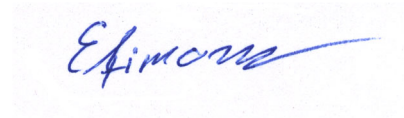


На правах рукописи



ЕФИМОВ ДМИТРИЙ ЮРЬЕВИЧ

**ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН
НА НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ ТЕЛАХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ**

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Тула – 2025

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет».

Научный
руководитель:

Толоконников Лев Алексеевич
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные
оппоненты:

Пшеничнов Сергей Геннадиевич –
доктор физико-математических наук, старший науч-
ный сотрудник, НИИ механики Московского государ-
ственного университета им. М.В. Ломоносова, лабо-
ратория динамических испытаний, ведущий научный
сотрудник

Шитикова Марина Вячеславовна –
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мос-
ковский государственный строительный универси-
тет», заведующая кафедрой высшей математики

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»**

Защита состоится « 3 » июня 2025 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.417.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, Тула, пр. Ленина, 92 (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте <https://tulsu.ru/science/dissertation/diss-24-2-417-02/efimov-dyu-24-2-417-02>

Автореферат разослан « 25 » марта 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Соколова Марина Юрьевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследование дифракции звуковых волн на упругих телах имеет важное теоретическое и практическое значение. Для достижения требуемых звукоотражающих характеристик таких тел создаются специальные покрытия. В настоящее время предложены разные способы получения покрытий для уменьшения отражения звука в определенном направлении. Изменение звукоотражающих свойств упругих тел можно осуществить с помощью непрерывно-неоднородных упругих покрытий. С помощью таких покрытий можно эффективно изменять характеристики рассеяния тел в определенных направлениях и в определенном диапазоне частот, если подобрать соответствующие законы неоднородности для механических параметров покрытия. При этом непрерывно-неоднородные упругие покрытия, параметры которых непрерывно меняются по толщине, можно реализовать с помощью системы однородных упругих слоев с различными значениями механических параметров. Актуальности исследований дифракции звука на телах с непрерывно-неоднородными покрытиями способствует все более широкое применение современных функционально-градиентных и композитных материалов.

Определение законов неоднородности материала покрытия с целью достижения заданных звукоотражающих свойств тела приводит к необходимости решать обратные задачи. Обратные задачи относятся к малоисследованным математическим проблемам, требуют новых подходов и методов решения.

Результаты исследований дифракции звуковых волн на неоднородных упругих телах приведены в работах Бобровницкого Ю.И., Бреховских Л.М., Коваленко Г.П., Ларина Н.В., Медведского А.Л., Приходько В.Ю., Селезова И.Т., Скобельцына С.А., Толоконникова Л.А., Тюткина В.В., Hasheminejad S.M., Huang C., Nouri A., Nutt S. и др.

Многие реальные объекты достаточно хорошо аппроксимируются телами цилиндрической формы. Цилиндрические тела представляют самостоятельный интерес, а также выполняют роль эталонных при изучении дифракции звука на телах более сложной формы. В большинстве известных работ рассматривался бесконечный цилиндрический рассеиватель, находящийся в свободном пространстве. Значительно меньшее количество работ посвящено исследованию дифракции звуковых волн на цилиндрических телах конечной длины и на телах в присутствии ограничивающих поверхностей (Косарев О.И., Лебедев А.В., Лямшев А.М., Музыченко В.В., Рыбак С.А., Толоконников Л.А., Хилько А.И., Шендеров Е.Л., Williams W.E., Varadan V.K., Varadan V.V., Su J.H. и др.).

Изучение влияния непрерывно-неоднородных упругих покрытий на звукоотражающие свойства упругих цилиндрических тел является актуальной проблемой.

Целью работы является исследование влияния непрерывно-неоднородных покрытий упругих цилиндрических тел, находящихся в идеальной жидкости, на дифракцию гармонических звуковых волн.

Научная новизна. Получены решения новых прямых и обратных задач дифракции звуковых волн (плоских, цилиндрических и сферических) на упругих

цилиндрических телах бесконечной и конечной длины с непрерывно-неоднородными и анизотропными упругими покрытиями, находящихся в свободном пространстве и в присутствии ограничивающих поверхностей.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты диссертационной работы представляют собой вклад в теорию дифракции звука на деформируемых телах. Результаты работы могут быть использованы в гидроакустике для звуковой эхолокации различных объектов; в судовой акустике при изучении акустических характеристик судовых конструкций; в дефектоскопии для разработки методов неразрушающего контроля; в медицине при разработке методов ультразвуковой диагностики; в архитектурной акустике; для проектирования промышленных материалов и конструкций с требуемыми звукоотражающими свойствами.

Методы исследования. В диссертационной работе решения поставленных задач получены в рамках линейной теории упругости и гидродинамики идеальной сжимаемой жидкости. Используются аналитические и численные методы решения обыкновенных и в частных производных дифференциальных уравнений и систем таких уравнений (метод разделения переменных, метод функций Грина, метод сплайн-коллокации); метод мнимых источников; асимптотические методы; методы численного интегрирования; методы нелинейного математического программирования.

Достоверность полученных результатов вытекает из корректной постановки задач и обоснованности применяемых математических методов; обеспечивается проведением расчетов на ЭВМ с контролируемой точностью; подтверждается совпадением полученных решений с известными результатами для частных и предельных случаев, а также с решениями в специализированных пакетах.

