

На правах рукописи



Афанасьева Елена Андреевна

**Стохастические модели прогнозирования
индивидуальных деформационных характеристик
элементов конструкций с неупругими свойствами
материала**

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Самарский государственный технический университет» (ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

Научный руководитель:

Радченко Владимир Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика», федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный технический университет», г. Самара

Официальные оппоненты:

Минаева Надежда Витальевна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры механики и компьютерного моделирования, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет», г. Воронеж

Келлер Илья Эрнстович, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией нелинейной механики деформируемого твердого тела, «Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук» (ИМСС УрО РАН) — филиал ФГБУН Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН, г. Пермь

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина», г. Екатеринбург

Защита состоится «14» января 2025 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.417.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», по адресу: 300012, г. Тула, проспект Ленина, д. 92 (12–105).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» и на сайте: <https://tulsu.ru/science/dissertation/diss-24-2-417-02/afanaseva-ea-24-2-417-02>.

Автореферат разослан «13» ноября 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Соколова Марина Юрьевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Задача разработки методов индивидуального прогнозирования деформационных характеристик конкретного конструктивного элемента порождается проблемой оценки его индивидуального ресурса с использованием параметрических деформационных и катастрофических критериев отказа. При наличии естественного разброса экспериментальных данных повышение разрешающей способности детерминированных теорий совершенно не оправдано, так как получаемые результаты характеризуют поведение некоторой «осредненной» конструкции по парку однотипных изделий. Очевидно, что такая информация мало что даёт для прогнозирования индивидуального поведения конструкции или механических систем. Поэтому необходима разработка корректно построенных стохастических уравнений состояния и методов индивидуальной параметризации математических моделей применительно к конкретной конструкции на начальном этапе ее эксплуатации с возможностью дальнейшего прогнозирования деформационного поведения этой конструкции уже на основе индивидуализированной модели, прогнозировать деформационное поведение конкретного изделия и оценивать его индивидуальный ресурс (так называемая схема эксплуатации по техническому состоянию), а не ресурс по всему парку однотипных изделий (схема назначенного ресурса), который в подавляющем большинстве случаев существенно ниже, чем ресурс конкретного изделия.

Отдельными математическими задачами являются разработка стохастических моделей материалов и элементов конструкций в условиях неупругого деформирования и методов структурной и параметрической идентификации этих моделей с использованием для оценок параметров всего массива экспериментальных данных, что позволяет математически строго оценить адекватность оценок, их устойчивость к помехам, несмещенность и другие вероятностные характеристики, поскольку в подавляющем большинстве модели неупругого деформирования, во-первых, являются детерминированными, во-вторых, для идентификации параметров моделей используется дискретный набор небольшого объема эвристически выбранных характерных опытных значений базового эксперимента.

Вышеизложенное и подтверждает актуальность тематики диссертационного исследования.

Объект научного исследования. Деформационные процессы в элементах конструкций и механических системах со стохастическими неупругими свойствами материала.

Предмет научного исследования. Методы построения математических моделей, алгоритмы и программное обеспечение для решения задач прогнозирования индивидуальных деформационных и прочностных характеристик конкретных конструктивных элементов.

Целью диссертационной работы является разработка новых методов построения стохастических индивидуальных математических моделей, позволяющих прогнозировать неупругое деформационное поведение и характеристики длительной прочности конкретного конструктивного элемента, алгоритмов и программного обеспечения для реализации математических моделей.

Для достижения цели в диссертационной работе поставлены и решены задачи:
1. Разработать стохастическую математическую модель, позволяющую прогнозировать индивидуальные деформационные характеристики элементов конструкций с неупругими свойствами материала.

2. Разработать численный метод параметрической и структурной идентификации стохастической математической модели неупругого деформирования на основе нелинейного регрессионного анализа определения оценок случайных параметров.
3. Разработать метод индивидуального прогнозирования деформационных характеристик обобщенного перемещения элементов конструкций по изделию-лидеру в стохастической постановке на стадиях упрочнения, стационарного и ускоренного накопления необратимых повреждений.
4. Исследовать эффективность разработанных методов индивидуального прогнозирования на временные интервалы в сравнении с базовым временем, на котором выполняется структурная и параметрическая идентификация моделей, и выполнить проверку адекватности построенных моделей экспериментальным данным.
5. Разработать новое программное обеспечение для реализации разработанных моделей и методов.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Разработана стохастическая математическая модель, позволяющая, в отличие от существующих моделей, прогнозировать индивидуальные деформационные характеристики элементов конструкций с неупругими свойствами материала при однопараметрическом нагружении, общность которых проиллюстрирована на примере анализа кинетики деформационных характеристик ряда конструктивных элементов в условиях ползучести и износа при трении.
2. Разработан новый численный метод параметрической и структурной идентификации физически и стохастически нелинейной математической модели неупругого деформирования элементов конструкций, позволяющий, в отличие от имеющихся эвристических методов, математически обоснованно свести задачу к нелинейному регрессионному анализу определения оценок случайных параметров модели на основе временных рядов последовательности результатов наблюдения неупругой деформации при различных постоянных внешних нагрузках.
3. Разработаны методы индивидуального прогнозирования деформационных характеристик обобщенного перемещения элементов конструкций по изделию-лидеру и на основании стохастических уравнений состояния при наличии первой, второй и ускоренной стадий накопления поврежденности в конструктивном элементе, позволяющие осуществлять прогнозирование на два–четыре временных интервала по отношению к базовому времени идентификации случайных параметров моделей.
4. Выполнена проверка адекватности данных расчета по всем разработанным методам и моделям индивидуального прогнозирования обобщенных перемещений элементов конструкций экспериментальным данным в условиях ползучести и износа при трении.
5. Разработано новое математическое программное обеспечение для реализации предложенных моделей и методов.

