


*На правах рукописи*



**ТАР ЯР МЬО**

**АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
С ЖЕЛАЕМОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ДИНАМИКОЙ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление  
и обработка информации (промышленность)

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Калуга – 2017

Работа выполнена в Калужском филиале федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

**Научный руководитель:** кандидат технических наук  
Мышляев Юрий Игоревич

**Официальные оппоненты:** Зайцев Александр Владимирович  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры «Системы автоматического  
и интеллектуального управления», ФГБОУ ВО  
«Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»

Парсегов Сергей Эрнестович  
кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник, ФГБУН  
«Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН»

**Ведущая организация:** ФГБОУ ВО «Гамбовский государственный  
технический университет»

Защита состоится «11» мая 2017 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационно-го совета Д 212.271.05 при ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» (300012, г. Тула, пр. Ленина, 92, 12-105)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/tar-ym/>

Автореферат разослан «16» марта 2017 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Соколова  
Марина Юрьевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В работе рассматривается класс линейных двухкаскадных, стационарных, непрерывных, динамических объектов, функционирующих в условиях параметрической неопределённости. Целью управления является обеспечение точности и желаемой динамики слежения для траекторий конечного каскада и ограниченность траекторий замкнутой системы. Такая постановка задачи позволяет упростить контур управления, снизить порядок подсистемы адаптации и энергетические затраты на управление. Традиционно при решении задачи слежения адаптивным подходом используется эталонная модель желаемой динамики системы (или её подсистемы) с достаточным запасом устойчивости и задающим воздействием в виде желаемого сигнала слежения (Б.Н. Петров, В.Ю. Рутковский, А.Л. Фрадков, Ю.И. Мышляев, K.S. Narendra, P.V.Kokotovic, и др.). Использование динамической (инерционной) эталонной модели (ЭМ) приводит к динамическим ошибкам слежения (запаздыванию выхода замкнутой системы относительно задающего сигнала). Уменьшение запаздывания за счёт повышения запаса устойчивости ЭМ достигается за счёт возрастания модулей коэффициентов обратной связи, что приводит к повышению энергетических затрат на управление. Использование сингулярной (статической, неявной ЭМ (А.Л. Фрадков)) требует перехода задачи слежения к задаче стабилизации за конечный интервал времени. При этом алгоритмы адаптации не обладают идентифицирующими свойствами.

В диссертационной работе, наряду с методологией скоростного биградиента (Ю.И. Мышляев), используется идея возможности спектрального разложения желаемого сигнала (формирования его с помощью линейной генерирующей системы). Это позволяет за счёт небольшого усложнения структуры алгоритма управления, без повышения порядка подсистемы адаптации повысить точность слежения за динамическим задающим воздействием по сравнению с традиционными алгоритмами адаптивного управления. При этом сохраняется возможность идентификации параметров, снижаются энергетические затраты на управление. Разработанный подход к синтезу алгоритмов адаптивного управления для задачи слежения с желаемым спектром задающего сигнала применён для решения важной прикладной задачи – повышения качества функционирования одноосного вибрационного гироскопа.

**Актуальность темы** в теоретической области основана на повышении точности слежения за задающим (желаемым) сигналом, возможности идентификации параметров, снижении энергетических затрат на управление в классе двухкаскадных линейных объектов, функционирующих в условиях параметрической неопределённости. В прикладной области – на повышении качества функционирования одноосного вибрационного гироскопа (желаемого вращения чувствительного элемента (ЧЭ)), точности идентификации параметров механической подсистемы и оценивания угловой скорости вращения основания гироскопа.

**Объектом исследования** в теоретической области является класс непрерывных, стационарных динамических объектов с неопределёнными параметрами; в прикладной области – одноосный вибрационный гироскоп.

**Предметом исследования** является применение метода скоростного биградиента и генерирующей модели желаемого задающего воздействия конечного каскада для синтеза алгоритмов адаптивного управления двухкаскадными линейными объектами, в частности, для повышения точности движения ЧЭ и оценки параметров и угловой скорости вращения основания одноосного виброгироскопа.

**Целью диссертационной работы** является повышение качества функционирования двухкаскадных динамических систем в условиях параметрической не-

определённости. А именно: повышение точности слежения и обеспечение желаемой динамики сходимости вектора состояния конечного каскада к вектору состояния генерирующей модели заданного ограниченного задающего воздействия; повышение точности идентификации параметров; снижение энергетических затрат на управление; обеспечение ограниченности траекторий замкнутой системы. В частности, целью управления одноосным вибрационным гироскопом с учётом динамики приводов является: обеспечение заданной траектории высокочастотного вращения массы чувствительного элемента; возможность идентификации параметров механической подсистемы (выходного каскада)); и асимптотическое оценивание низкочастотной скорости вращения его основания. Траектории входного каскада (приводов) должны быть ограниченными. Другим важным показателем качества являются энергетические затраты на управление.

В диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

- разработка методики синтеза и синтез алгоритмов слежения для класса двухкаскадных линейных объектов с желаемой спектральной динамикой конечного каскада в условиях параметрической неопределённости;
- синтез алгоритмов управления одноосным вибрационным гироскопом и оценивания угловой скорости вращения основания в условиях параметрической неопределённости.

#### **Выносимые на защиту результаты**

- Методика синтеза и алгоритмы адаптивного управления для линейных двухкаскадных систем с желаемой спектральной динамикой конечного каскада с явной и модифицированной эталонной моделью скорости сходимости траекторий замкнутой системы к траектории генерирующей системы.
- Методика синтеза и алгоритмы адаптивного управления для линейных двухкаскадных систем с адаптацией в конечной форме.
- Результаты анализа идентифицирующих свойств синтезированных релейных, гладких, комбинированных алгоритмов адаптивного управления с адаптацией параметров в дифференциальной и конечной форме.
- Алгоритм настраиваемого скользящего режима с общим динамическим коэффициентом усиления и явной эталонной моделью конечного каскада.
- Гладкие, релейные и комбинированные алгоритмы адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом с явной и модифицированной эталонной моделью сходимости для механической подсистемы.
- Релейный алгоритм управления вибрационным гироскопом с общим динамическим коэффициентом усиления.

**Научная новизна** диссертационной работы состоит: в постановке задачи слежения для двухкаскадных, линейных, стационарных объектов в условиях параметрической неопределённости с использованием генерирующей модели заданного ограниченного задающего воздействия; в разработанных методиках синтеза и семействах алгоритмов адаптивного управления, использующих явную и модифицированную эталонную модель желаемой скорости сходимости к траектории генерирующей модели, алгоритмы адаптации в дифференциальной и конечной формах, динамически изменяемые (для настраиваемого скользящего режима) коэффициенты усиления релейных элементов; в синтезированных (на основе разработанных методик) семейства алгоритмов адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом.

**Отличие результатов работы от работ других авторов.** В отличие от известных методов адаптивного управления, в данной работе для класса двухкаскадных линейных объектов используется идея генерации желаемой динамики ко-

нечного каскада с помощью линейной генерирующей модели по порядку и структуре совпадающей с моделью конечного каскада и реализующей желаемый (заданный), ограниченный задающий сигнал и его производные. Введение генерирующей модели приводит к существенной модификации используемого для синтеза метода скоростного биградиента и, как следствие к новому семейству алгоритмов управления. Впервые строго обоснованы алгоритмы скоростного биградиента с адаптацией параметров многообразия скольжения в конечной (не дифференциальной) форме и алгоритмы настраиваемого скользящего режима с динамическими коэффициентами релейных элементов, исследованы их свойства. В задаче управления одноосным вибрационным гироскопом, в отличие от известных работ (J. Fei, C. Acar, S. Park, Ю. И. Мышляева, А. В. Фиошина и др.), учтена динамика генераторов накачки (приводов), синтезированные алгоритмы обеспечивают гладкость сил, воздействующих на массу чувствительного элемента (ЧЭ), высокую точность обработки желаемых колебаний ЧЭ на плоскости и их производных, асимптотическую сходимость оцениваемых параметров механической подсистемы и скорости вращения основания к их истинным значениям.

**Практическая ценность** работы состоит в применимости разработанных методик синтеза и синтезированных алгоритмов при решении задач слежения для широкого класса технических систем, представимых двухкаскадными линейными моделями. Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс на кафедре «Системы автоматического управления» КФ МГТУ имени Н.Э. Баумана.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается применением аналитических методов исследования, доказательствами теорем и следствий, сформулированных для синтезированных алгоритмов управления, определяющих условия и качество достижения поставленных целей управления; результатами математического моделирования текстовых примеров и системы адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались на международном симпозиуме «ICUMT 2014 (the 6<sup>th</sup> IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops)» (Санкт-Петербурге, 2014г), на XII всероссийском совещании по проблемам управления (ИПУ РАН, Москва, 2014г), на Региональных научно – технических конференциях «Наукоемкие технологии в приборостроении и развитии инновационной деятельности в вузе» (Калуга, 2013г, 2014г), на международной конференции «Устойчивость и колебания линейных систем управления» (ИПУ РАН, Москва, 2016г).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ, из них 5 статей в ведущих рецензируемых научных журналах, включенных в перечень ВАК и 2 статьи в IEEE Xplore, Scopus.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы из 117 наименований и приложения. Материал изложен на 160 страницах, представлен 130 рисунками и 6 таблицами.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, анализируются относящиеся к ней научные работы, формируются цели и задачи исследования, приводится краткое описание содержания глав диссертации.