Положения, выносимые на защиту:

- математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на неоднородных упругих телах, граничащих с идеальной жидкостью;
- методы решения прямых задач дифракции звука на неоднородных упругих телах;
- аналитические решения прямых задач дифракции гармонических звуковых волн (плоских, цилиндрических и сферических) на упругих цилиндрах (бесконечной и конечной длины) с неоднородными и анизотропными упругими покрытиями, находящихся в свободном пространстве и в присутствии плоской подстилающей поверхности;
- метод решения обратных задач дифракции звука на неоднородных упругих телах;
- решения обратных дифракционных задач об определении законов неоднородности покрытия упругих цилиндрических тел с оптимальными звукоотражающими свойствами;
- результаты численных исследований рассеянных акустических полей; анализ влияния неоднородных покрытий на акустические характеристики цилиндрических тел.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались:

- на XXXV, XXXVI сессиях Российского акустического общества (Россия, Москва, РАО, 2023, 2024);
- на XXIX, XXX международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, (Россия, Москва, МАИ, НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2023, 2024);
- на Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Россия, Воронеж, ВГУ, 2023);
- на научных семинарах кафедры «Прикладная математика и информатика» Тульского государственного университета (Россия, Тула, ТулГУ, 2022 – 2024).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 18 работ, в том числе: 11 статей в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, Russian Science Citation Index, получены 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке комитета Тульской области по науке и инноватике в рамках соглашения №10 от 07.09.2022. На разных этапах работа поддерживалась грантами Российского научного фонда (проект № 18-11-00199), Министерства просвещения РФ (соглашения № 073-03-2023-303/2 от 14.02.2023, № 073-00033-24-01 от 09.02.2024).

Личный вклад. Модели в главе 1 и решения задач, представленные в разделах 3.3, 5.2, 5.1.2 получены автором. Модели и решения задач, представленные в главах 2, 4, разделах 3.1, 3.2, 5.1.1 изложены на основе совместных работ с Толоконниковым Л.А. Личный вклад автора в эти работы – получение аналитических решений, построение алгоритмов численного решения, проведение численных исследований. В разделе 5.1.3 представлены результаты, опубликованные в совместной работе с Добровольским Н.Н и Толоконниковым Л.А. Автор участвовал в постановке задачи, получении аналитического решения, проведении численных исследований и анализе результатов.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения. Работа содержит 181 страницу, в том числе 137 рисунков и 2 таблицы. Список литературы включает 220 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, указана цель работы, отмечены научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость, излагаются основные положения, выносимые на защиту.

Глава 1 состоит из двух разделов. **Раздел 1.1** содержит обзор литературы по проблеме дифракции звуковых волн на неоднородных деформируемых твердых телах цилиндрической формы.

В **разделе 1.2** построена математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на упругих телах с неоднородными упругими покрытиями, граничащих с идеальными жидкостями.

Движение жидкости описывается полной системой линеаризованных уравнений гидродинамики идеальной жидкости. Эта система состоит из уравнений

Эйлера, неразрывности, физического состояния и для установившегося режима движения жидкости с круговой частотой ω приводится к скалярному уравнению Гельмгольца

$$\Delta\Psi + k^2\Psi = 0, \quad (1.1)$$

где Ψ – потенциал скорости частиц жидкости; $k = \omega / c$ – волновое число; c – скорость звука. Скорость частиц жидкости \mathbf{v} и акустическое давление p определяются по формулам $\mathbf{v} = \text{grad } \Psi$, $p = i\rho_1\omega\Psi$, где ρ_1 – плотность жидкости.

Распространение гармонических упругих волн в неоднородном теле описывается общими уравнениями движения сплошной среды, которые при отсутствии массовых сил имеют вид

$$\nabla^j \sigma_{ij} = -\rho\omega^2 u_i. \quad (1.2)$$

Согласно обобщенному закону Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ijkl} \varepsilon^{kl}, \quad \varepsilon_{ij} = (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i) / 2. \quad (1.3)$$

Здесь σ_{ij} и ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформации; ρ и λ_{ijkl} – плотность материала тела и модули упругости, являющиеся функциями пространственных координат; u_i – компоненты вектора смещения \mathbf{u} .

Для упругого изотропного тела закон Гука записывается в виде

$$\sigma_{ij} = \lambda \text{div } \mathbf{u} \delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}. \quad (1.4)$$

Для упругого изотропного однородного тела система (1.2), (1.3) приводится к скалярному и векторному уравнениям Гельмгольца

$$\Delta F + k_l^2 F = 0, \quad (1.5)$$

$$\Delta \Phi + k_\tau^2 \Phi = 0, \quad (1.6)$$

где F и Φ – скалярный и векторный потенциалы смещения; k_l и k_τ – волновые числа продольных и поперечных упругих волн. При этом вектор смещения частиц упругой среды $\mathbf{u}_0 = \text{grad } F + \text{rot } \Phi$.

Граничные условия на поверхности упругого тела, соприкасающейся с идеальной жидкостью, заключаются в равенстве нормальных скоростей частиц упругой среды и жидкости, равенстве нормального напряжения и акустического давления, отсутствии касательных напряжений:

$$-i\omega u_n = \partial\Psi / \partial n, \quad \sigma_{nn} = -p, \quad \sigma_{n\tau} = 0. \quad (1.7)$$

На границе раздела упругих сред должны быть непрерывны составляющие векторов смещения частиц, нормальные и касательные напряжения:

$$u_j = u_{0j}, \quad \sigma_{nn} = \sigma_{0nn}, \quad \sigma_{n\tau} = \sigma_{0n\tau}. \quad (1.8)$$

Здесь индекс 0 указывает на то, что соответствующие величины относятся к характеристикам упругого однородного тела.