Теоретическая значимость заключается в разработке стохастических моделей и новых методов прогнозирования индивидуальных деформационных характеристик и длительной прочности элементов конструкций с неупругими свойствами материалов, использование которых в механике, энергомашиностроении, трибологии и других научных областях, а также в математической теории надежности, позволяет научно-обоснованно оценивать индивидуальный ресурс конкретного конструктивного элемента и в совокупности повысить длительность эксплуатации по всему парку однотипных изделий, оптимальным образом планировать трудоемкие и затратные экспериментальные исследования при длительных режимах нагружения.

Практическая значимость. Разработанные модели, методы и полученные результаты могут быть использованы для прогнозирования индивидуального ресурса элементов машин и конструкций в условиях разброса механических свойств неупругих деформаций при эксплуатации объектов по техническому состоянию по деформационным параметрическим и катастрофическим критериям отказов в энергетическом машиностроении, авиадвигателестроении, авиационной промышленности и других отраслях, а также для прогнозирования разрушения механических деталей в условиях ползучести без дополнительных теоретических исследований. Разработанное проблемно-ориентированное программное обеспечение может быть использовано при автоматизированной обработке экспериментальной информации.

Соответствие паспорту научной специальности. Исследование соответствует основным направлениям исследований специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Положения, выносимые на защиту:

- 1) стохастическая математическая модель прогнозирования индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций с неупругими свойствами материала;
- 2) численный метод параметрической и структурной идентификации физически и стохастически нелинейной математической модели неупругого деформирования элементов конструкций;
- 3) методы индивидуального прогнозирования деформационных характеристик обобщенного перемещения элементов конструкций по изделию-лидеру и на основании стохастических уравнений состояния при наличии первой, второй и ускоренной стадий накопления поврежденности в конструктивном элементе;
- 4) новые теоретические и экспериментальные результаты исследования эффективности разработанных методов индивидуального прогнозирования на временные интервалы в сравнении с базовым временем, на котором выполнялась структурная и параметрическая идентификация моделей;
- 5) проблемно-ориентированное программное обеспечение для численной реализации разработанных методов.

Степень достоверности и обоснованности выносимых на защиту положений, выводов и рекомендаций подтверждается адекватностью модельных представлений реальному физико-механическому поведению элементов конструкций в условиях длительного неупругого деформирования; корректностью использования математического аппарата теории вероятностей, математической статистики, регрессионного анализа, вычислительной математики, дифференциальных уравнений, механики деформируемого твердого тела; сравнением результатов расчетов с известными экспериментальными данными и данными других авторов из независимых источников.

Основные результаты диссертации представлены на следующих конференциях: VII Международная научно-практическая конференция (школа – семинар) молодых ученых «Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук», г. Тольятти, 2021 г.; Всероссийская научная конференция (с международным участием) «Математика и математическое моделирование», г. Самара, 2021 г.; XVI Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций», г. Екатеринбург, 2022 г.; Международная научно-технической конференция имени Н. Д. Кузнецова «Перспективы развития двигателестроения», г. Самара, 2023 г.; IV Международная научная кон-

ференция «Современные проблемы прикладной математики, информатики и механики», г. Нальчик, 2023 г.; Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов–2024», г. Москва, 2024 г.; Всероссийская конференция «Математические проблемы механики сплошных сред», посвященная 105-летию со дня рождения академика Л. В. Овсянникова, г. Новосибирск, 2024 г.; Летние чтения «Неклассические дифференциальные уравнения и математическое моделирование», г. Самара, 2024 г.; XII Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи», г. Самара, 2024 г. Полностью результаты работы докладывались на научном семинаре кафедры «Прикладная математика и информатика» Самарского государственного технического университета (руководитель профессор Радченко В. П., 2023-2024 гг.).

Работа выполнялась при частичной финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания Самарского государственного технического университета (тема № FSSE-2023-0003).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 13 печатных работах, из них 4 статьи в журналах из перечня ВАК, индексируемых в Web of Science и Scopus, 1 статья в журнале, индексируемом в Scopus, 6 статей в сборниках трудов конференций и 2 тезисов докладов. Получены 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Благодарности. Автор выражает благодарность научному руководителю доктору физико-математических наук В. П. Радченко за постановки задач и внимание к работе, доктору технических наук В. Е. Зотееву и кандидату физико-математических наук М. Н. Саушкину за консультации и поддержку работы.

Внедрение. Результаты диссертационной работы частично внедрены в учебный процесс Самарского государственного технического университета в лекционные курсы для студентов направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» по дисциплине «Прикладной регрессионный анализ», для магистрантов направления 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» по дисциплинам «Современные методы параметрической идентификации на основе разностных уравнений», «Непрерывные и дискретные математические модели», «Нелинейное моделирование материалов и механических систем» и аспирантов направления 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» по дисциплине «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а также в расчетную практику профильных отделов ПАО «ОДК-Кузнецов» (г. Самара).

Личный вклад автора. Работы [6–9, 12] выполнены автором самостоятельно. Постановка задач, разработка алгоритмов и методов, программная реализация, подготовка, анализ и систематизация результатов к публикации работ [1–5, 10, 11, 13–15] выполнены совместно с соавторами.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографии и четырех приложений. Общий объем диссертации составляет 189 страниц, включая 18 таблиц, 63 рисунка и 4 приложения. Список литературы включает 131 наименование на 17 страницах.

