На правах рукописи

Турков Павел Анатольевич

МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ РАСПОЗНАВАНИЮ ОБРАЗОВ В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ РЕШАЮЩЕГО ПРАВИЛА

Специальность 05.13.18 —
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Тула — 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет»

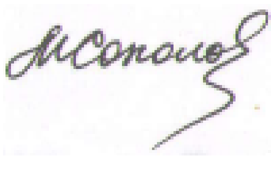
Научный руководитель:	кандидат физико-математических наук, доцент **Красоткина Ольга Вячеславовна**
Официальные оппоненты:	**Стрижов Вадим Викторович,** доктор физико-математических наук, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Научный сотрудник сектора №17 «Интеллектуальный анализ данных»
	Бурнаев Евгений Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент, центр по научным и инженерным вычислительным технологиям для задач с большими массивами данных Сколковского института науки и технологий, доцент центра
Ведущая организация:	ФГУП «Государственный научный центр «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем»» (ГосНИИАС)

Защита диссертации состоится 26 декабря 2017 года в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 212.271.05 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, Тула, пр. Ленина 92, (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г.Тула, пр. Ленина 92 и на сайте http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/turkov-pa/.

Автореферат разослан 26 октября 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.271.05, доктор физико-математических наук, доцент



Соколова Марина Юрьевна

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Актуальность проблемы распознавания образов в первую очередь обусловлена быстрым увеличением объемов получаемой информации и необходимостью в максимально быстрой и качественной ее обработке, а также в решении проблем хранения и передачи этой информации в сжатой форме.

В классической постановке задачи распознавания универсальное множество, называемое генеральной совокупностью, разбивается на части-образы, также называемые классами. Образ какого-либо объекта задается набором его частных проявлений. Методика отнесения элемента к какому-либо образу называется решающим правилом. В диссертационной работе рассматривается задача обучения с учителем, т.е. для построения решающего правила будет использоваться некоторое множество объектов, на которых известна их скрытая характеристика – образ (класс), к которому данный объект относится. Наиболее известной и изученной является ситуация, когда распознавание производится на множестве выбранных из генеральной совокупности объектов, свойства которых не изменяются со временем. Однако существует достаточно большое количество практических задач, в которых свойства наблюдаемого объекта или явления могут существенным образом измениться в процессе обучения и, если это изменение не будет учтено в алгоритме обучения, построенное решающее правило будет обладать плохой обобщающей способностью.

Первая **проблемная ситуация** состоит в том, что в процессе обучения влияние каких-то скрытых факторов может привести к большим или меньшим изменениям в генеральной совокупности и, как следствие, в решающем правиле. Существующие методы распознавания, применимые для работы в условиях нестационарности решающего правила, можно разделить на две группы: методы, использующие один классификатор, и методы, основанные на ансамбле классификаторов.

Алгоритмы, использующие для обработки поступающих объектов одно решающее правило, делятся в свою очередь на две группы в зависимости от подхода к использованию информации об объектах. Первый подход эксплуатирует идею отбора наиболее релевантных объектов для повторного обучения решающего правила. Предположения о релевантности могут основываться на каких-то априорных соображениях или же на дополнительных методах измерения важности каждого объекта и его вклада в решающее правило. Второй подход эксплуатирует способность некоторых существующих алгоритмов обучения в ходе работы присваивать веса обрабатываемым объектам. Веса могут назначаться исходя из важности объекта или его возраста.

Вторую большую группу методов обучения в условиях нестационарности решающего правила составляют методы, основанные на комбинировании классификаторов. В этом случае на множестве всех объектов обучающей выборки строится семейство решающих правил, которые объединяются затем на основе некоторого критерия.

Общим недостатком существующих методов распознавания в нестационарной генеральной совокупности является то, что они основаны на эвристиках, конкретный набор которых зависит от специфики решаемой задачи.

Для разрешения этой проблемной ситуации в настоящей диссертации используется специальная байесовская постановка задачи обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности. Основная идея байесовской постановки заключается в построении системы вероятностных предположений о плотностях распределения объектов, определяемых объективно существующей, но неизвестной гиперплоскостью при некоторых априорных предположениях о распределениях ее параметров. Для описания динамической составляющей модели параметры этой гиперплоскости понимаются как случайные стационарные марковские процессы, при этом параметр распределения направляющего вектора является структурным параметром, регулирующим сложность построенной модели.

Другая **проблемная ситуация** состоит в том, что поскольку единственным источником информации об исследуемом концепте являются объекты обучения, необходимо постоянное пополнение обучающего множества объектами, содержащими наиболее адекватные на данный момент данные о состоянии генеральной совокупности, что означает практически постоянный рост размера обучающей выборки. Возникает задача инкрементного обучения, когда после завершения построения решающего правила по заданному обучающему множеству в распоряжение разработчика поступают дополнительные объекты с известной для них скрытой характеристикой, которые было бы желательно использовать для дополнительного обучения, т.е. коррекции уже созданного классификатора.