На границе упругое тело – вакуум имеем

$$\sigma_{nn} = 0, \quad \sigma_{n\tau} = 0. \quad (1.9)$$

Кроме того, при решении дифракционных задач для получения однозначного решения требуются дополнительные условия: условия излучения на бесконечности для внешних волновых полей, условие ограниченности для внутренних волн.

новых полей.

В главе 2 решены задачи дифракции звука на неоднородных упругих цилиндрических рассеивателях, расположенных в безграничном пространстве.

В разделе 2.1 решена задача о рассеянии звуковой волны, излучаемой бесконечно длинным цилиндрическим источником m -го порядка, упругим однородным бесконечным круговым цилиндром с радиально-неоднородным изотропным покрытием. Покрытие характеризуется модулями упругости $\lambda(r)$ и $\mu(r)$. Цилиндрическая система координат r, φ, z выбрана так, что ось z совпадает с осью вращения цилиндра. Ось источника расположена параллельно оси вращения цилиндра и имеет координаты (r_0, φ_0)

(рис. 2.1). Вводится дополнительная цилиндрическая система координат R, θ, z , связанная с источником. Потенциал скорости падающей волны $\Psi_0 = AH_m(kR)e^{i(m\theta - \omega t)}$ записывается в основной системе координат с использованием теоремы сложения для цилиндрических волновых функций. Здесь A – амплитуда; $H_m(x)$ – цилиндрическая функция Ганкеля первого рода порядка m .

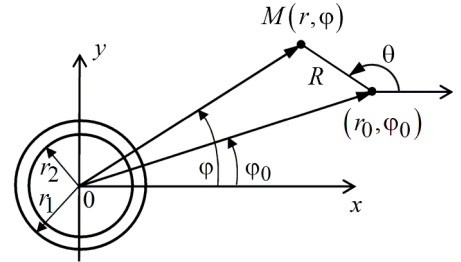


Рис. 2.1. Геометрия задачи 2.1

С учетом условий излучения на бесконечности потенциал скорости рассеянной волны Ψ_S ищется в виде

$$\Psi_S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_n(kr) \exp[in(\varphi - \varphi_0)]. \quad (2.1)$$

Волновое поле в однородном упругом цилиндре описывается уравнениями Гельмгольца (1.5), (1.6). С учетом того, что $\Phi = \Phi(r, \varphi) \cdot \mathbf{e}_z$, векторное уравнение (1.6) приводится к одному скалярному уравнению Гельмгольца относительно функции Φ . Функции F, Φ с учетом условия ограниченности ищутся в виде

$$(F, \Phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (B_n J_n(k_l r), C_n J_n(k_\tau r)) \exp[in(\varphi - \varphi_0)], \quad (2.2)$$

где $J_n(x)$ – цилиндрическая функция Бесселя порядка n .

Волновое поле в неоднородном цилиндрическом слое описывается системой уравнений (1.2), (1.4) в цилиндрических координатах. Неизвестные компоненты вектора смещения записываются рядами Фурье

$$(u_r, u_\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (U_{1n}(r), U_{2n}(r)) \exp[in(\varphi - \varphi_0)]. \quad (2.3)$$

С использованием граничных условий (1.7), (1.8) на внутренней и внешней поверхностях цилиндрического слоя получено выражение для неизвестных коэффициентов в (2.1) – $A_n = A_n(U_{1n}(r_1))$, а на основе (1.2) построена краевая задача для системы двух линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{A}}_n \mathbf{U}_n'' + \widehat{\mathbf{B}}_n \mathbf{U}_n' + \widehat{\mathbf{C}}_n \mathbf{U}_n &= 0, \\ \left(\widehat{\mathbf{A}}_n \mathbf{U}_n' + \widehat{\mathbf{D}}_n \mathbf{U}_n \right) \Big|_{r=r_1} &= \mathbf{G}_n, \quad \left(\widehat{\mathbf{A}}_n \mathbf{U}_n' + \widehat{\mathbf{F}}_n \mathbf{U}_n \right) \Big|_{r=r_2} = 0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $\mathbf{U}_n = (U_{1n}(r), U_{2n}(r))^T$. Краевая задача (2.4) решена методом сплайн-коллокации.

На основе полученного аналитического описания рассеянного акустического поля проведены численные исследования частотных зависимостей. Рассматривался алюминиевый цилиндр с покрытием на основе поливинила, находящийся в воде. Расчеты проводились как для однородного покрытия, так и для неоднородных покрытий, механические характеристики которых менялись по разным линейным и квадратичным законам.

Анализ результатов расчетов показал, что неоднородность материала цилиндрического слоя существенно влияет на звукоотражающие свойства тела.

На рис. 2.2 представлены зависимости $|\Psi_S / A|$ от волнового размера тела kr_2 при линейном законе неоднородности материала покрытия. Сплошная и штриховая линии соответствуют цилиндру с неоднородным и однородным полимерными покрытиями соответственно, пунктирная – цилиндру без покрытия.

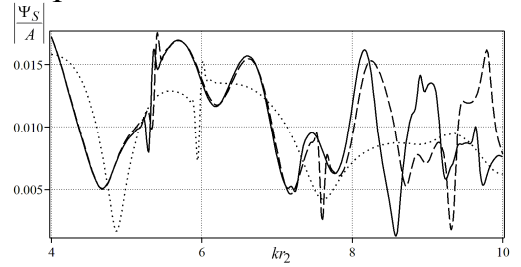


Рис. 2.2. Частотные зависимости

В разделе 2.2 решены задачи дифракции цилиндрических звуковых волн на неоднородных упругих цилиндрах в случае, когда оси источника и рассеивателя не являются параллельными и не лежат в одной плоскости.

