ПДС. В Таблице 5 представлены результаты расчетов упругопластической задачи в рамках критерия Ренкина и энергетического критерия при достижении на первом элементе слоя размером $\delta_0 \times \delta_0$ предела прочности для образца с боковой трещиной. В Таблице 5 критическая нагрузка P^1 определялась из решения задачи при ПДС, а значение P^2 - из решения задачи при ПНС. Вторая строка таблицы соответствует расчету по критерию Ренкина для толщины слоя равной $\delta_0 = 3.5 \cdot 10^{-3}$ м., а третья строка – энергетическому критерию для толщины слоя равной $\delta_0 = 2.32 \times 10^{-3}$ м.

Таблица 5.

№ схемы	1	2	3	4	5
P^2/P^1	1.72	1.69	1.63	1.54	1.36
P^2/P^1	1.70	1.70	1.62	1.54	1.36

Аналогичные расчеты для центральной трещины помещены в Таблицу 6.

Таблица 6.

№ схемы	1	2	3	4	5
P^2/P^1	2.35	1.9	1.41	0.98	0.96
P^2/P^1	2.25	1.81	1.19	0.94	0.93

Результаты анализа Таблицы 5 и Таблицы 6 показывают, что критические нагрузки, определенные по критерию Ренкина и энергетическому критерию, практически эквивалентны.

В предположении, что линейный параметр δ_0 является универсальной характеристикой материала была использована вариационная постановка (1) - (6) для описания сдвигового характера воздействия на образцы конечных размеров. Одной из задач исследования являлось нахождение схемы нагружения компактного образца, для которой в слое взаимодействия реализуется состояние близкое к поперечному сдвигу или трещины моды II. Были рассмотрены схемы сдвигового характера нагружения поврежденных образцов на предмет соответствия распределения напряжений трещине типа моды II.

На Рисунке 3 и Рисунке 4 представлены образцы прямоугольной формы с боковыми трещиноподобными дефектами, моделируемыми физическим разрезом толщиной δ_0 и длиной a . Образующие образцы тела с равными высотами h связаны слоем взаимодействия. По левому торцу тела 1 приложена постоянная распределенная растягивающая нагрузка интенсивностью P .

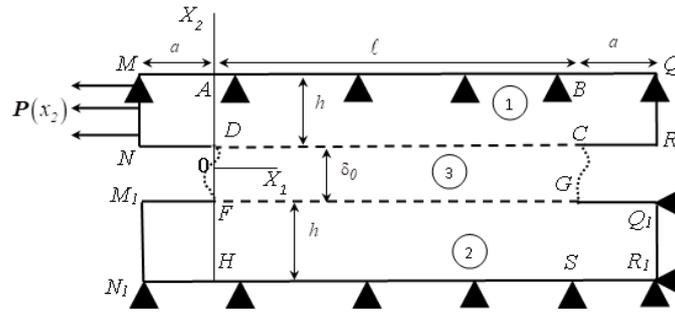


Рисунок 3 – Схема сдвигового нагружения 1

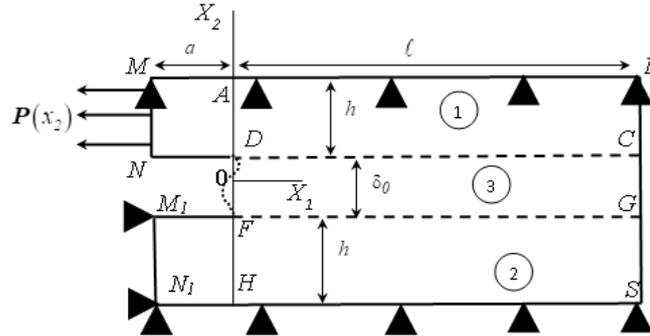


Рисунок 4 – Схема сдвигового нагружения 2

Правый торец тела 2 для схемы на Рисунке 3 и левый торец тела 2 на Рисунке 4 закреплены от горизонтальных перемещений по всей поверхности. Верхняя граница тела 1 и нижняя граница тела 2 закреплены от вертикальных перемещений, а горизонтальная компонента вектора напряжений на этих границах равна нулю. Соответствующие схемы нагружения приводят к реализации в слое взаимодействия сдвиговых деформаций. Предметом исследования напряженно-деформированного состояния рассматриваемых образцов является близость той или иной схемы к реализации в слое чистого сдвига относительно средних компонент тензора напряжений. Рассмотрено определение критических состояний в упругой и упругопластической постановках.