Основное содержание

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Глава 1. Аналитический обзор и постановка задач исследования

В пункте 1.1 приведён обзор литературных источников, посвященных существующим методам прогнозирования кинетики процессов и функционирования конструкций на основе работ В. В. Болотина, К. В. Фролова, И. С. Реброва, В. М. Бондаренко, М. Н. Серазутдинова, В. П. Радченко, М. Н. Саушкина, Д. Г. Громаковского, Н. Н. Попова, Н. А. Катанаха, В.Е. Зотеева, G. A. F. Seber, A. J. Lee, В. А. Грановского, А. С. Гусева, С. А. Стародубцевой и других ученых. Показано, что проблема построения прогнозов тех или иных процессов является актуальной не только для технических объектов, но и для медико-биологических объектов, процессов в геомеханике и метеорологии и многих других.

В пункте 1.2 выполнен анализ методов прогнозирования неупругой деформации и длительной прочности в условиях ползучести на основе работ А. М. Локощенко, Л. М. Качанова, О. В. Соснина, В. Д. Локтионова, А. Ф. Никитенко, Ю. Н. Работнова, И. И. Гольденבלата, В. П. Радченко, Ю. А. Еремина, Г. Ф. Лепина, Ю. П. Самарина, А. А. Поздеева, В. Ю. Бунятова, F. A. Cozzarelli, W. N. Huang, H. Broberg и др. Изложены различные методики статистических методов прогнозирования реологического деформирования.

В пункте 1.3 изложены методы прогнозирования деформационных характеристик элементов конструкций в условиях реологического деформирования материала. Выделен подход, который позволяет сформулировать «одномерные» стохастические уравнения для элементов конструкций в координатах, например, «обобщенное перемещение — время» при заданных законах для обобщенных нагрузок в условиях ползучести (при однопараметрическом нагружении), аналогичные по структуре одноосной модели материала. Использование и развитие данного подхода развивалось в работах Ю. П. Самарина, F. A. Leckie, R. Sim, R. Penny, A. Mackenzie, Ю. А. Еремина, Е. Е. Елисеевой, Я. М. Клебанова и других. На основе аналитического обзора сформулированы основные задачи диссертационной работы.

Глава 2. Численный метод структурной и параметрической идентификации математической модели неполной обратимости деформации ползучести

Пункт 2.1 В силу аналогии зависимостей кинетики накопления дефектов в математической теории надежности и развития деформации ползучести во времени образца при постоянном напряжении изложение общей теоретической части выполнено на примере использования модели ползучести. Поэтому метод структурной и параметрической идентификации математической модели при наличии первой и второй стадий ползучести изложен в соответствии с одноосной теорией неполной обратимости деформации ползучести, имеющей вид:

$$p(t) = u(t) + v(t) + w(t),$$

$$\begin{cases} u(t) = \sum_{i=1}^s u_i(t), \\ \dot{u}_i(t) = \alpha_i [\beta b_i \varphi_i(\sigma(t)/\sigma_*) - u_i(t)], \\ v(t) = \sum_{i=1}^s v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = \begin{cases} \alpha_i [(1 - \beta) b_i \varphi_i(\sigma(t)/\sigma_*) - v_i(\sigma(t)/\sigma_*)], \\ (1 - \beta) b_i \varphi_i(\sigma(t)/\sigma_*) > v_i(t), \\ 0, (1 - \beta) b_i \varphi_i(\sigma(t)/\sigma_*) \leq v_i(t); \end{cases} \\ \dot{w}(t) = f(\sigma(t)/\sigma_*), \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma(t) \geq 0$ — напряжение, $p(t)$ — деформации ползучести; $u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ —

вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая компоненты $p(t)$ соответственно; $u_i(t)$, $v_i(t)$ — компоненты вязкоупругой и вязкопластической компонент соответственно; σ_* , α_i , b_i , $\beta \in [0, 1]$ — параметры модели; $\varphi_i \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)$ и $f \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)$ — функции от безразмерных напряжений.

Начальные условия для системы дифференциальных уравнений (1) имеют вид:

$$u(0) = v(0) = w(0) = 0.$$

Отметим, что в общем случае для элементов конструкций сложной формы уравнения (1) обобщаются следующим образом: деформация ползучести и ее компоненты заменяются на обобщенные перемещения, а напряжение — на обобщенную нагрузку, физический (предметный) смысл которых зависит от рассматриваемой задачи.

Аналитическое решение системы (1) при $\sigma(t) = \text{const}$ имеет вид:

$$p(t) = \sum_{i=1}^s a_i [1 - \exp(-\alpha_i t)] + ct, \quad (2)$$

где $a_i = b_i \varphi_i \left(\frac{\sigma^j}{\sigma_*} \right)$, $c = f \left(\frac{\sigma^j}{\sigma_*} \right)$.

В разработанном численном методе задача параметрической идентификации решается на основе нелинейной регрессионной зависимости

$$y_k = \sum_{i=1}^s a_i (1 - \exp(-\alpha_i t_k)) + ct_k + \varepsilon_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1,$$

основанной на функциональной зависимости (2).