В 2.2.1 в качестве рассеивателя рассматривается однородный упругий изотропный цилиндр с радиально-неоднородным упругим покрытием. Из внешнего пространства на цилиндр с покрытием падает симметричная цилиндрическая волна, излучаемая бесконечно длинным линейным источником, расположенным произвольным образом относительно рассеивателя. Начало O прямоугольной x, y, z и цилиндрической r, φ, z систем координат, связанных с цилиндром, выбираются на оси z так, чтобы из точки O выходил общий перпендикуляр к оси z и линейному источнику (рис. 2.3). Используя интегральное представление цилиндрической функции Ганкеля нулевого порядка и известное разложение плоской звуковой волны по цилиндрическим волновым функциям, потенциал падающей цилиндрической звуковой волны на внешней поверхности цилиндра записывается в виде

$$\Psi_0 \Big|_{r=r_1} = \frac{A}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(id\eta)}{\eta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n i^n J_n(\beta r_1) d\xi, \quad (2.5)$$

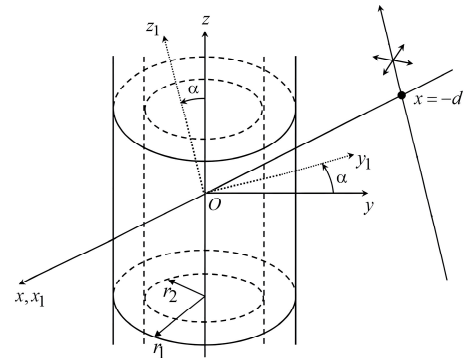


Рис. 2.3. Геометрия задачи 2.2.1

где $\eta = \sqrt{k^2 - \xi^2}$; $g_n = \exp(i\xi z \sin \alpha) \exp[in(\varphi - \gamma)]$; $\beta = \sqrt{k^2 - \xi^2 \sin^2 \alpha}$; $\gamma = \text{arctg}(-\xi \cos \alpha / \eta)$.

Потенциал скорости рассеянной волны ищется в виде

$$\Psi_S = \int \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n A_n(\xi) H_n(\beta r) d\xi. \quad (2.6)$$

Волновое поле в однородном упругом цилиндре описывается уравнениями (1.5), (1.6). Подстановкой $\Phi = \text{rot}(W \cdot \mathbf{e}_z) + k_\tau M \cdot \mathbf{e}_z$ векторное уравнение (1.6) приводится к двум скалярным уравнениям Гельмгольца относительно функций W , M . С учетом условия ограниченности функции F , W , M ищутся в виде

$$(F, W, M) = \int \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n (B_n(\xi) J_n(k_1 r), C_n(\xi) J_n(k_2 r), D_n(\xi) J_n(k_2 r)) d\xi.$$

Волновое поле в неоднородном слое описывается системой (1.2), (1.4). Компоненты вектора смещения представляются следующими рядами Фурье:

$$(u_r, u_\varphi, u_z) = \int \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n (U_{1n}(r, \xi), U_{2n}(r, \xi), U_{3n}(r, \xi)) d\xi. \quad (2.7)$$

Из граничных условия (1.7), (1.8), для каждого n и ξ получены выражения для неизвестных коэффициентов $A_n(\xi)$ в разложении (2.6), а на основе (1.2) построена краевая задача для системы трех линейных ОДУ второго порядка с неизвестными $U_{1n}(r, \xi), U_{2n}(r, \xi), U_{3n}(r, \xi)$.

В **2.2.2** в качестве рассеивателя рассматривается неоднородный упругий изотропный цилиндрической слой, в полости которого содержится вакуум. Предполагается, что на цилиндрический слой падает цилиндрическая волна, излучаемая бесконечно длинным линейным источником m -го порядка. Решение задачи проводится аналогично изложенному в 2.2.1. Но при этом используется интегральная форма записи функции $H_m(kR) e^{im\theta}$ через декартовы базисные решения уравнения Гельмгольца, а на внутренней поверхности слоя выполняются граничные условия (1.9).

В разделе **2.2** проведены подробные численные расчеты угловых и частотных характеристик рассеянного акустического поля в дальней зоне для различных законов неоднородности материала неоднородного слоя. Анализ результатов расчетов показал, что угол наклона линейного источника α существенно изменяет поле первичного возмущения, что оказывает значительное влияние на рассеянное акустическое поле, а неоднородность материала цилиндрического слоя существенно влияет на звукоотражающие свойства рассеивателя.

В **главе 3** приведены решения прямых задач о рассеянии гармонических звуковых волн (плоских, цилиндрических, сферических) однородном изотропном упругим цилиндром бесконечной длины с радиально-неоднородным упругим покрытием в присутствии плоской подстилающей поверхности.

В **разделе 3.1** решена задача рассеяния наклонно падающей плоской звуковой волны цилиндром, находящимся вблизи идеальной (абсолютно жесткой и

акустически мягкой) плоской поверхности Γ . Решение поставленной задачи находится методом мнимых источников. В результате исходная задача сводится к задаче рассеяния двух плоских волн на двух идентичных цилиндрах, находящихся в безграничном пространстве. Для нахождения решения используется теорема сложения для волновых цилиндрических функций. Изучены частотные зависимости коэффициента обратного отражения звука для случаев абсолютно жесткой и акустически мягкой поверхности соответственно.

В разделах 3.2 и 3.3 получены решения задач дифракции звуковых волн (цилиндрических (рис. 3.1) и сферических) на цилиндрическом теле, расположенном вблизи границы однородного изотропного упругого полупространства.