Для разрешения этой проблемной ситуации предлагается использование в дополнение к упомянутому выше описанию параметров на основе марковских случайных процессов методов динамического программирования, позволяющих производить оценку параметров модели, основываясь на ранее полученных значениях.

Третья **проблемная ситуация** заключается в том, что также как и для классической задачи распознавания образов, для задач распознавания в нестационарной генеральной совокупности актуальной является проблема переобучения, которая характеризуется плохой обобщающей способностью решающего правила, построенного по обучающей выборке. Как правило, данная проблема решается с помощью применения методов отбора адекватной признаковой информации. Основная идея такого подхода основана на предположении о наличии в исходном множестве данных нерелевантных признаков, влияние которых может уменьшить качество распознавания решающего правила, или избыточных признаков. Удаление таких признаков позволяет улучшить скорость и точность работы алгоритма обучения (Zhou, 2014).

В соответствии с применяемыми в них критериями и методологиями среди методов отбора признаков для задач обучения с учителем можно выделить три группы: методы фильтрации, методы-обертки (wrapper methods) и встроенные методы.

– методы фильтрации Данный подход, как описано в (Dash, 2008) или (Bekkerman, 2003) удаляет нерелевантные признаки из исходного признакового набора, после чего передает полученное множество непосредственно алгоритму обучения.
– методы-обертки Релевантный признаковый набор выбирается исходя из результатов применения алгоритма классификации. В этом случае метод отбора признаков основывается на выделении подмножеств признаков и оценивании на каждом таком подмножестве параметров решающего правила, (Kohavi, 1997). Целью метода является обнаружение признакового подмножества, на котором была получена наилучшая оценка с точки зрения качества распознавания.
– встроенные методы В данной группе содержатся методы обучения, включающие в себя и алгоритм классификации и способность отбора признаковой информации. Таким образом, создание релевантного признакового подмножества производится в процессе оценки параметров модели (Bi, 2003), (Zhou, 2010).

Для разрешения этой проблемной ситуации логично использовать какой-либо встроенный метод отбора признаков, так как в задачах обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности вся обучающая совокупность, как правило, не хранится из-за ее потенциально бесконечной длины, что делает невозможным применение фильтров. В диссертационной работе предлагается ввести в модель генеральной совокупности дополнительное априорное распределение для параметров разделяющей гиперплоскости с тем, чтобы сделать возможным автоматический отбор признаков при заданном уровне селективности модели, который определяется соответствующим структурным параметром.

Четвертая и последняя **проблемная ситуация** заключается в настройке структурных параметров метода обучения, которыми являются уровень сложности искомой зависимости и параметр селективности отбора признаковых переменных, и которые принципиально невозможно выбрать из условия наилучшей аппроксимации обучающей совокупности.

В теории машинного обучения литература на тему выбора модели достаточно обширна. В частности, на практике для оценки обобщающей способности класса моделей и последующим выборе «наилучшей» обычно применяются методы кросс-валидации. Методы данной группы резервируют часть исходной выборки для обучения алгоритма, а оставшуюся часть используют для контроля качества. Выполняя некоторое достаточно большое количество независимых разбиений исходной выборки на обучение и контроль, в качестве оценки обобщающей способности модели предлагается брать среднее арифметическое значений качества контроля, вычисленных на каждом этапе разбиения. Другой способ выбора структурных параметров модели предлагает теоретически оценивать на сколько качество обучения, вычисленное по исходной выборке, участвующей в обучении, отличается от истинного в зависимости от данных обучения и сложности класса решающих правил (значения структурного параметра). В основе таких методов лежит идея вычисления «эффективной» размерности модели. Неоднозначность выбора меры «сложности» модели, а значит и ее «эффективной» размерности, привела к широкому разнообразию критериев: информационный критерий Акаике (AIC, 73), BIC (Schwarz, 78), TIC (Takeuchi, 76), NIC (Neural Information Criteria, Murata et. Al, 94), критерий Мэллоуса (Mallows, 73). Основной проблемой этой группы методов является построение меры «сложности», что для ряда семейств моделей крайне трудоемко и зачастую невозможно.

Для разрешения этой проблемной ситуации в данной работе используется адаптация метода скользящего контроля для условия поступления объектов обучающей выборки на протяжении некоторого временного отрезка. Предлагаемый метод построен на использовании процедуры динамического программирования «вперед-и-навстречу», основанной на понятии левой и правой функций Беллмана, раздельное вычисление которых позволило построить эффективную в вычислительном отношении процедуру скользящего контроля для подбора структурных параметров.

Объект исследования: задачи распознавания образов, в которых эмпирическая зависимость между скрытыми и наблюдаемыми характеристиками исследуемого явления или объекта изменяется с течением времени.

Предмет исследования: методология обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности и в режиме реального времени.

Целью является разработка алгоритмически эффективных методов обучения распознаванию образов с высокой обощающей способностью на данных, полученных от исследуемого явления или объекта, свойства которых изменяются с течением времени.