Среднеквадратичные оценки находятся из условия минимизации $\|y - \hat{y}\|^2 = \|e\|^2 \rightarrow \min$, где $\hat{y}_k = \sum_{i=1}^s \hat{a}_i (1 - \exp(-\hat{\alpha}_i t_k)) + \hat{c}t_k$, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

Алгоритм численного метода состоит из следующих этапов:

1) формирование выборки результатов эксперимента;
 2) построение линейной аппроксимации второй стадии ползучести в виде $\hat{y}_{lk} = \hat{A} + \hat{c}t_k$. Момент t_k , начиная с которого экспоненциальные составляющие принимают асимптотические значения, находится из условия $\frac{\Delta y'_k}{\max |y'_k|} \approx \approx \frac{y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2}}{y_1} < 0.001$, $k = \overline{2, N-1}$. Оценки параметров находятся из усло-

вия минимизации $\|y - \hat{y}_l\|^2 = \sum_{k=n_1}^{N-1} (y_k - \hat{y}_{lk})^2 = \sum_{k=n_1}^{N-1} (y_k - \hat{A} - \hat{c}t_k)^2 \rightarrow \min$;

3) находятся оценки параметров первой экспоненциальной составляющей $f_k = -a_1 \exp[-\alpha_1 \tau(k-1)]$, $k = 1, 2, \dots, N$, из условия минимизации $\|\hat{\varepsilon}\|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} [y_k^{(1)} + \hat{a}_1 \exp(-\hat{\alpha}_1 \tau k)]^2 \rightarrow \min$ и осуществляется построение регрессионной модели в форме разностных уравнений, которая может быть описана в матричной форме

$$z = F\lambda + \eta,$$

где $z = (z_0, z_1, \dots, z_{N-1})^T$, $\eta = (\varepsilon_0, \varepsilon_1 - \lambda_1 \varepsilon_0, \varepsilon_2 - \lambda_1 \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{N-1} - \lambda_1 \varepsilon_{N-2})^T$,
 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)^T$ — параметры регрессионной модели, $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_0 & z_1 & \dots & z_{N-2} \end{bmatrix}^T$;

4) итерационная процедура уточнения параметров регрессионной модели, начальные оценки имеют вид $\hat{\lambda}_1^{(0)} = \sum_{k=1}^{N-1} z_k z_{k-1} / \sum_{k=1}^{N-1} z_{k-1}^2$, $\hat{\lambda}_2^{(0)} = z_0$ и определяются из условия $\|\hat{\eta}\|^2 = \|z - F\lambda\|^2 \rightarrow \min$. Итерационная процедура имеет вид

$$\hat{\lambda}^{(i+1)} = \hat{\lambda}^{(i)} + \left[\left(\mathbf{W} \left(\hat{\lambda}^{(i)} \right) \right)^T \mathbf{W} \left(\hat{\lambda}^{(i)} \right) \right]^{-1} \left(\mathbf{W} \left(\hat{\lambda}^{(i)} \right) \right)^T \left[y^{(1)} - f \left(\hat{\lambda}^{(i)} \right) \right],$$

$$i = 0, 1, 2, \dots,$$

где $\mathbf{W}(\lambda_1, \lambda_2)$ — матрица Якоби размера $[N \times 2]$. Процесс уточнения заканчивается при выполнении условия $\|\hat{\lambda}^{(i+1)} - \hat{\lambda}^{(i)}\| < 0.001 \|\hat{\lambda}^{(i)}\|$;

5) итерационная процедура уточнения параметров экспоненциальной составляющей, оценки параметров имеют вид $\hat{a}_1^{(0)} = -\hat{\lambda}_2^{(i)}$, $\hat{\alpha}_1^{(0)} = -\frac{1}{\tau} \ln \hat{\lambda}_1^{(i)}$, $\hat{c}^{(0)} = \hat{c}$;

6) нахождение дисперсий величин a_1 , α_1 , c из матрицы $V[\mu] = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} s_{\text{ост}}^2$, где $s_{\text{ост}}^2 = \sum_{i=0}^{N-1} (y_k - \hat{y}_k)^2 / (N - 3)$, $V_{11}(\mu) = D(a_1)$, элементы главной диагонали являются дисперсиями $V_{22}(\mu) = D(\alpha_1)$, $V_{33}(\mu) = D(c)$;

7) проверка условия адекватности, в качестве которых принимаются норма средне-квadrатичного отклонения модели от результатов эксперимента

$h, \% = \sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} (y_k - \hat{y}_k)^2 / \sum_{k=0}^{N-1} y_k^2} \cdot 100\%$ и квадрат коэффициента корреляции (ко-

эффициент детерминации) $R = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (y_k - \bar{y})(\hat{y}_k - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} (y_k - \bar{y})^2} \sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} (\hat{y}_k - \bar{\hat{y}})^2}}$. При выполнении одного из

условий $h, \% \leq 3\%$, $R^2 \geq 97\%$ считаем, что модель адекватна. При невыполнении необходимо перейти к выделению второй и третьей экспоненциальных составляющих, алгоритм аналогичен, и используются результаты, полученные на предыдущих этапах метода.

В пункте 2.2 описан метод структурной и параметрической идентификации аппроксимации кривых ползучести при наличии только стадии упрочнения (первой стадии ползучести) на основании математической модели (1) без учета вязкой компоненты, т.е. без учета последнего слагаемого в (2). Хотя формально это частный случай полной модели, но поскольку здесь неупругая деформация не достигает асимптотического значения, то методика идентификации несколько усложняется необходимостью оценки корреляции остатков после выделения первого экспоненциального слагаемого. Далее алгоритм аналогичен изложенному выше.

В пункте 2.3 построены стохастические математические модели неполной обратимости деформации ползучести для материалов и элементов конструкций с использованием оценок случайных параметров для аппроксимаций (2), получаемых при обработке экспериментальных данных при различных постоянных напряжениях

для материалов или обобщенных нагрузок для элементов конструкций. Приведена методика конкретизации параметров α_i , β , b_i и функций φ_i и f в (1).

Применение разработанного метода построения модели (1) в пределах первых двух стадий проиллюстрировано на примере результатов расчетов для сплавов ВЖ98 при температуре 900 °С, ЭИ437А при температуре 700 °С, ЭП693 при температуре 700 °С и стали ЭИ736 при 500 °С, резьбового соединения из сплава ЭИ698 при температуре 700 °С, а при наличии только первой стадии — для поливинилхлоридного пластика при температуре 20 °С и 24 °С.