Решение задач основано на использовании интегрального уравнения Гельмгольца-Кирхгофа

$$\Psi(\mathbf{R}) = AG(\mathbf{R}, \mathbf{R}_i) + \iint_{\Omega} \left[\Psi(\mathbf{R}_2) \frac{\partial G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2)}{\partial n} - \frac{\partial \Psi(\mathbf{R}_2)}{\partial n} G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2) \right] d\Omega. \quad (3.1)$$

Здесь A – амплитуда падающей звуковой волны; \mathbf{R} и \mathbf{R}_i – радиус-векторы точки наблюдения и точки, в которой располагается источник первичного акустического возмущения; $G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2)$ – функция Грина для уравнения Гельмгольца; \mathbf{R}_2 – точка на поверхности Ω .

Рассеивающая поверхность $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2$, где Ω_1 – поверхность упругого полупространства, Ω_2 – внешняя поверхность покрытия цилиндра. Для того, чтобы в (3.1) исключить интегрирование по бесконечной поверхности Ω_1 и учесть множественные переотражения между цилиндрическим рассеивателем и границей упругого полупространства, используется функция Грина вида

$$G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2) = G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2) + G_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2),$$

где $G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2)$ – функция Грина свободного пространства для уравнения Гельмгольца; $G_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2)$ – функция, представляющая собой потенциал скорости акустического поля, возникающего при отражении первичной звуковой волны от поверхности Ω_1 .

Волновые процессы в однородном цилиндре и упругом полупространстве описываются уравнениями Гельмгольца (1.5), (1.6). Колебания в неоднородном покрытии описываются системой уравнений (1.2), (1.4).

Были проведены численные расчеты углового распределения амплитуды рассеянного акустического поля. Оценено влияние упругой подстилающей поверхности на рассеянное поле. Установлено, что неоднородное покрытие позволяет эффективно изменять характеристики рассеяния цилиндрического тела при соответствующем выборе законов неоднородности материала покрытия.

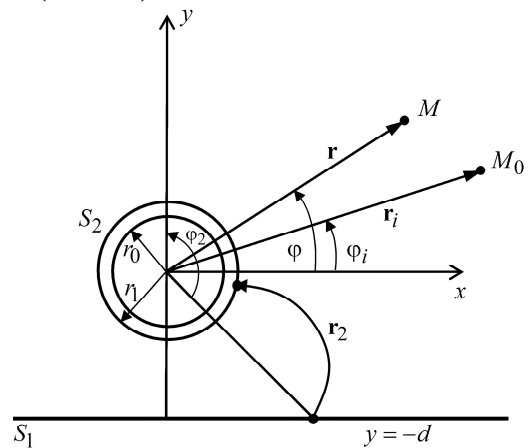


Рис. 3.1. Геометрия задачи 3.2

В главе 4 решены прямые и обратные задачи дифракции звуковых волн на однородном изотропном упругом бесконечном цилиндре с упругим радиально-неоднородным трансверсально-изотропным покрытием.

В разделе 4.1.1 полагается, что падающая звуковая волна, излучается бесконечно длинным цилиндрическим источником m -го порядка. Волновые поля во внешней среде и однородном упругом цилиндре ищутся в виде (2.1) и (2.2) соответственно. Волновые поля в неоднородном цилиндрическом слое описываются системой уравнений (1.2), (1.3) в цилиндрических координатах. Неизвестные компоненты вектора смещения представляются рядами Фурье (2.3). Для нахождения поля смещений в неоднородном покрытии построена краевая задача вида (2.4). Получено аналитическое описание рассеянного акустического поля. Расчеты показали, что анизотропия и неоднородность материала покрытия цилиндра существенно изменяют форму круговых диаграмм направленности рассеянного поля.

В 4.1.2 представлено решение обратной задачи о моделировании неоднородного анизотропного покрытия упругого цилиндра, обеспечивающего наименьшее отражение звука при дифракции цилиндрической звуковой волны. На основе решения прямой задачи определяются законы неоднородности материала покрытия, для которых имеет место наименьшее рассеяние звука в заданном диапазоне частот $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$ при фиксированном угле наблюдения $\varphi = \varphi_*$ и в заданном секторе наблюдения $\varphi \in [\varphi_1, \varphi_2]$ при фиксированной частоте $\omega = \omega_*$. Полагается, что функции плотности ρ и модулей упругости (в двухиндексном обозначении) λ_{pq} аппроксимированы многочленами второй степени относительно радиальной переменной r

$$\eta(r) = \eta^0 \bar{\eta}(r), \quad \bar{\eta}(r) = \eta^{(0)} + \eta^{(1)}r + \eta^{(2)}r^2, \quad (4.1)$$

Здесь под символом η подразумевается каждая из величин ρ , λ_{pq} , а под символом η^0 – их характерные значения.

Для нахождения оптимальных законов неоднородности построены функционалы

$$\Phi_1[\rho, \lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{55}] = \frac{1}{(\omega_2 - \omega_1)} \int_{\omega_1}^{\omega_2} I(\omega, \varphi_*) d\omega, \quad (4.2)$$

$$\Phi_2[\rho, \lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{55}] = \frac{1}{(\varphi_2 - \varphi_1)} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} I(\omega_*, \varphi) d\varphi,$$

$$I(\omega, \varphi) = |\Psi_S(\omega, \varphi) / A|^2,$$

определенные на классе квадратичных функций (4.1) и выражающие усредненные интенсивности рассеяния звука в заданных диапазоне частот и угловом секторе наблюдения соответственно. Поиск значений коэффициентов $\eta^{(0)}$, $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$ функций (4.1), минимизирующих функционалы (4.2), осуществляется с помощью алгоритма имитации отжига.