В рамках мембранного приближения при упругом деформировании для рассматриваемых схем было получено аналитическое решение в слое и телах 1 и 2 для схемы 1:

$$u_1^- = 0.5(bx_1 + H_1 - C_1e^{cx_1} - C_2e^{-cx_1}), u_1^+ = 0.5(bx_1 + H_1 + C_1e^{cx_1} + C_2e^{-cx_1}),$$

$$\sigma_{11}^{(1)} = 0.5D(b + c(C_1e^{cx_1} - C_2e^{-cx_1})), \sigma_{11}^{(2)} = 0.5D(b - c(C_1e^{cx_1} - C_2e^{-cx_1})),$$

$$\bar{\sigma}_{21} = B(C_1e^{cx_1} + C_2e^{-cx_1}), \bar{\sigma}_{11} = 0.5Db,$$

где u_1^-, u_1^+ - граничные перемещения слоя; $\bar{\sigma}_{21}, \bar{\sigma}_{11}$ - средние напряжения в

слое; $\sigma_{11}^{(1)}, \sigma_{11}^{(2)}$ - напряжения в сопрягаемых телах; $c = \sqrt{\frac{2B}{Dh}}$; $b = \frac{hP}{Dh + \delta_0 E/2}$;

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad B = \frac{0.5E}{\delta_0}; \quad E - \text{модуль упругости; } \nu - \text{коэффициент}$$

$$\text{Пуассона; } C_1 = -\left(\frac{\delta_0}{2h} + 1\right) \frac{b}{c} \left(\frac{1+e^{-c\ell}}{1-e^{-2c\ell}}\right) e^{-c\ell}; \quad C_2 = -\left(\frac{\delta_0}{2h} + 1\right) \frac{b}{c} \frac{(1+e^{-c\ell})}{(1-e^{-2c\ell})};$$

$$H_1 = C_1 e^{c\ell} + C_2 e^{-c\ell} - b\ell - a \left(b \left(1 + \frac{\delta_0}{2h} \right) - c (C_1 e^{c\ell} - C_2 e^{-c\ell}) \right);$$

и схемы 2:

$$u_1^- = 0.5(H_2 - C_1 e^{cx_1} - C_2 e^{-cx_1}), \quad u_1^+ = 0.5(H_2 + C_1 e^{cx_1} + C_2 e^{-cx_1}),$$

$$\sigma_{11}^{(1)} = 0.5Dc(C_1 e^{cx_1} - C_2 e^{-cx_1}), \quad \sigma_{11}^{(2)} = -0.5Dc(C_1 e^{cx_1} - C_2 e^{-cx_1}),$$

$$\bar{\sigma}_{11} = 0; \quad \bar{\sigma}_{21} = B(C_1 e^{cx_1} + C_2 e^{-cx_1})$$

$$\text{где } C_1 = -\frac{2Pe^{-2c\ell}}{Dc(1-e^{-2c\ell})}; \quad C_2 = -\frac{2P}{Dc(1-e^{-2c\ell})}; \quad H_2 = -\frac{2P}{Dc} \left(\frac{1+e^{-2c\ell}}{1-e^{-2c\ell}} + ca \right).$$

Было рассмотрено сравнение решения двумерных задач, полученных методом конечного элемента, с приведенными аналитическими зависимостями. За исключением краевого эффекта, упрощенные решения показали хорошее соответствие численному решению.

Из анализа решений в слое взаимодействия для рассмотренных вариантов нагружения получено, что схема 2 более близка к реализации в слое чистого сдвига по сравнению со схемой 1, т.к. в схеме 2 среднее растягивающее напряжение равно нулю.