На рис. 1 приведены типичные результаты расчетов для сплава ЭП693 ($T = 700$ °С) (рис. 1, а) и поливинилхлоридного пластика (ПВХП) при $T = 20$ °С (рис. 1, б), причем на рис. 1, б для лучшего визуального восприятия не приведены доверительные интервалы при разгрузке, но все экспериментальные данные находятся внутри доверительных интервалов.

Отметим, что для приведенных примеров наблюдается частичная обратимая вязкоупругая компонента деформации при полной разгрузке для сплава ЭП693 ($\beta = 0.64$) и полная обратимость для ПВХП ($\beta = 1$).

В пункте 2.4 сформулированы выводы по главе 2.

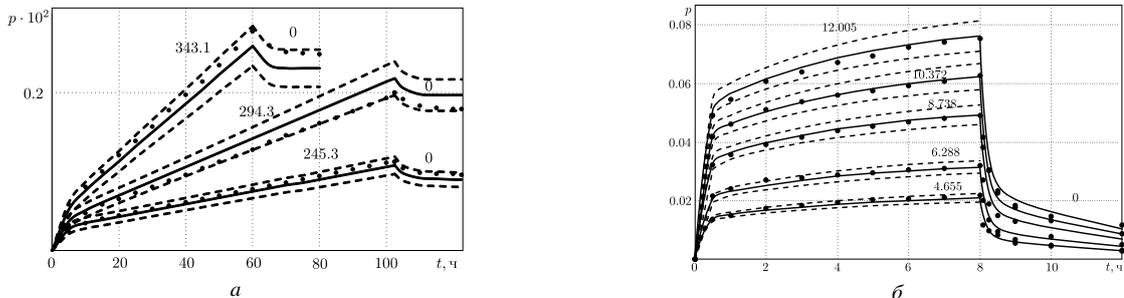


Рис. 1: Расчетные данные деформации ползучести по модели (1) для сплава ЭП693 ($T = 700$ °С) (а) и для ПВХП ($T = 20$ °С) (б): сплошная линия — математическое ожидание; штриховые линии — границы доверительных интервалов, маркеры (точки) — экспериментальные данные, цифры — напряжения в МПа

Глава 3. Методы индивидуального прогнозирования деформационных характеристик и разрушения элементов конструкций при ползучести и трении

В пункте 3.1 поставлена задача разработки метода прогнозирования индивидуальных деформационных характеристик по изделию-лидеру, в основе которого лежит гипотеза подобия серии стационарных кривых неупругого деформирования в зависимости от времени при различных постоянных внешних нагрузках, которая в работе для некоторых материалов и элементов конструкций была математически обоснована. Тогда соотношение между обобщенными перемещениями изделия-лидера и исследуемого элемента может быть представлена в виде матричной модели одномерной линейной регрессии

$$\bar{p} = k\bar{p}^0 + \bar{\varepsilon}, \quad (3)$$

где $\bar{p} = \{p(t_1), p(t_2), \dots, p(t_n)\}^T$ — вектор значений обобщенного перемещения исследуемого элемента на начальном этапе эксплуатации; $\bar{p}^0 = \{p^0(t_1), p^0(t_2), \dots, p^0(t_n)\}^T$ — вектор значений обобщенного перемещения изделия-лидера;

$\bar{\varepsilon} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n\}^T$ — вектор несмещенных, некоррелированных, нормально распределенных и имеющих одинаковую дисперсию ошибок; t_i ($i = \overline{1, n}$) — значения времени, в которых фиксировались значения обобщенных перемещений для обоих изделий; k — случайный параметр; T — оператор транспонирования.

МНК-оценки математического ожидания неизвестного параметра k : математического ожидания и дисперсии ошибок

$$\hat{k} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^0 p_i}{\sum_{i=1}^n (p_i^0)^2}, \quad s_0^2 = \left(\sum_{i=1}^n p_i^2 - \hat{k}^2 \sum_{i=1}^n (p_i^0)^2 \right) / (n-1), \quad (4)$$

где введены обозначения $p_i = p(t_i)$, $p_i^0 = p^0(t_i)$.

Прогноз обобщенного перемещения исследуемого элемента конструкции может быть осуществлён с помощью соотношения

$$\hat{p}(t) = \hat{k} \cdot p^0(t), \quad (5)$$

где $t > t_n$, t_n — крайняя правая точка базы наблюдения на начальном участке обобщенного перемещения исследуемого образца.

Построение $100(1 - \alpha)\%$ -ных доверительных интервалов можно осуществить по формулам

$$\hat{p}_j \pm U_{N,n-1}^\alpha \cdot s_0 (1 + v_*^j)^{1/2}, \quad v_*^j = \frac{1}{n} + (p_j^0)^2 / \sum_{i=1}^n (p_i^0)^2 \quad (j = \overline{1, N}), \quad (6)$$

где N — число точек прогноза исследуемого элемента при $t > t_n$, значения $U_{N,n-1}^\alpha$ берутся из специальных таблиц, α — степень «риска».

Однако рассмотренный выше «классический» метод (3)–(6) обладает недостатком — прогноз не привязан к финальному экспериментальному значению перемещения в конце базового интервала времени $t = t_n$ и соответственно первой точке интервала прогнозирования ($t > t_n$). Поэтому, так как известно значение обобщенного перемещения в точке $t = t_n$, то необходимо оценку среднеквадратичного отклонения выполнить с учётом условной вероятности. Тогда вместо величины среднеквадратичного отклонения s_0 в (6) нужно использовать величину

$$s_* = s_1 \cdot \sqrt{1 - (r_*)^2}, \quad r_* = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \hat{p})(p_i^0 - \hat{p}^0)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - \hat{p})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i^0 - \hat{p}^0)^2}}, \quad (7)$$

где p_i и p_i^0 — значения обобщенного перемещения образца лидера и прогнозируемого образца в точках $t = t_i$ соответственно, \hat{p} и \hat{p}^0 — осреднённые значения величин p_i и p_i^0 , s_1 — среднеквадратичное отклонение прогнозируемого образца, вычисляемое по формуле $s_1 = \sqrt{1/(n-1) \sum_{i=1}^n (p_i^0 - \hat{p}^0)^2}$.