Расчеты показали, что с помощью покрытия с оптимальными законами неоднородности можно заметно уменьшить интенсивность рассеянного акустического поля в заданном диапазоне частот и в определенном направлении. На рис. 4.1 представлены зависимости интенсивности звукоотражения $I(\omega, \varphi)$ от волнового размера тела kr_2 при $\varphi = \pi$ в диапазоне $4.8 \leq kr_2 \leq 6.4$ для двух типов анизотропии (a, b) и изотропного (c) материала покрытия. Сплошными линиями изображены частотные зависимости для цилиндров, имеющих покрытия с оптимальными законами неоднородности, пунктиром – для цилиндра без покрытия.

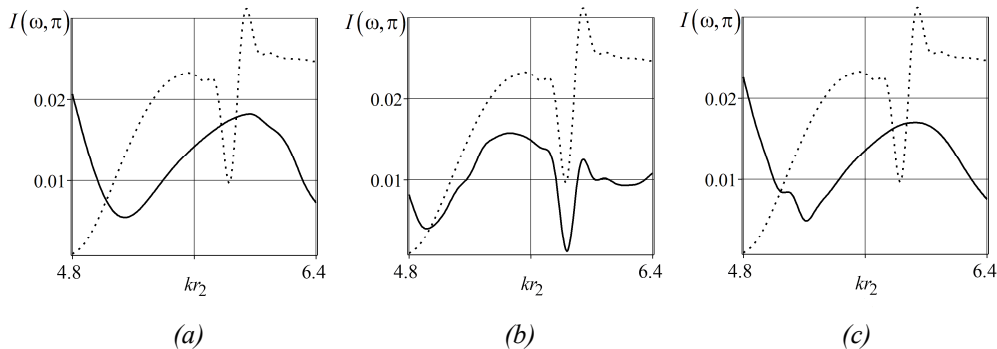


Рис. 4.1. Частотные зависимости интенсивности звукового рассеяния

В разделе 4.2 рассмотрен случай, когда падающая звуковая волна является сферической и излучается точечным источником. Были проведены расчеты диаграмм направленности рассеянного поля и частотных зависимостей амплитуды рассеяния в дальней зоне для разных типов анизотропии и законов неоднородности материала покрытия. Изучено влияние расходимости падающей волны, анизотропии и неоднородности покрытия на дифракционную картину.

В разделе 4.3 решена задача рассеяния плоской звуковой волны упругим цилиндром с неоднородным трансверсально-изотропным упругим покрытием в присутствии плоскости Γ (абсолютно жесткой и акустически мягкой).

В 4.3.1 решена прямая задача дифракции. Приближенное решение задачи получено при пренебрежении отражения от плоскости Γ волн, рассеянных телом, но с учетом рассеяния цилиндрическим телом волны, образующейся при отражении падающей плоской волны от плоскости. Потенциал скорости полного акустического поля Ψ представляется в виде

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_{S1},$$

где Ψ_0 , Ψ_1 и Ψ_{S1} – потенциалы скоростей волн: падающей, возникающей при отражении падающей плоской волны от плоскости и рассеянной цилиндром при воздействии на него волн с потенциалами Ψ_0 и Ψ_1 . Получено аналитическое описание волновых полей в жидкости, упругом изотропном цилиндре и трансверсально-изотропном неоднородном слое.

В 4.3.2 решена обратная задача об определении законов неоднородности трансверсально-изотропного покрытия упругого цилиндра, находящегося вблизи плоскости, обеспечивающих наименьшее отражение звука при дифракции плоской звуковой волны. Для решения использован метод, предложенный в

4.1.2. Рассчитаны зависимости интенсивности звукоотражения $I(\omega, \varphi)$ от волнового размера тела, имеющего покрытие с оптимальными законами неоднородности и без покрытия.

В главе 5 решены задачи дифракции звуковых волн на радиально-неоднородных упругих цилиндрах конечной длины.

В разделе 5.1 рассматриваются задачи дифракции на конечных цилиндрах, расположенных в безграничном пространстве.

В 5.1.1 решена задача дифракции плоской волны на цилиндре длины L с неоднородным изотропным покрытием (рис. 5.1).

Полагается, что цилиндр с покрытием шарнирно закреплен по торцам в бесконечные цилиндрические абсолютно жесткие и неподвижные экраны. В этом случае при $z = \pm L/2$ должны выполняться краевые условия, заключающиеся в отсутствии радиального и углового смещений, изгибающих моментов в продольном направлении и продольных сил, действующих на цилиндрическое тело.

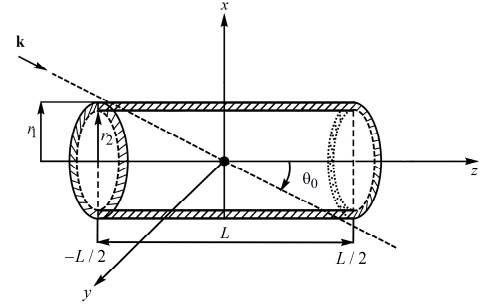


Рис. 5.1. Геометрия задачи 5.1.1

Рассеянное поле с учетом условий излучения на бесконечности ищется в виде

$$\Psi_S = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ihz} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(h) H_n(k_h r) \exp(in\varphi) dh, \quad k_h = \sqrt{k^2 - h^2}.$$

Волновые поля в однородном упругом цилиндре описываются уравнениями Гельмгольца (1.5), (1.6). Функции F , W , M с учетом условия ограниченности ищутся в виде

$$(F, W, M) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} (B_{nq} J_n(k_1 r) g_1, C_{nq} J_n(k_2 r) g_2, D_{nq} J_n(k_2 r) g_1), \quad (5.1)$$

где $k_1 = \sqrt{k_l^2 - k_q^2}$, $k_2 = \sqrt{k_\tau^2 - k_q^2}$, $g_1 = \sin[k_q(z + L/2)] \exp(in\varphi)$, $g_2 = \cos[k_q(z + L/2)] \exp(in\varphi)$, $k_q = \pi q / L$.