**В главе 1** диссертационной работы для класса двухкаскадных, динамических, линейных объектов, в условиях параметрической неопределенности, рассматриваются решения задачи обеспечения ограниченности траекторий замкнутой системы и слежения выхода конечного каскада за желаемым сигналом, задан-

ным в спектральной форме. Эти решения объединены:

- общей методологией скоростного биградиента, которая позволяет синтезировать семейство релейных (настраиваемый скользящий режим), гладких, комбинированных алгоритмов управления с настраиваемым многообразием скольжения;
- представлением желаемого сигнала для конечного каскада в виде выхода линейной генерирующей модели.

Эти решения отличаются:

- наличием явной или модифицированной (с целью снижения затрат на управление и улучшения условий адаптируемости) модели желаемой скорости сходимости траекторий замкнутой системы к траекториям генерирующей модели;
- использованием алгоритмов адаптации параметров в дифференциальной или конечной (с целью повышения реализуемости алгоритмов) форме;
- использованием постоянного или динамически изменяемого (с целью снижения затрат на управление) общего коэффициента усиления в релейных алгоритмах с настраиваемым скользящим режимом.

**В разделе 1.1** рассматривается задача синтеза алгоритмов адаптивного управления с явной эталонной моделью (ЯЭМ), обеспечивающих ограниченность траекторий замкнутой системы и достижение заданной спектральной динамики конечного каскада.

**Постановка задачи.** Двухкаскадная модель линейного стационарного объекта управления (ОУ), состоящая из выходного  $S_1$  и входного  $S_2$  каскадов имеет вид

$$\begin{cases} S_1 : \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}x_2, \\ S_2 : \dot{x}_2 = \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + a_{22}x_2 + bu, \end{cases} \quad (1)$$

$$y = (1 \ 0 \ \dots \ 0)\mathbf{x}_1, \quad \mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_{10}, \quad x_2(0) = x_{20},$$

где  $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^n$ ,  $x_2 \in \mathbb{R}^1$ ,  $u \in \mathbb{R}^1$  — векторы состояния объекта и управления соответственно,  $\mathbf{A}_{11} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ -\alpha_0 & \dots & -\alpha_{n-1} \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{a}_{12} = (0 \ 0 \ \dots \ a_{12})^T$ ,  $\mathbf{A}_{11}(\xi)$ ,  $a_{12}(\xi)$ ,  $\mathbf{a}_{21}(\xi)$ ,  $a_{22}(\xi)$ ,  $b(\xi)$  — постоянные матрицы при любом  $\xi \in \Xi$  — множество допустимых параметров. Предполагается, что  $a_{12}(\xi) \neq 0$ ,  $b(\xi) \neq 0$  и не меняют своих знаков  $\forall \xi \in \Xi$ ;  $sign(b)$ ,  $sign(a_{12})$  — известны.

Целью управления (ЦУ) является обеспечение ограниченности траекторий замкнутой системы и достижение целевого неравенства

$$|y(t) - f(t)| \leq \Delta, \quad \forall t \geq t_*, \quad (2)$$

где  $f(t) \in \mathbb{R}^m$  — ограниченная вместе с производными функция (желаемый выход),  $\Delta > 0$  — точность слежения.

**Методика синтеза** алгоритмов управления состоит из трёх этапов.

**Этап 1.** Синтез «идеального» виртуального управления, обеспечивающего достижение желаемой спектральной динамики на основе методик синтеза алгоритмов слежения по выходу за желаемым сигналом, заданным в спектральной форме, и ЯЭМ скорости сходимости траекторий замкнутой системы к желаемой динамике (Ю.И. Мышляев).