Для достижения поставленной цели в работе сформулированы и решены следующие **задачи исследования**:

– Постановка задачи обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности с предположением о марковском характере зависимости между параметрами решающего правила в соседние моменты времени. Предлагаемая постановка задачи должна обеспечивать отбор признаков в процессе обучения.
– Разработка неитерационного алгоритма решения задачи обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности в режиме реального времени на основе модели логистической регрессии и метода динамического программирования.

– Разработка неитерационного алгоритма решения задачи обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности в режиме реального времени на основе модели метода опорных векторов и метода динамического программирования.
– Разработка итерационного алгоритма подбора параметров разработанных методов обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности на основе метода скользящего контроля и метода динамического программирования.
– Экспериментальное исследование разработанных методов обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности.

Методы исследования. Теоретическое исследование базируется на общих принципах линейной алгебры, методе опорных векторов, методах выпуклой оптимизации и основах байесовской теории принятия решений. Экспериментальное исследование проводилось с использованием программно-алгоритмического комплекса, разработанного автором.

Научная новизна: В данной работе впервые сформулирован вероятностный подход к проблеме обучения в условиях несационарной генеральной совокупности. Предложены два семейства параметрических вероятностных моделей обучающей совокупности и вытекающий из него класс линейных решающих правил и критериев обучения. Разработаны соответствующие алгоритмы апостериорного оценивания разделяющей гиперплоскости, реализующие байесовский принцип обучения с заданной селективностью отбора признаков объектов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Общая математическая постановка задачи обучения двухклассовому распознаванию образов в линейном пространстве признаков для нестационарной генеральной совокупности.
2. Вероятностная модель динамики параметров решающего правила в нестационарной генеральной совокупности.
3. Концепция парно-сепарабельной квадратичной целевой функции с последовательной смежностью векторных переменных и индивидуальными линейными ограничениями на переменные как критерия оценивания нестационарной разделяющей гиперплоскости
4. Асимптотически точный итерационный метод оценивания модели нестационарной разделяющей гиперплоскости путем решения соответствующей задачи парно-сепарабельного квадратичного программирования, основанный на методе наискорейшего спуска, использующий на каждой итерации метод динамического программирования и имеющий линейную вычислительную сложность относительно числа векторных переменных.
5. Концепция квадратичной аппроксимации неквадратичной функции Беллмана как основного принципа приближенного неитерационного

решения задачи парно-сепарабельного квадратичного программирования для оценивания параметров нестационарной разделяющей гиперплоскости.
6. Неитерационный алгоритм оценивания параметров нестационарной гиперплоскости путем приближенного решения соответствующей задачи парно-сепарабельного квадратичного программирования на основе процедуры динамического программирования.
7. Априорная иерархическая вероятностная модель параметров восстанавливаемой нестационарной зависимости, позволяющая осуществлять селективное комбинирование признаковой информации
8. Итерационная процедура оценивания параметров нестационарной генеральной совокупности, позволяющая наряду с определением оптимального направляющего вектора и зазора отбирать релевантную признаковую информацию.
9. Применение приближенной процедуры динамического программирования для определения структурных параметров селективности и сглаживания при оценивании нестационарной модели.

Практическая значимость заключается в том, что разработанные алгоритмы позволяют строить решающие правила распознавания образов при заведомо избыточном множестве признаков представления объектов и относительно малом объеме обучающей совокупности без опасности снижения обобщающей способности результата обучения.

Благодарность Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю к.ф.-м.н. Красоткиной Ольге Вячеславовне за формирование и воспитание научной личности автора. Автор благодарен проф., д.т.н. Моттлю Вадиму Вячеславовичу и коллективу кафедры «Информационная безопасность» ТулГУ за их помощь и поддержку в научной деятельности, а также ряду других лиц, способствовавших появлению данной работы.

Достоверность подтверждается доказанными математическими утверждениями и модельными экспериментами. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

– The 4th International Conference on Pattern Recognition and Machine Intelligence, Moscow, Russia, 2011
– 15-я Всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов», Петрозаводск, 2011
– 8th International Conference «Machine Learning and Data Mining in Pattern Recognition», Berlin, Germany, 2012
– 9-я международная конференция «Интеллектуализация обработки информации», Будва, Черногория, 2012
– 16-я Всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов», Казань, 2013

- The 5th International Conference on Pattern Recognition and Machine Intelligence, Kolkata, India, 2013
- 10-я международная конференция «Интеллектуализация обработки информации», Крит, 2014
- 11-я международная конференция «Интеллектуализация обработки информации», Барселона, Испания, 2016

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 13 печатных изданиях [1–13], 7 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [2; 4; 6–8; 10; 12], 5 — в тезисах докладов [1; 3; 5; 9; 13].

Диссертационная работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ 14-07-00964, 12-07-13142, 11-07-00634, 12-01-31524.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований по разработке методов и алгоритмов распознавания образов в нестационарной генеральной совокупности, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена постановке задачи обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности, приведены примеры практических задач, данные в которых имеют нестационарный характер, представлено описание существующих методов решения, их достоинств и недостатков, обозначены основные задачи исследования.