Рассмотрено решение упругопластической задачи нахождения критической нагрузки в схемах 1 и 2 для длины трещины равной $a = 20\delta_0$ в сплаве Д16(Т). Для схемы 1 критическая внешняя нагрузка составила $P_{kr} = 103$ МПа. На Рисунке 5 черным цветом выделена область пластического деформирования в состоянии предразрушения, а серым цветом показаны элементы, где выполняется критерий Ренкина.

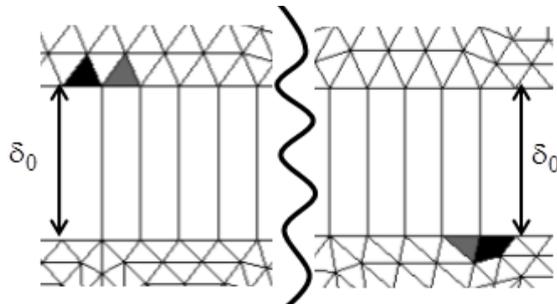


Рисунок 5 – Зоны пластичности и разрушения в упругопластическом решении задачи для схемы 1

Примечательно, что разрушающиеся элементы находятся в упругом состоянии и располагаются не в слое взаимодействия. Интенсивность касательных напряжений в верхнем элементе составляет $T=125$ МПа, а в нижнем - $T=110$ МПа при пределе текучести $T=173$ МПа. Гидростатическая составляющая тензора напряжений в верхнем элементе принимает значение $\sigma=262$ МПа, а в нижнем $\sigma=298$ МПа.

Области пластичности, как и области разрушения, при данном нагружении асимметричны относительно слоя взаимодействия. Интенсивность касательных напряжений в верхнем элементе, находящемся в состоянии пластичности, составляет $T=177$ МПа, а в нижнем - $T=178$ МПа. Гидростатическая составляющая тензора напряжений в верхнем элементе принимает значение $\sigma=246$ МПа, а в нижнем $\sigma=213$ МПа. Таким образом, разрушение по хрупкому сценарию при данной схеме нагружения реализуется за счет развития гидростатического напряжения.

Для схемы 2 критическая внешняя нагрузка составила $P_{kr}=76$ МПа. На Рисунке 6 черным цветом выделена область пластического деформирования, а серым цветом показан элемент в состоянии разрушения. Области пластичности в данной схеме, которая близка к нагружению трещины по моде II, симметричны относительно слоя взаимодействия. Однако, элемент, находящийся в состоянии разрушения, деформируется упруго и располагается над слоем. Интенсивность касательных напряжений в верхнем элементе, находящемся в состоянии разрушения, составляет $T=141$ МПа, а его гидростатическая составляющая тензора напряжений значение $\sigma=267$ МПа. Интенсивность касательных напряжений в верхнем элементе, находящемся в состоянии пластичности, составляет $T=176$ МПа, а в нижнем - $T=176$ МПа. Гидростатическая составляющая тензора напряжений в верхнем элементе принимает значение $\sigma=223$ МПа, а в нижнем $\sigma=-225$ МПа. Разница в знаках гидростатической составляющей тензора напряжения определяет развитие разрушения в теле 1, граничащим со слоем. При закреплении от горизонтальных перемещений участка MN (см. Рисунок 4) и приложения нагрузки к поверхности M_1N_1 область разрушения переместится под слой.

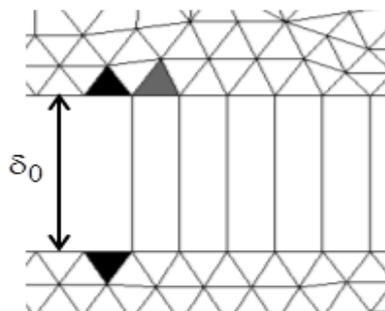


Рисунок 6 – Зоны пластичности и разрушения в упругопластическом решении задачи для схемы 2

Из данного результата следует вывод, что разрушение по моде II в упругопластическом материале проходит по упругому сценарию, и область разрушения располагается сбоку от мысленного продолжения трещиноподобного дефекта в твердом теле.

Результаты и выводы.