**Определение 1.** Представление функции рядом вида

$$f(t) = \sum_{i=1}^k e^{\lambda_i t} (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t) = \sum_{i=1}^k (c_i e^{(\lambda_i + j\omega_i)t} + c_i^* e^{(\lambda_i - j\omega_i)t}), \quad (3)$$

где  $a_i, b_i$  — константы,  $c_i = c_{i0} + jc_{i1}$ ,  $c_i^* = c_{i0} - jc_{i1}$ ,  $a_i = 2c_{i0}$ ,  $b_i = -2c_{i1}$ ,  $\lambda_i \leq 0$ ,  $j^2 = -1$

назовём разложением по спектральным функциям, а достижение ЦУ (2) – задачей слежения с заданной спектральной динамикой.

*Определение 2.* Генерирующей моделью (ГМ) назовём систему, имеющую размерность и форму представления выходного каскада, и генерирующую на выходе сигнал вида (3). Представим  $\lambda_i \pm j\omega_i$ ,  $i = \overline{0, k}$  в качестве взаимно-простых корней характеристического уравнения.

$$\prod_{i=1}^{l_1} (s - \lambda_i) \prod_{m=1}^{l_2} (s - \lambda_m + j\omega_m)(s - \lambda_m - j\omega_m) = p(s) + q(s) = 0, \quad (4)$$

где  $p(s) = s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_0$ ,  $q(s) = s^{l-n} + q_{l-n-1}s^{l-n-1} + \dots + q_0$ ,  $l = l_1 + 2l_2$  ( $k \leq l \leq 2k$ ),  $n < l$ . Тогда генерирующая модель имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}_3 = \mathbf{A}_3 \mathbf{x}_3 + \mathbf{b}_3 r, \quad y_3 = (1 \ 0 \ \dots \ 0) \mathbf{x}_3, \quad (5)$$

где  $\mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ -p_0 & \dots & -p_{n-1} \end{pmatrix}$ ,  $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_3) = p(s)$ ,  $\mathbf{b}_3 = (0 \ \dots \ 1)^T$ ; вектор начальных условий  $\mathbf{x}_3(0)$  и скалярный вход ГМ  $r$  полностью определяются многочленом  $q(s)$ . При этом обеспечивается равенство  $y_3(t) = f(t)$ ,

$\mathbf{x}_3(t) = \boldsymbol{\varphi}(t) \triangleq \left( f(t) \ f'_t(t) \ \dots \ f_t^{(n-1)}(t) \right)^T$  — аналитическое решение генерирующей модели (5). Заметим, что при  $n = l$  в генерирующей модели (5)  $r = 0$ , при  $n > l$ , добавляет быстрое устойчиво полюса так, что  $l + \tilde{l}_1 = n$ , где  $\tilde{l}_1$  — количество добавленных полюсов. Вводя модель ошибки  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3$ , усилим ЦУ (2), потребовав выполнения неравенства  $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \Delta_\varepsilon$ ,  $\Delta_\varepsilon > 0$  при  $t \geq t_*$ .

Введем ЯЭМ стремления ошибки к нулю в виде

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_* = \mathbf{A}_* \boldsymbol{\varepsilon}_*, \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_* \in R^n$ ,  $\mathbf{A}_* = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ -a_0^* & \dots & -a_{n-1}^* \end{pmatrix}$  — гурвицевая матрица; начальные условия положим равными нулю. Введём ошибку слежения  $\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_*$ .

Потребуем достижения дополнительной ЦУ в виде условия  $Q(\mathbf{e}) \leq \Delta_e$ ,  $\Delta_e > 0$ ,  $Q(\mathbf{e}) = 0, 5\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$  при  $t \geq t_*$ .

«Идеальное» виртуальное управление имеет вид  $\mathbf{e} \rightarrow 0 \Rightarrow$

$$x_{2*}^{virt} = \mathbf{k}_x^* \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_3^* \mathbf{x}_3 + k_r^* r = \mathbf{k}_x^* \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_3^* \boldsymbol{\varphi} + k_r^* r. \quad (7)$$

Выбором матриц параметров алгоритма управления, из условий  $\mathbf{a}_{12} \mathbf{k}_x^* = \mathbf{A}_* - \mathbf{A}_{11}$ ,  $\mathbf{a}_{12} \mathbf{k}_3^* = \mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_*$ ,  $\mathbf{a}_{12} k_r^* = \mathbf{b}_3$  обеспечивается достижение цели  $Q(\mathbf{e}) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$  и, как следствие,  $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0 \Rightarrow \mathbf{x}_1 \rightarrow \boldsymbol{\varphi}$  при  $t \rightarrow \infty$ .