Рассмотрим задачу классификации объектов (образов) генеральной совокупности Ω. Предположим, что существует некоторое распределение D на множестве всех объектов Ω, генерирующее ω_i, кроме того, предположим, что образы являются независимыми. Пусть каждый объект $\omega \in \Omega$ представлен точкой в линейном признаковом пространстве $\mathbf{x}(\omega) = \big(x^1(\omega), \ldots, x^n(\omega)\big) \in \mathbb{R}^n$, а его скрытая принадлежность к одному из двух классов описывается индексом класса $y(\omega) \in \{1, -1\}$. Далее, сформулируем следующее дополнительное условие: пусть свойства распределения D изменяются с течением времени случайным, независящим от нас образом. Тогда каждый объект генеральной совокупности $\omega \in \Omega$ рассматривается только вместе с моментом времени его получения (ω, t) и в результате обучающее множество приобретает вид $\big\{(\mathbf{X}_t, \mathbf{Y}_t, t)\big\}_{t=1}^{T}$, $(\mathbf{X}_t, \mathbf{Y}_t) = \big\{(\mathbf{x}_{k,t}, y_{k,t})\big\}_{k=1}^{N_t}$ - подмножество объектов, поступивших в момент времени t.

Во **второй главе** представлена иерархическая вероятностная модель с регулируемой селективностью. Одним из компонентов данной модели является модельное описание свойств нестационарности решающего правила. Основываясь на классическом подходе к проблеме обучения (Vapnik, 1998), модель генеральной совокупности представлена линейной дискриминантной функцией в $\mathbb{R}^n$ в виде гиперплоскости с направляющим вектором $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ и параметром положения $b \in \mathbb{R}$. Таким образом предполагается, что $f\big(\mathbf{x}(\omega)\big) = \mathbf{a}^T\mathbf{x} + b > 0$ если $y(\omega) = 1$, и < 0 если $y(\omega) = -1$. Однако данная модель не учитывает динамическую составляющую, поэтому будем предполагать, что поведение нестационарной генеральной совокупности описывается зависимой от времени гиперплоскостью $f_t\big(\mathbf{x}(\omega)\big) = \mathbf{a}_t^T\mathbf{x} + b_t$ где $\mathbf{a}_t$ и b_t - неизвестные функции времени. Ключевым элементом предлагаемой модели является понимание зависящих от времени параметров гиперплоскости, как случайных стационарных марковских процессов

$$\begin{aligned} &\mathbf{a}_t = q\mathbf{a}_{t-1} + \boldsymbol{\xi}_t, M\left(\boldsymbol{\xi}_t\right) = \mathbf{0}, M(\boldsymbol{\xi}_t\boldsymbol{\xi}_t^T) = d\mathbf{I}, \\ &b_t = b_{t-1} + \nu_t, M\left(\nu_t\right) = 0, M(\nu_t^2) = d', 0 \le q < 1, \end{aligned} \tag{1}$$

где дисперсии d и d' определяют скрытую динамику изменений в генеральной совокупности. $\boldsymbol{\xi}_t$ and ν_t - белый шум.

Теорема 1. *Для случайного стационарного процесса* (1) *справедливо соотношение* $q = \sqrt{1-d}$

Совместная априорная плотность распределения параметров $\mathbf{a}_t, b_t$ будет иметь вид:

$$\psi(\mathbf{a}_t, b_t|\mathbf{a}_{t-1}, b_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi d'}}\exp\left(-\frac{1}{2d'}(b_t - b_{t-1})^2\right) \cdot \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\prod_{i=1}^n dr_i}} \cdot$$
$$\cdot \exp\left(-\frac{1}{2d}(\mathbf{a}_t - \sqrt{1-d}\mathbf{a}_{t-1})^T diag\left\{\frac{1}{r_1}, \frac{1}{r_2}, \ldots, \frac{1}{r_n}\right\}(\mathbf{a}_t - \sqrt{1-d}\mathbf{a}_{t-1})\right)$$

Тогда априорная плотность распределения скрытой последовательности параметров гиперплоскости может быть записана в виде

$$\Psi(\mathbf{a}_t, b_t, t = 1, \ldots, T) = \prod_{t=1}^{T}\psi_t(\mathbf{a}_t, b_t|\mathbf{a}_{t-1}, b_{t-1}).$$

Другим важным компонентом используемой иерархической модели является механизм отбора признаков, идея которого заключается в добавлении вероятностного распределения для дисперсий параметров решающего правила, которые подлежат оцениванию в процессе обучения. Регулирование параметров этого распределения производится с помощью одного гиперпараметра, который позволяет настраивать желаемый уровень селективности модели. В качестве модельного распределения для дисперсий $\mathbf{r}$ предлагается гамма-распределение:

$$\gamma\big(1/r_i|\alpha, 1/\beta\big) \propto \big(\frac{1}{r_i}\big)^{\alpha-1} \cdot \exp\big(-\frac{\beta}{r_i}\big) \tag{2}$$

с математическим ожиданием $E(1/r_i) = \alpha/\beta$ и дисперсиями $E((1/r_i)^2) = \alpha/\beta$. Для уменьшения вычислительной сложности и упрощения процедуры подбора параметров предлагается описание α и β как функций от μ, значение которого определяется исходя из выражений $\alpha = (1+\mu)^2/2\mu, \beta = 1/2\mu$.