- 1) Дана вариационная постановка задачи деформирования, поврежденного трещиноподобным дефектом упругопластического тела при произвольном его нагружении, на основе введения в модель линейного параметра.
- 2) Предложен итерационный алгоритм определения параметра δ_0 как физической постоянной материала, основанный на решении обратной упругопластической задачи, когда для данной схемы нагружения известна критическая нагрузка.
- 3) На основе определения критических нагрузок для упругопластических образцов с боковой и центральной трещиной при постоянном значении параметра δ_0 показано, что введенный линейный параметр может быть принят в качестве характеристики материала.
- 4) Определена схема нагружения образца конечных размеров, для которой реализуется состояние близкое к напряженному состоянию трещины по моде II в рассмотренном модельном представлении.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

Статьи в журналах, входящих в список ВАК:

1. **Глаголев В.В. Вариант описания напряженно-деформированного состояния плоскости с полубесконечной трещиной на основе концепции слоя взаимодействия при нормальном отрыве / В.В. Глаголев, Л.В. Глаголев, А.А. Маркин // Известия Саратовского государственного университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2010. – Вып.2.– С.50-58.**
2. **Глаголев В.В. Модель развития тонкой пластической зоны в окрестности трещины при произвольном нагружении ее берегов / В.В. Глаголев, Л.В. Глаголев, М.В. Девятова, А.А. Маркин // Известия Тульского государственного университета. Серия: Естественные науки. – 2011. – Вып.2. – С.128-141.**
3. **Глаголев В.В. Определение параметра структуры в одном модельном представлении трещины / В.В. Глаголев, Л.В. Глаголев, А.А. Маркин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета. Серия: Механика предельного состояния. – 2013. – №3(17) – С. 80-88.**
4. **Глаголев В.В. Продольный сдвиг в рамках дискретного подхода к разрушению / В.В. Глаголев, Л.В. Глаголев, Н.Д. Кунашов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета. Серия: Механика предельного состояния. – 2012. – №4(14) – С. 17-25.**
5. **Глаголев Л.В. Вариант нахождения напряженного состояния упругой плоскости, ослабленной физическим разрезом, с парой сил / Л.В. Глаголев // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. Ч.1. – 2012. – Вып.1. – С.58-64.**

6. Глаголев Л.В. Вариант определения напряженно-деформированного состояния упругого тела конечных размеров с трещиной / Л.В. Глаголев // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. – 2014. – Вып.2. – С.122-131.

В изданиях, индексируемых в WoS и Scopus

7. Glagolev V.V. Stress-Strain State of Elastoplastic Bodies with Crack / V.V. Glagolev, L.V. Glagolev, A.A. Markin // Acta Mechanica Solida Sinica. – Vol. 28 – No. 4 – 2015. – P. 375-383.

Другие публикации:

8. Глаголев Л.В. Вариант исследования трещины поперечного сдвига // Молодежные инновации: сборник докладов VII региональной молодежной научно-практической конференции Тульского государственного университета, ч.2 (Тула, 2013 год) – Тула: Изд-во ТулГУ. – 2013. – С.158.
9. Глаголев Л.В. Модель нахождения напряженно-деформированного состояния тела конечных размеров с трещиноподобным дефектом // Молодежные инновации: сборник докладов VIII региональной молодежной научно-практической конференции Тульского государственного университета, ч.2 (Тула, 2014 год) – Тула: Изд-во ТулГУ. – 2014. – С.181-182.
10. Глаголев Л.В. Применение метода конечных элементов для определения НДС упругих тел с трещиной // IX Региональная магистерская научно-техническая конференция (Тула, 21-28 апреля 2014 года): доклады статей, ч.2. – Тула: Изд-во ТулГУ. – 2014. С.125-126.
11. Глаголев Л.В. Вариант определения линейного параметра в модели трещиноподобного дефекта // Современные проблемы математики, механики, информатики: материалы Региональной научной студенческой конференции (Тула, 2017 год) – Тула: ТулГУ. – 2017, стр. 61-67.
12. Глаголев Л.В. Моделирование трещиностойкости упругопластических материалов на основе структурного параметра/ Л.В. Глаголев // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2017. – Вып.5. – С.59-67.