**Этап 2.** Заменяя в «идеальном» виртуальном управлении (7) неизвестные параметры  $\mathbf{k}_x^*$ ,  $k_r^*$  настраиваемыми  $\mathbf{k}_x$ ,  $k_r$ , получим виртуальное управление вида

$$x_{2*}^{virt} = \mathbf{k}_x \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_3 \boldsymbol{\varphi} + k_r r. \quad (8)$$

Вычисляя градиенты от  $\dot{Q}(\mathbf{e})$  по настраиваемым параметрам  $\mathbf{k}_x$ ,  $k_r$  и выбирая алгоритм адаптации **в дифференциальной форме**, получаем

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{k}}_x &= -\mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \mathbf{e} \mathbf{x}_1^T \Gamma_1 = -\text{sign}(a_{12}) \cdot \mathbf{h}_n(\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\varphi}(t)) \mathbf{x}_1^T \Gamma_1, \\ \dot{k}_r &= -\gamma_2 \mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \mathbf{e} r = -\text{sign}(a_{12}) \cdot \gamma_2 \mathbf{h}_n(\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\varphi}(t)) r, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$  — матрицы коэффициентов усиления,  $\mathbf{h}_n$  —  $n$ -ая строка матрицы  $\mathbf{H}$ .

**Этан 3.** Формируя отклонение  $\sigma = x_2 - x_2^{virt}$  и синтезируя управление, обеспечивающее стремление траекторий системы к многообразию  $\sigma \equiv 0$ , получаем релейный (настраиваемый скользящий режим (НСР)) и гладкий алгоритмы вида

$$u = -\gamma_m \text{sign}(b) \cdot \text{sign}(\sigma), \quad (10)$$

$$u = -\gamma_m \text{sign}(b) \cdot \sigma, \quad \gamma_m > 0. \quad (11)$$

Для замкнутой системы существует функция Ляпунова вида

$$V(\mathbf{e}, \sigma, \theta) = Q(\mathbf{e}) + R(\sigma) + 0,5 \cdot \left\{ (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*) \Gamma_1^{-1} (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*)^T \right\} + 0,5 \cdot \gamma_2^{-1} (k_r - k_r^*)^2, \quad (12)$$

где  $R(\sigma) = 0,5\sigma^2$ ,  $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$ .

Гладкий алгоритм управления обладает более слабыми свойствами сходимости, поэтому его предпочтительнее использовать в комбинации с релейным алгоритмом  $u = -\text{sign}(b) (\gamma_{m1} \text{sign}(\sigma) + \gamma_{m2}(\sigma))$ ,  $\gamma_{mi} > 0$ .

В таблице 1.1. представлены синтезированные алгоритмы адаптивного управления с явной, модифицированной эталонной моделью конечного каскада, адаптацией в конечной форме и динамически изменяемым коэффициентом усиления.

Таблица 1.1.