Третья глава содержит описание двух наиболее часто используемых моделей для описания объектов генеральной совокупности. Первая из них

(Tatarchuk, 2008) основана на вероятностной постановке метода опорных векторов. В данной работе используется адаптация этой модели для нестационарной генеральной совокупности, ее модельное представление в виде несобственных распределений двух классов в пространстве признаков может быть записано как:

$$\phi\left(\mathbf{x}|\mathbf{a}_t,b_t,y;c\right)=\begin{cases}1, y\left(\mathbf{a}_t^T\mathbf{x}+b_t\right)\geq 1,\\ e^{-c\left(1-y\left(\mathbf{a}_t^T\mathbf{x}+b_t\right)\right)}, y\left(\mathbf{a}_t^T\mathbf{x}+b_t\right)<1,\end{cases} \tag{3}$$

Еще одной моделью, используемой в данной работе является логистическая регрессия (Bishop, 2006), в этом случае апостериорная вероятность принадлежности к одному из двух классов для объекта $y_{j,t}=\pm 1$ может быть выражена в виде логистической функции от его вектора признаков $\mathbf{x}_{j,t}$:

$$\phi(\mathbf{x}|y,\mathbf{a},b)=\left[1+\exp\left(-\frac{2}{\sigma^2}y(\mathbf{a}^T\mathbf{x}+b)\right)\right]^{-1}.$$

В **четвертой главе** представлены критерии обучения, построенные с использованием моделей генеральной совокупности, описанных в предыдущей главе. Оценивание параметров иерархической модели предполагается производить при помощи метода покоординатного спуска, который состоит в поочередной фиксации парамеров решающего правила $\mathbf{w}_t=[\mathbf{a}_t,b_t]$ и параметра селективности $\mathbf{r}$ и последующем решении получаемых оптимизационных критериев относительно свободной целевой переменной. При этом критерий для параметра селективности $\mathbf{r}$ при зафиксированном $\mathbf{w}_t$ получается один и тот же как для модели опорных векторов, так и для модели логистической регрессии, а его оптимальное значение может быть найдено по конечной формуле:

$$r_i=1+\frac{\mu}{d}\sum_{t=1}^{T}(w_{t,i}-\sqrt{1-d}w_{t-1,j})^2+\mu w_{0,i}^2$$

Оптимизационная задача для последовательности параметров решающего правила $\mathbf{w}_t, t=1,...,T$ является гораздо более сложной.

Поэтому в следующей **пятой главе** рассмотрен асимптотически точный метод оптимизации двойственной формы критерия обучения распознаванию образов нестационарной генеральной совокупности при кусочно-линейной функции потерь. Достоинством метода является возможность получения решения с любой требуемой точностью. Недостатком метода является сложность подбора структурных параметров нестационарности, для чего приходится многократно решать задачу оптимизации для разных значений парамеров, что при больших объемах обучающей выборки вычислительно неприемлемо. Кроме того для задачи обучения распознаванию образов с сигмоидной функцией потерь реализация асимптотического метода приводит к очень ресурсоемким процедурам.

Для преодоления этих недостатков в следующем **шестом разделе** предложен приближенный метод оптимизации критерия нестационарной функции потерь, основанный на методе динамического программирования. Так как целевые функции в критериях обучения являются парно-сепарабельными, для оценки их параметров может быть использован общий принцип динамического программирования, основанный на понятии последовательности функций Беллмана

$$\tilde{J}_t(\mathbf{z}_t) = \min_{\mathbf{z}_0,\ldots,\mathbf{z}_{t-1}} J_t([\mathbf{z}_s]_{s=1}^{t}), [\mathbf{z}_s \in Z_s]_{s=1}^{t-1},$$

связанных с частичными критериями

$$J(\mathbf{z}_1,\ldots,\mathbf{z}_t) = \sum_{s=1}^{t} \zeta_s(\mathbf{z}_s) + \sum_{s=2}^{t} \gamma_s(\mathbf{z}_{s-1},\mathbf{z}_s). \tag{4}$$

Функции Беллмана реккурентно пересчитываются для $t = 1,\ldots,T$ в соответствии со следующим фундаментальным свойством

$$\tilde{J}_t(\mathbf{z}_t) = \zeta_t(\mathbf{z}_t) + \min_{\mathbf{z}_{t-1}} \left[\gamma_t(\mathbf{z}_{t-1},\mathbf{z}_t) + \tilde{J}_{t-1}(\mathbf{z}_{t-1})\right], \tag{5}$$

которое называется прямым реккурентным соотношением.

Процедура оптимизации основана на предположении, что существует соответствующая форма функций Беллмана, подходящая для хранения этих функций в памяти. В нашем случае предыдущая функция Беллмана для обоих критериев — модели опорных векторов и модели логистической регрессии — является неквадратичной. В первом случае из-за наличия ограничений, а во втором — из-за логарифмического слагаемого, что делает невозможным реализацию процедуры динамического программирования.