Работоспособность данного метода проверялась на экспериментальных данных вязкоупругой деформации стержней из поливинилхлоридного пластика при различных температурах и напряжениях.

В пункте 3.2 показано применение метода прогнозирования по лидеру, описанного в п. 3.1, на экспериментальных данных величины зазора в узлах сопряжения Δ (мкм) передних цилиндрических стоек шасси самолета в зависимости от взлёто-посадок и величины осевого смещения торцевых сечений $\Delta l_p = \Delta l_p(t)$ области

свинчивания резьбового соединения длиной 20 мм из стали 45 при $T = 450$ °С в условиях ползучести при сложных программах изменения осевой растягивающей нагрузки Q .

В качестве примера на рис. 2 представлены результаты прогнозирования $\Delta l_p = \Delta l_p(t)$ для образца I по экспериментальным данным для образца-лидера II, при этом в качестве базового интервала для построения модели (4)–(7) использовался промежуток $t \in [0; 17.4]$ часа при $Q = 6.86$ кН, а результаты прогноза получены для образца I для $t \in [17.4; 75]$ час при сложных законах $Q = Q(t)$.

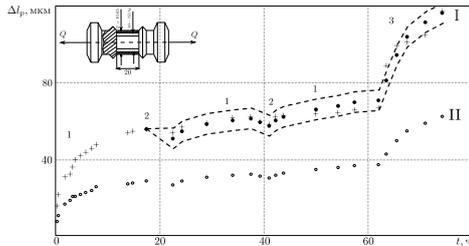


Рис. 2: Индивидуальное прогнозирование осевого смещения Δl_p резьбового соединения в условиях ползучести для образца I по изделию-лидеру II: кружочки — экспериментальные значения Δl_p образца II; крестики — экспериментальные значения Δl_p образца I; закрашенные кружочки — расчетные осреднённые значения Δl_p образца I; штриховые линии — 95%-ный доверительный интервал. Маркеры: 1 — $Q = 6.86$ кН; 2 — $Q = 0.98$ кН; 3 — $Q = 9.86$ кН

В пункте 3.3 разработан метод индивидуального прогнозирования деформации ползучести и длительной прочности стержневых элементов конструкций в условиях вязкого механизма разрушения материала при наличии второй и третьей стадии по образцу-лидеру. Теоретически обосновано и получено соотношение, связывающее деформационные характеристики прогнозируемого образца при напряжении σ_1 и образца-лидера при напряжении σ_0 для времени достижения обеими реализациями одного и того же значения деформации ползучести p в виде

$$t(p, \sigma_1) = t(p, \sigma_0) \cdot \frac{\dot{p}_0(\sigma_0)}{\dot{p}_0(\sigma_1)}, \quad (8)$$

где $t = t(p, \sigma_1)$ и $t = t(p, \sigma_0)$ — обратные зависимости для зависимостей деформации ползучести $p = p(\sigma_i, t)$ ($i = 0, 1$), $\dot{p}_0(\sigma_0)$ и $\dot{p}_0(\sigma_1)$ — начальные (минимальные) скорости в момент времени $t = 0$. Таким образом, если известна экспериментальная зависимость для деформации ползучести образца-лидера, то для получения аналогичной зависимости для любой другого образца при любом напряжении достаточно знать лишь его начальную скорость ползучести. Время до разрушения при $\sigma = \sigma_1$ определяется при значении деформации в момент разрушения образца-лидера.

Работоспособность данного метода и его апробации выполнены для ряда материалов: титановый сплав ВТ-9 при температуре 600 °С, сплав 0972С при температуре 700, 730 и 750 °С, сплав ВТ-5 при температуре 450 и 550 °С, коррозионно-стойкая сталь 12Х18Н10Т при температуре 850 °С и титановый сплав при температуре 600 °С при растяжении образцов, сплав Д16Т при температуре 250 °С в условиях растяжения и кручения образцов. Относительная погрешность прогнозируемого времени до разрушения t_1^* по всем материалам $\Delta^* = \left| \frac{t_1^* - t_0^*}{t_0^*} \right| \cdot 100\%$, где t_0^* — экспериментальное время разрушения используемого образца, составляет от 0.3 до 16.4%, что можно считать приемлемым результатом.

На рис. 3 в качестве примера реализации метода приведены результаты прогноза для трех реализаций и соответствующие экспериментальные данные, при этом погрешность прогнозируемого времени разрушения не превышала 4.2 %. Для всех

рассмотренных стержневых образцов из указанных выше материалов установлено, что результаты прогнозирования практически не зависят от выбора образца-лидера.

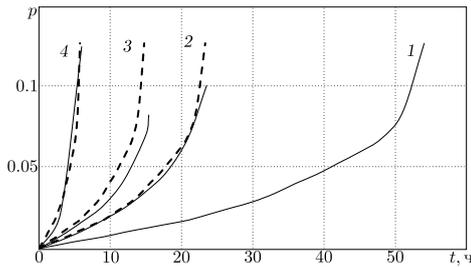


Рис. 3: Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) прогнозируемые кривые ползучести, построенные по образцу-лидеру (линия 1), коррозионно-стойкой стали 12Х18Н10Т при температуре 850 °С, маркеры (номинальные напряжения): 1 — 40 МПа; 2 — 50 МПа; 3 — 60 МПа; 4 — 80 МПа.