Волновые поля в неоднородном покрытии описываются системой уравнений (1.2), (1.4). Неизвестные компоненты вектора смещения ищутся в виде

$$(u_r, u_\varphi, u_z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} (U_{1nq}(r) g_1, U_{2nq}(r) g_1, U_{3nq}(r) g_2). \quad (5.2)$$

При таком выборе функций (5.1), (5.2) граничные условия при $z = \pm L/2$ выполняются автоматически. Коэффициенты $A_n(h)$, B_{nq} , C_{nq} , D_{nq} определяются из граничных условий (1.7), (1.8) на внешней и внутренней поверхностях покрытия. Для определения поля смещений в покрытии построена краевая задача для системы трех ОДУ.

Результирующее рассеянное поле Ψ_S определяется в виде второго слагаемого правой части уравнения (3.1), где интегрирование осуществляется по

боковой поверхности цилиндра Ω : $d\Omega = r_1 d\varphi_2 dz_2$, $\varphi_2 \in [0, 2\pi]$, $z_2 \in [-L/2, L/2]$, что вызвано необходимостью устранения вклада в рассеянное поле абсолютно жестких экранов и учета только рассеяния звука цилиндром конечной длины.

Были проведены расчеты частотных зависимостей амплитуды обратного рассеяния $|\Psi_S(\pi)/A|$ при разных значениях L/r_1 .

В 5.1.2 рассматривается случай, когда падающая звуковая волна является цилиндрической и излучается линейным источником, ось которого параллельна оси цилиндрического рассеивателя.

В 5.1.3 решена задача дифракции плоской звуковой волны на неоднородном упругом цилиндрическом слое конечной длины, в полости которого – вакуум. Решение проводится аналогично решению задачи в подразделе 5.1.1 и отличается тем, что на внутренней поверхности рассеивателя выполняются граничные условия (1.9).

В разделе 5.2 решена задача рассеяния плоской звуковой волны неоднородным упругим цилиндрическим слоем конечной длины, расположенным вблизи идеальной (абсолютно жесткой или акустически мягкой) поверхности. Волновые процессы в неоднородном цилиндрическом слое описываются аналогично изложенному в разделе 5.1.3, а учет переотражений между цилиндром и границей полупространства осуществляется как в разделе 4.3.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В диссертационной работе получила развитие теория дифракции звуковых волн. Получен ряд новых результатов, краткое содержание которых излагается ниже.

1. Построена математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на неоднородных упругих телах цилиндрической формы, граничащих с идеальной жидкостью.

2. Предложены подходы к решению прямых задач дифракции звуковых волн на упругих однородных цилиндрах с неоднородными покрытиями. Первый подход заключается в аналитическом описании акустического поля во внешней области в виде разложения по базисным решениям уравнения Гельмгольца и в построении краевой задачи для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений для определения волнового поля в неоднородном упругом слое. Второй подход отличается от первого в способе аналитического описания волнового поля во внешней области через распределение потенциала скорости и его нормальной производной на внешней поверхности цилиндрического рассеивателя с использованием интегрального уравнения Гельмгольца-Кирхгофа.

3. Получены новые решения прямых задач дифракции акустических волн (плоских, цилиндрических и сферических) на цилиндрических телах бесконечной и конечной длины, имеющих неоднородные и анизотропные упругие покрытия и расположенных как в свободном пространстве, так и в присутствии ограничивающих поверхностей (идеальных и упругих). Показано, что характер дифракции цилиндрических и сферических волн отличается от характера ди-

фракции плоской волны. Это отличие становится более выраженным при приближении источника к рассеивателю. Оценено влияние присутствия ограничивающих поверхностей на рассеянное акустическое поле. Выявлено существенное влияние неоднородности и анизотропии материала тел на рассеяние звука. Обнаружены характерные черты этого влияния. Изучены особенности рассеяния звука цилиндрическими телами конечной длины.

4. Получены решения обратных дифракционных задач для тел цилиндрической формы с радиально-неоднородными покрытиями. Осуществлено математическое моделирование неоднородных упругих покрытий. Найдены функциональные зависимости для физико-механических характеристик материала покрытий, обеспечивающие минимальное рассеяние звука в заданных угловом секторе и диапазоне частот.

5. Разработаны эффективные алгоритмы и программы для ЭВМ расчета характеристик рассеянных акустических полей и определения законов неоднородности материала покрытий.