Общая идея решения подобных проблем описана в (Красоткина, 2008) и состоит в приближенной реализации процедуры динамического программирования, которая основана на подстановке вместо функций

$$F_t(\mathbf{z}_t) = \min_{\mathbf{z}_{t-1}\in Z_{t-1}} \left[\gamma_t(\mathbf{z}_{t-1},\mathbf{z}_t) + \tilde{J}_{t-1}(\mathbf{z}_{t-1})\right]$$

их подходящих квадратичных форм

$$\bar{F}_t(\mathbf{z}_t) = \bar{c}_t + (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T \bar{\mathbf{Q}}_t(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)$$

Тогда следующие аппроксимации функций Беллмана будут также квадратичными и станет возможна реализация процедуры динамического программирования. Таким образом квадратичная аппроксимация другой функцией Беллмана состоит в выборе подходящих значений параметров $(\bar{c}_t,\bar{\mathbf{z}}_t,\bar{\mathbf{Q}}_t)$ квадратичных функции $\hat{F}_t(\mathbf{z}_t)$ с сохранением основных особенностей исходной, вообще говоря, неквадратичной функции. Такими особенностями являются положение точек минимума функции $\bar{\mathbf{z}}_t = \arg\min F_t(\mathbf{z}_t)$, значения в точках минимума $\bar{c}_t = \min F_t(\mathbf{z}_t)$, а также матрица вторых производных в точке минимума $\bar{\mathbf{Q}}_t = \nabla^2 F_t(\mathbf{z}_t)\big|_{\arg\min F_t(\mathbf{z}_t)}$.

Теорема 2. *Пусть целевая функция $J(\mathbf{z}_0,\ldots,\mathbf{z}_T)$ имеет вид:*

$$\mathbf{z}'^T_0 \mathbf{Q}^0 \mathbf{z}'_0 + \sum_{t=1}^{T} C\mathbf{e}_t^T \mathbf{z}''_t + \sum_{t=2}^{T} (\mathbf{z}'_t - \mathbf{A}\mathbf{z}'_{t-1})^T \mathbf{U}(\mathbf{z}'_t - \mathbf{A}\mathbf{z}'_{t-1}) \to \min_{\mathbf{z}_0,\ldots,\mathbf{z}_T}$$

при ограничениях

$$\mathbf{g}_{t,j}^T \mathbf{z}_t' + z_{t,j}'' - 1 \geq 0, j = 1, \ldots, N_t, t = 1,...,T$$

$$z_{t,j}'' > 0, j = 1, \ldots, N_t, t = 1,...,T$$

а функция Беллмана является неквадратичной и может быть записана как:

$$\tilde{J}_t(\mathbf{z}_t) = (\mathbf{z}_t' - \mathbf{z}_t^0)^T \mathbf{Q}_t^0 (\mathbf{z}_t' - \mathbf{z}_t^0) + C\mathbf{e}_t^T \mathbf{z}_t'' + F_t(\mathbf{z}_t)$$

Тогда параметры аппроксимации $(\bar{c}_t, \bar{\mathbf{z}}_t, \bar{\mathbf{Q}}_t)$

$$\bar{F}_t(\mathbf{z}_t) = \bar{c}_t + (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T \bar{\mathbf{Q}}_t (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)$$

могут быть вычислены следующим образом:

$$\dot{\mathbf{z}}_{t-1} = \arg \min_{\substack{\mathbf{z}_{t-1} \\ \mathbf{g}_j^T \mathbf{z}'_{t-1} + z_j'' - 1 \geq 0, j=1,\ldots,N_{t-1} \\ \mathbf{z}''_{t-1} \geq 0}} \left[(\mathbf{z}'_{t-1} - \tilde{\mathbf{z}}_{t-1})^T \widetilde{\mathbf{Q}}_{t-1} (\mathbf{z}'_{t-1} - \tilde{\mathbf{z}}_{t-1}) + C\mathbf{e}_{t-1}^T \mathbf{z}''_{t-1} \right]$$

$$\dot{\mathbf{z}}_{t-1} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}'_{t-1} \\ \dot{\mathbf{z}}''_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{z}}_t = \mathbf{A}\mathbf{z}'_{t-1}$$

$$\bar{c}_t = \tilde{c}_{t-1} + C\mathbf{e}_{t-1}^T \dot{\mathbf{z}}_{t-1}'' + (\dot{\mathbf{z}}'_{t-1} - \tilde{\mathbf{z}}_{t-1})^T \widetilde{\mathbf{Q}}_{t-1} (\dot{\mathbf{z}}_{t-1}' - \tilde{\mathbf{z}}_{t-1})$$

$$\bar{\mathbf{Q}}_t = \mathbf{U}^T \mathbf{A} \left(\mathbf{H}_{t-1}^{11} \right)^T \widetilde{\mathbf{Q}}_{t-1} \mathbf{H}_{t-1}^{11} \mathbf{A}^T \mathbf{U} + \left(\mathbf{A}\mathbf{H}_{t-1}^{11} \mathbf{A}^T \mathbf{U} - \mathbf{I} \right)^T \mathbf{U} \left(\mathbf{A}\mathbf{H}_{t-1}^{11} \mathbf{A}^T \mathbf{U} - \mathbf{I} \right)$$