В пункте 3.4 описан метод расчета индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций на основании стохастических уравнений состояния при однопараметрическом нагружении, который рассмотрим на примере осевого растяжения резьбового соединения из стали 45 при температуре 450 °С усилием Q . На первом этапе находятся оценки параметров модели (1), в которой $p(t)$ заменяется на осевое удлинение Δl , а σ и σ_* — на усилия Q и Q_* , на основе обработки кривых ползучести осевого перемещения для резьбового соединения при нагружении соответственно $Q_1 = 700$ МПа, $Q_2 = 850$ МПа и $Q_3 = 1000$ МПа.

Затем для исследуемого конкретного образца по экспериментальным данным (рис. 4) на первом этапе нагружения ($t \in [0; 45]$ ч) находятся уже оценки параметров индивидуализированной модели для этого конкретного образца с помощью разработанного метода структурной и параметрической идентификации в пределах первой и второй стадий ползучести, изложенного в п. 2.1. Далее в соответствии с полученными индивидуальными соотношениями на основании модели (1) проводится расчет индивидуального осевого перемещения резьбового соединения при переменном (ступенчатом) изменении нагрузки $Q = Q(t)$ ($t > 45$ ч), представленные на рис. 4. Реализация метода также проиллюстрирована на примере осевого растяжения резьбовых соединений сплава ЭИ698 при температуре 700 °С и растяжения стержней из поливинилхлоридного пластика при температуре 24 °С. Анализ результатов расчетов свидетельствует, что удовлетворительный прогноз составляет от одного до трех базовых интервалов, на которых выполнена индивидуализация модели.

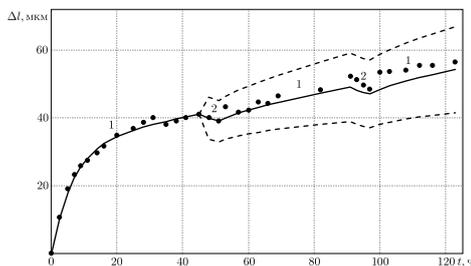


Рис. 4: Расчет индивидуального осевого перемещения для резьбового соединения из стали 45 при температуре 450 °С: 1 — 850 МПа; 2 — 100 МПа.

В пункте 3.5 сформулированы выводы по главе 3.

В четвертой главе кратко изложены алгоритмы решения поставленных задач, а также соответствующее программное обеспечение. Описываются основные этапы алгоритмов вычислений оценок соответствующих моделей на основе разработанных методов и разработанные программные продукты.

Основные результаты и выводы

1. Разработана стохастическая математическая модель прогнозирования индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций с неупругими свойствами материала, общность которой проиллюстрирована на примерах анализа кинетики деформационных

характеристик для ряда конструктивных элементов в условиях ползучести и износа при трении.

2. Разработан новый численный метод параметрической и структурной идентификации физически и стохастически нелинейной математической модели неупругого деформирования элементов конструкций, позволяющий, в отличие от имеющихся эвристических методов, математически обосновано свести задачу к нелинейному регрессионному анализу определения оценок случайных параметров модели на основе временных рядов последовательности результатов наблюдений деформации (обобщенного перемещения) при различных постоянных напряжениях (обобщенных нагрузках).
3. Предложен и реализован метод индивидуального прогнозирования обобщенного перемещения элементов конструкций на стадиях упрочнения и стационарного накопления поврежденности по изделию-лидеру в стохастической постановке, который не требует аналитических соотношений, связывающих обобщенные нагрузки с обобщенными перемещениями, точного знания характера и величины нагрузок для совокупности однотипных изделий. Выполнено исследование эффективности разработанного метода на основании сравнения интервалов «времени» для прогноза обобщенного перемещения и базового «временного» интервала, в рамках которого определялись оценки случайных параметров процесса, для различных конструктивных элементов: износа буксы стойки шасси самолета в зависимости от количества взлето/посадок (в/п), осевого перемещения резьбового соединения и стержней в условиях ползучести материала от времени (при растяжении). Адекватность модели подтверждается сравнением расчетных данных в стохастической постановке с экспериментальными данными, которые во всех рассмотренных случаях попадают в соответствующие доверительные интервалы.
4. Разработан метод прогнозирования индивидуального обобщенного перемещения на примере стержневых элементов конструкций в условиях ползучести при наличии второй и третьей стадии накопления поврежденности и времени разрушения по начальной (минимальной) скорости ползучести на начальном участке деформирования исследуемых образцов и известной кривой ползучести образца-лидера в условиях вязкого разрушения материала. Проведена проверка адекватности метода сравнением данных расчета при осевом растяжении и кручении стержней с экспериментальными данными из независимых источников для стержневых конструктивных элементов из различных материалов и в широком диапазоне параметров температурно-силового нагружения. Показаны возможные варианты использования полученных результатов, в частности, в области оптимизации планирования экспериментальных исследований при построении теорий неупругого деформирования материалов и элементов конструкций.
5. Разработан и реализован метод прогнозирования кинетики обобщенного перемещения конкретного (единичного) элемента конструкций на основании стохастических уравнений состояния при однопараметрическом нагружении, который проиллюстрирован на примере осевого растяжения резьбовых соединений из стали 45 при температуре 450 °С и сплава ЭИ698 при температуре 700 °С, растяжения стержней из поливинилхлоридного пластика при температуре 24 °С. Выполнена проверка адекватности данных расчета экспериментальным данным в условиях сложного кусочно-постоянного режима нагружения. Показано, что интервал прогноза составляет от одного до трех базовых временных интервалов, с использованием которых выполнялась структурная и параметрическая идентификация индивидуализированной модели.
6. Создано проблемно-ориентированное программное обеспечение, реализующее разработанные численные методы структурной и параметрической идентификации математических моделей неупругого деформирования.