Основные публикации по теме диссертации

Статьи в изданиях, индексируемых в системах WoS, Scopus, RSCI

1. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Рассеяние наклонно падающей плоской звуковой волны упругим цилиндром с неоднородным покрытием, находящимся вблизи плоской поверхности // *Чебышевский сборник*. 2020. Т. 21. Вып. 4. С. 369-381. DOI:10.22405/2226-8383-2020-21-4-369-381

2. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Дифракция цилиндрических звуковых волн на упругом цилиндре с радиально-неоднородным покрытием // *Чебышевский сборник*. 2021. Т. 22. Вып. 1. С. 460-472. DOI: 10.22405/2226-8383-2021-22-1-460-472

3. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Дифракция звуковых волн на упругом цилиндре с неоднородным покрытием, расположенном вблизи поверхности упругого полупространства // *Прикладная математика и механика*. 2021. Т. 85. Вып. 6. С. 779-791. DOI: 10.31857/S0032823521060114 = Tolokonnikov L.A., Efimov D.Yu. Diffraction of sound waves at an elastic cylinder with an inhomogeneous coating in the vicinity of the boundary of an elastic half-space // *Mechanics of Solids*. 2021. Vol. 56. № 8. P. 1657-1667. DOI: 10.3103/S0025654421080185

4. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Моделирование неоднородного анизотропного покрытия упругого цилиндра, обеспечивающего наименьшее отражение звука // *Чебышевский сборник*. 2022. Т. 23. Вып. 1. С. 293-311. DOI: 10.22405/2226-8383-2022-23-1-293-311

5. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Рассеяние плоской звуковой волны упругим цилиндром с неоднородным анизотропным покрытием в присутствии плоскости // *Чебышевский сборник*. 2022. Т. 23. Вып. 3. С. 207-223. DOI: 10.22405/2226-8383-2022-23-3-207-223

6. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Дифракция сферической звуковой волны на упругом цилиндре с неоднородным анизотропным покрытием // *Чебышевский сборник*. 2022. Т. 23. Вып. 4. С. 368-381. DOI: 10.22405/2226-8383-2022-23-4-368-381

7. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Рассеяние звуковых волн упругим цилиндром конечной длины с неоднородным покрытием // *Математическое моделирование*. 2023. Т. 35. Вып. 4. С. 3-23. DOI: 10.20948/mm-2023-04-01 = Tolokonnikov L.A., Efimov D.Yu. Scattering of sound waves by a finite length elastic cylinder with an inhomogeneous coating // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2023. Vol. 15. No. 5. P. 863-876. DOI: 10.1134/s2070048223050125

8. Добровольский Н.Н., Ефимов Д.Ю., Толоконников Л.А. Дифракция звуковых волн на неоднородной толстостенной упругой цилиндрической оболочке конечной длины // *Чебышевский сборник*. 2023. Т. 24. Вып. 5. С. 274-288. DOI: 10.22405/2226-8383-2023-24-5-274-288

9. Ефимов Д.Ю. Дифракция звука от точечного источника на упругом цилиндре с неоднородным покрытием, расположенном вблизи упругой границы // *Чебышевский сборник*. 2023. Т. 24. Вып. 5. С. 289-306. DOI: 10.22405/2226-8383-2023-24-5-289-306

10. Толоконников Л.А., Ефимов Д.Ю. Рассеяние упругим цилиндром с неоднородным покрытием звуковых волн, излучаемых произвольно расположенным линейным источником // Математическое моделирование. 2024. Т. 36. Вып. 1. С. 71-84. DOI: 10.20948/mm-2024-01-05 = Tolokonnikov L.A., Efimov D.Yu. Scattering by an elastic cylinder with an inhomogeneous coating of sound waves // Mathematical Models and Computer Simulations. 2024. Vol. 16. No. 3. P. 373-382. DOI: 10.1134/S2070048224700054

11. Ефимов Д.Ю. Рассеяние акустических волн неоднородной упругой цилиндрической оболочкой конечной длины в полупространстве // Прикладная математика и механика. 2024. Т. 88. Вып. 2. С. 299-312. DOI: 10.31857/S0032823524020096

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

12. Ефимов Д.Ю. Программа определения оптимальных параметров неоднородности анизотропного покрытия упругого цилиндра в присутствии плоской поверхности, обеспечивающих наименьшее отражение звука. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2022681787, 16.11.2022. 1с.

13. Ефимов Д.Ю. Программа расчета амплитуды рассеянного поля в задаче о дифракции цилиндрической звуковой волны на бесконечном круговом упругом цилиндре с трансверсально-изотропным неоднородным покрытием. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2022681789, 16.11.2022. 1с.

Статьи в других научных изданиях

14. Ефимов Д.Ю. Дифракция сферической звуковой волны на упругом цилиндре с непрерывно-неоднородным покрытием, расположенном вблизи границы упругого полупространства // Сб. трудов XXXV сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2023. С. 515-520. DOI:10.34756/GEOS.2023.17.38491

15. Ефимов Д.Ю., Толоконников Л.А. О рассеянии звуковых волн упругим цилиндром с неоднородным покрытием, расположенным вблизи границы упругого полупространства // Материалы XXIX международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. М.: ООО «ТРП», 2023. С. 117-119.

16. Ефимов Д.Ю. Исследование акустического поля, рассеянного конечной неоднородной упругой цилиндрической оболочкой, расположенной вблизи плоской поверхности, с использованием теоретико-числовых методов // Сб. трудов международной научн. конф. «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2024. С. 1068-1074.

17. Ефимов Д.Ю., Толоконников Л.А. Рассеяние неоднородной толстостенной упругой цилиндрической оболочкой звуковых волн, излучаемых линейным источником, расположенным непараллельно оси цилиндра // Материалы XXX международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. М.: ООО «ТРП», 2024. С. 97-99.

18. Ефимов Д.Ю. Дифракция цилиндрических звуковых волн упругим цилиндром конечной длины с неоднородным покрытием // Сб. трудов XXXVI сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2024. С. 528-534. DOI: 10.34756/GEOS.2024.17.38890

Авторское редактирование

Подписано в печать 11.03.2025.

Формат бумаги 70x100 1/16. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 1,3.

Тираж 100 экз. Заказ 002а

Отпечатано в Издательстве ТулГУ
300012, г. Тула, просп. Ленина, 95