где $\mathbf{H}_{t-1}^{11}$ *- верхний левый блок размерности* $(n+1) \times (n+1)$ *матрицы*

$$\mathbf{H}_{t-1} = \begin{pmatrix} \widetilde{\mathbf{Q}}_{t-1} + \mathbf{A}^T \mathbf{U} \mathbf{A} & -\mathbf{G}'^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{G}''^T \\ \mathbf{G}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}'^T & \mathbf{V}''^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}'' & \mathbf{0} & \mathbf{V}'' & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}^{-1}$$

Теорема 3. *Пусть целевая функция имеет вид:*

$$J(\mathbf{z}_0, \ldots, \mathbf{z}_T) = \mathbf{z}_0^T \mathbf{Q}^0 \mathbf{z}_0 + \sum_{t=0}^{T} \sum_{j=1}^{N_t} \ln \left(1 + \exp \left(-C\mathbf{g}_{t,j}^T \mathbf{z}_t \right) \right) + \\ + \sum_{t=1}^{T} (\mathbf{z}_t - \mathbf{A}\mathbf{z}_{t-1})^T \mathbf{U} (\mathbf{z}_t - \mathbf{A}\mathbf{z}_{t-1}) \to \min_{\mathbf{z}_0, \ldots, \mathbf{z}_T}$$

а функция Беллмана является неквадратичной и может быть записана как:

$$\tilde{J}_t(\mathbf{z}) = (\mathbf{z}_t - \mathbf{z}_t^0)^T \mathbf{Q}_t^0 (\mathbf{z}_t - \mathbf{z}_t^0) + \sum_{j=1}^{N_t} \ln \left(1 + \exp \left(-C\mathbf{g}_{t,j}^T \mathbf{z}_t \right) \right) + F_t(\mathbf{z}_t)$$

Тогда параметры аппроксимации $(\bar{c}_t, \bar{\mathbf{z}}_t, \bar{\mathbf{Q}}_t)$

$$\bar{F}_t(\mathbf{z}_t) = \bar{c}_t + (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T \bar{\mathbf{Q}}_t (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)$$

могут быть вычислены по формулам:

$$\bar{\mathbf{Q}}_t = \mathbf{AUA} + \tilde{\mathbf{Q}}_{t-1}$$

$$\bar{\mathbf{z}}_t = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{AUA}\mathbf{z}_{t-1} + \tilde{\mathbf{Q}}_{t-1}(\mathbf{z}_{t-1} - \tilde{\mathbf{z}}_{t-1}))$$

В **седьмой части** содержится описание метода подбора оптимального значения параметра селективности μ, для чего в работе предлагается использование метода скользящего контроля, в ходе реализации которого во входном потоке выкалываются объекты, соответствующие одному моменту времени t^*, тогда функции Беллмана для отсчетов $t < t^*$ называются левыми функциями Беллмана:

$$J_t^-(\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_t) = \sum_{s=1}^{t} \zeta_t(\mathbf{z}_s) + \sum_{s=2}^{t} \gamma_s(\mathbf{z}_{s-1}, \mathbf{z}_s), \tilde{J}_t^-(\mathbf{z}_t) = \min_{\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_{t-1}} J_t^-(\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_t),$$

а для $t > t^*$ - соответственно правыми:

$$J_t^+(\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_t) = \sum_{s=t}^{T} \zeta_t(\mathbf{z}_s) + \sum_{s=t+1}^{T-1} \gamma_s(\mathbf{z}_{s-1}, \mathbf{z}_s), \tilde{J}_t^+(\mathbf{z}_t) = \min_{\mathbf{z}_{t+1}, \ldots, \mathbf{z}_N} J_t^+(\mathbf{z}_t, \ldots, \mathbf{z}_T),$$

Аппроксимации функций Беллмана обоих видов предполаются квадратичными, и их параметры могут быть вычислены в полном соответствии с выражениями, описанными в шестой главе.

Восьмая глава содержит экспериментальные исследования предложенных методов на модельных и реальных данных. В качестве модельных данных использовались искусственно сгенерированные тестовые выборки объектов двух равновероятных классов, признаковые описания которых представлены многомерным нормальным распределением, центры которого в процессе эксперимента вращаются относительно начала координат. Для испытаний методов на данных реальной природы было выбрано множество данных, которое содержит описание информационных процессов в компьютерной сети, подвергающейся взлому. Поскольку методы злоумышленников, занимающихся компьютерным взломом, постоянно совершенствуются, следовательно, указанная проблема может трактоваться как задача распознавания при наличии изменений в исследуемом явлении. Полученные в рамках диссертационной работы результаты экспериментального исследования иллюстрируют полезность предложенных методов обучения в сравнении с известными образцами.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Сформулирована общая байесовская постановка задачи обучения распознаванию образов с отбором признаков в нестационарной генеральной совокупности.
2. Сформулированы две новые частные априорные вероятностные модели нестационарной генеральной совокупности.
3. Разработаны два метода и два соответствующих алгоритма апостериорного оценивания параметров разделяющей гиперплоскости, ре-