Основные научные публикации по теме диссертационного исследования

Публикации в изданиях из перечня ВАК, входящих в наукометрические базы данных Scopus и Web of Science

1. Радченко В. П., Афанасьева Е. А. Прогнозирование индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций по изделию-лидеру // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2022. – Т. 26, №3. – С. 500–519.
2. Радченко В. П., Афанасьева Е. А., Саушкин М. Н. Прогнозирование высокотемпературной реологической деформации и длительной прочности вязкопластического материала по образцу- лидеру // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2023. – Т. 27, №2. – С. 292–308.
3. Радченко В. П., Афанасьева Е. А., Саушкин М. Н. Прогнозирование ползучести и длительной прочности материала по образцу-лидеру в условиях вязкого механизма разрушения // ПМТФ. – 2023. – Т. 64, № 6. – С. 199–209; перевод: Radchenko V.P., Afanaseva E.A., Saushkin M.N. Using a leader sample to predict the creep and long-term strength of a material during ductile fracture // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2023. – Vol. 64, No. 6. – Pp. 1119–1127.
4. Радченко В. П., Зотеев В. Е., Афанасьева Е. А. Численный метод структурной и параметрической идентификации математической модели неполной обратимости деформации ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2024. – Т. 28, №1. – С. 73–95.

Публикации в изданиях, входящих в наукометрическую базу данных Scopus

5. Afanaseva E.A., Afanaseva O.S. The method of calculating the individual residual life of structural elements based on a leader-item // Procedia Structural Integrity. – 2023. – Vol. 50. – Pp. 1–5.

Публикации в других изданиях

6. Афанасьева Е. А. Прогнозирование индивидуального остаточного ресурса по изделию-лидеру // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук: VII Международная научно-практическая конференция (школа-семинар) молодых ученых: 22–24 апреля 2021: сборник материалов. – Тольятти: ТГУ. – 2021. – С. 105–109.
7. Афанасьева Е. А. Математическое моделирование индивидуальных показателей надежности на стадии эксплуатации по изделию-лидеру // Всероссийская научная конференция (с международным участием) «Математика и математическое моделирование». Самара, Россия, 10–12 ноября 2021 г.: тезисы докладов. – Самара. – 2021. – С. 16–17.
8. Афанасьева Е. А. Метод расчёта индивидуального ресурса элементов конструкций по изделию-лидеру // XVI Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций»: сб. материалов (Екатеринбург, 16–20 мая 2022 г.). – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН. – 2022. – С. 172.
9. Афанасьева Е. А. Математическая модель прогнозирования деформации ползучести и длительной прочности материала по образцу прототипу // Современные проблемы прикладной математики, информатики и механики. Сборник трудов Международной научной конференции, т.1. – Нальчик: Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова. – 2023. – С. 12–14.
10. Радченко В. П., Афанасьева Е. А. Оптимизация экспериментальных исследований ползучести и длительной прочности неупрочняющихся материалов по изделию-лидеру // Перспективы развития двигателестроения: материалы международной научно-технической конференции имени Н.Д. Кузнецова, 21–23 июня 2023 г. В 2 томах, том 2. – Самара: Самарский университет. – 2023. – С. 398–399.
11. Афанасьева Е. А., Зотеев В. Е. Метод построения модели неполной обратимости деформации ползучести в пределах первых двух стадий // Всероссийская конференция, посвященная 105-летию со дня рождения академика РАН Л.В. Овсянникова «Математические проблемы

- механики сплошных сред»: тезисы докладов, 13–17 мая 2024 г., г. Новосибирск. – Новосибирск: СО РАН. – 2024. – С. 21–22.
12. Афанасьева Е. А. Метод прогнозирования длительной прочности при вязком механизме разрушения материала // Всероссийская конференция с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи»: материалы конференции, 17–19 сентября 2024 г., г. Самара. – Самара: СамГТУ. – 2024. – С. 27–29.
 13. Афанасьева Е. А., Зотеев В. Е. Метод расчета индивидуального ресурса элементов конструкций на основе стохастических уравнений состояния при однопараметрическом нагружении // Всероссийская конференция с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи»: материалы конференции, 17–19 сентября 2024 г., г. Самара. – Самара: СамГТУ. – 2024. – С. 30–33.
Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ
 14. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2024618594 Российская Федерация. «Структурная и параметрическая идентификация аппроксимации кривых ползучести на первой и второй стадиях при постоянных напряжениях» / Е. А. Афанасьева, В. Е. Зотеев; правообладатель Е.А. Афанасьева. – №2024613972; заявл. 26.02.2024; опубл. 15.04.2024, Бюл. №4. – 1 с.
 15. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2024664892 Российская Федерация. «Структурная и параметрическая идентификация аппроксимации кривых ползучести на стадии упрочнения при постоянных напряжениях» / Е. А. Афанасьева, В. Е. Зотеев; правообладатель Е.А. Афанасьева. – №2024663999; заявл. 17.06.2024; опубл. 26.06.2024, Бюл. №7. – 1 с.

Автореферат отпечатан с разрешения диссертационного совета 24.2.417.02, созданного на базе
ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»
(протокол № 12 от «8» ноября 2024 г.)

Тираж 100 экз. Заказ № 427.

Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 1.00.

Отпечатано в типографии
ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»
Отдел типографии и оперативной печати,
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.