ализующих байесовский принцип обучения при выбранных априорных предположениях о нестационарной генеральной совокупности объектов двух классов.
4. Экспериментально получены количественные оценки эффективности предложенных методов обучения на модельных данных и данных задачи обнаружения вторжений в компьютерные сети.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Красоткина О. В., Моттль В. В., Турков П. А.* Байесовский подход к задаче обучения распознаванию образов в нестационарной генеральной совокупности // Интеллектуализация обработки информации: 8-я международная конференция. Республика Кипр, г.Пафос, 17-24 октября 2010 г.: Сборник докладов. — М.: МАКС Пресс, 2010. — С. 148–152.
2. *Krasotkina O.V., Mottl V.V., Turkov P.A.* Bayesian Approach to the Pattern Recognition Problem in Nonstationary Environment // Pattern Recognition and Machine Intelligence / Ed. by SergeiO. Kuznetsov, DebaP. Mandal, MalayK. Kundu, SankarK. Pal. — Vol. 6744 of *Lecture Notes in Computer Science*. — Springer Berlin Heidelberg, 2011. — Pp. 24–29. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21786-9_6.
3. *Турков П. А., Красоткина О. В.* Построение алгоритма обучения распознаванию образов в режиме реального времени на основе вероятностного подхода к методу опорных векторов // Математические методы распознавания образов: 15-я Всероссийская конференция, г. Петрозаводск, 11-17 сентября 2011 г.: Сборник докладов. — М.: МАКС Пресс, 2011. — С. 382–385.
4. *Turkov Pavel, Krasotkina Olga, Mottl Vadim.* Bayesian Approach to the Concept Drift in the Pattern Recognition Problems // Machine Learning and Data Mining in Pattern Recognition / Ed. by Petra Perner. — Vol. 7376 of *Lecture Notes in Computer Science*. — Springer Berlin Heidelberg, 2012. — Pp. 1–10. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-31537-4_1.
5. *Турков П. А., Красоткина О. В., Моттль В. В.* Байесовская логистическая регрессия в задаче обучения распознаванию образов при смещении концепта // Интеллектуализация обработки информации: 9-я международная конференция. Черногория, г. Будва, 2012 г.: Сборник докладов. — М.: Торус Пресс, 2012. — С. 160–163.
6. *Turkov P., Krasotkina O., Mottl V.* The Bayesian logistic regression in pattern recognition problems under concept drift // 2012 21st International Conference on Pattern Recognition (ICPR). — 2012. — nov. — Pp. 2976–2979.
7. *Turkov Pavel, Krasotkina Olga, Mottl Vadim.* Dynamic Programming for Bayesian Logistic Regression Learning under Concept Drift // Pattern Recognition and Machine Intelligence / Ed. by Pradipta Maji, Ashish Ghosh, M.Narasimha Murty et al. — Vol. 8251 of *Lecture Notes in Computer Science*. — Springer Berlin Heidelberg, 2013. — Pp. 190–195. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-45062-4_26.

8. *Турков П. А., Красоткина О. В., В. Моттль В.* Байесовская логистическая регрессия в задаче обучения распознаванию образов при смещении решающего правила // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки.* — 2013. — № 2. — С. 177–187.
9. *Турков П. А., Красоткина О. В.* Отбор признаков в задаче обучения распознаванию образов при смещении решающего правила // Интеллектуализация обработки информации: 10-я международная конференция. Греция, о. Крит, 4–11 октября 2014 г.: Тезисы докладов. — М.: Торус Пресс, 2014. — С. 28.
10. *Турков П. А., Красоткина О. В., Моттль В. В.* Отбор признаков в задаче классификации при смещении решающего правила // *Известия Тульского государственного университета. Естественные науки.* — 2015. — № 4. — С. 67–78.
11. Feature Selection for Handling Concept Drift in the Data Stream Classification / Pavel Turkov, Olga Krasotkina, Vadim Mottl, Alexey Sychugov // Machine Learning and Data Mining in Pattern Recognition: 12th International Conference, MLDM 2016, New York, NY, USA, July 16-21, 2016, Proceedings / Ed. by Petra Perner. — Cham: Springer International Publishing, 2016. — Pp. 614–629. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-41920-6_48.
12. Отбор признаков в задаче классификации при смещении концепта для потоков данных / П. А. Турков, О. В. Красоткина, В. В. Моттль, А. А. Сычугов // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки.* — 2016. — Т. 1, № 11. — С. 81–98.
13. *Красоткина О. В., Моттль В.В., Турков П. А.* Восстановление произвольных нестационарных зависимостей в линейном пространстве наблюдений // Интеллектуализация обработки информации: 11-я международная конференция. Испания, Барселона, 10–14 октября 2016 г.: Тезисы докладов. — М.: Торус Пресс, 2016. — С. 110.