Алгоритмы адаптивного управления с желаемой спектральной динамикой

№	Постановка задачи		
	ОУ	ГМ	ЦУ
	$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}x_2, \\ \dot{x}_2 = \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + a_{22}x_2 + bu, \\ y = (1 \ 0 \ \dots \ 0)\mathbf{x}_1. \end{cases} \quad (1)$	$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_3 = \mathbf{A}_3\mathbf{x}_3 + \mathbf{b}_3r, \\ y_3 = (1 \ 0 \ \dots \ 0)\mathbf{x}_3, \\ \mathbf{x}_3(t) = \boldsymbol{\varphi} \triangleq (f(t) \ f'_i(t) \ \dots \ f_i^{(n-1)}(t))^T. \end{cases} \quad (5)$	$\begin{cases} Q(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e} \leq \Delta_e, \forall t \geq t_*, \\ R(\sigma) = \sigma^2 \leq \Delta_\sigma, \forall t \geq t^*, \\ \mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_*, \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3. \end{cases} \quad (13)$
	<b>Алгоритмы с явной эталонной моделью (ЯЭМ)</b>		
	Эталонная модель	Алгоритмы управления	Условия сходимости и функция Ляпунова
1	<p style="text-align: center;">ЯЭМ</p> $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_* = \mathbf{A}_* \boldsymbol{\varepsilon}_*, \boldsymbol{\varepsilon}_*(0) = 0, \quad (6)$ $\text{Re} \lambda_i^*(\mathbf{A}_*) < 0, i = \overline{1, n}.$	$x_2^{virt} = \mathbf{k}_x \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_3^* \boldsymbol{\varphi} + k_r r, \quad (8)$ $\dot{\mathbf{k}}_x = -\mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{x}_1^T \Gamma_1, \quad (9)$ $\dot{k}_r = -\gamma_2 \mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} r, \quad (10)$ $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0, \gamma_2 > 0.$ $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \text{sign}(\sigma) \quad (10)$ <p>или</p> $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \cdot \sigma, \quad (11)$ $\sigma = x_2 - x_2^{virt}, \gamma_m > 0.$	$\text{rank}(\mathbf{a}_{12}) = \text{rank} \{ \mathbf{a}_{12}, \mathbf{A}_* - \mathbf{A}_{11} \}.$ $(10): \exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m + \tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma}_0 > 0:$ $\sigma \equiv 0 \text{ при } t \geq t^*, t^* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\sigma_0)}:$ $\ y(t) - f(t)\  \rightarrow 0, \mathbf{k}_x \rightarrow \mathbf{k}_x^*,$ $k_r \rightarrow k_r^*, (t \rightarrow \infty).$ $(11): \exists \gamma_m \geq \bar{\gamma}_m: \text{ЦУ (13) вып.};$ $\Rightarrow \ y - f\  \leq \Delta, \forall t \geq t_*; \ y(t) - f(t)\  \rightarrow 0,$ $\mathbf{k}_x \rightarrow \mathbf{k}_x^*, k_r \rightarrow k_r^*, (t \rightarrow \infty, \gamma_m \rightarrow \infty).$ $V(\cdot) = Q(\mathbf{e}) + R(\sigma) + \gamma_2^{-1} (k_r - k_r^*)^2 +$ $+ \left\{ (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*) \Gamma_1^{-1} (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*)^T \right\}.$
	<b>Алгоритмы с модифицированной эталонной моделью (МЭМ)</b>		
2	<p style="text-align: center;">МЭМ:</p> $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_* = \mathbf{A}_* \boldsymbol{\varepsilon}_* + \mathbf{b}_\sigma \sigma, \quad (14)$ $\boldsymbol{\varepsilon}_*(0) = \boldsymbol{\varepsilon}_*^0$	$x_2^{virt} = \mathbf{k}_x \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_3^* \boldsymbol{\varphi} + k_r r, \quad (15)$ $\dot{\mathbf{k}}_x = -\mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{x}_1^T \Gamma_1, \quad (16)$ $\dot{k}_r = -\gamma_2 \mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} r, \quad (16)$ $\dot{\mathbf{b}}_\sigma = \gamma_3 \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} \sigma,$	$\text{rank}(\mathbf{a}_{12}) = \text{rank} \{ \mathbf{a}_{12}, \mathbf{A}_* - \mathbf{A}_{11} \} =$ $= \text{rank} \{ \mathbf{b}_\sigma, \mathbf{a}_{12} \}.$ $(17): \exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m + \tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma}_0 > 0:$ $\sigma \equiv 0 \text{ при } t \geq t^*, t^* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\sigma_0)}:$ $\ y(t) - f(t)\  \rightarrow 0, \mathbf{k}_x \rightarrow \mathbf{k}_x^*, k_r \rightarrow k_r^*,$



	1	2	3
	$\mathbf{b}_\sigma = (0 \dots 0 b_\sigma)^T$ , $\sigma = x_2 - x_2^{virt}$ , $\text{Re} \lambda_i^*(\mathbf{A}_*) < 0, i = \overline{1, n}$ .	$\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0, \gamma_i > 0$ . $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \text{sign}(\sigma)$ (17) или $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \cdot \sigma$ , (18) $\gamma_m > 0$ .	$\mathbf{b}_\sigma \rightarrow \mathbf{b}_\sigma^* = \mathbf{a}_{12} (t \rightarrow \infty)$ . (18): $\exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m$ : ЦУ (13) вып.; $\Rightarrow \ y - f\  \leq \Delta, \forall t \geq t_*$ ; $\ y(t) - f(t)\  \rightarrow 0$ , $\mathbf{k}_x \rightarrow \mathbf{k}_x^*, k_r \rightarrow k_r^*, \mathbf{b}_\sigma \rightarrow \mathbf{b}_\sigma^* = \mathbf{a}_{12}$ , $(t \rightarrow \infty, \gamma_m \rightarrow \infty)$ . $V(\cdot) = Q(\mathbf{e}) + R(\sigma) + \gamma_2^{-1} (k_r - k_r^*)^2 +$ $+ \left\{ (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*) \Gamma_1^{-1} (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*)^T \right\} +$ $+ \gamma_3^{-1} (\mathbf{b}_\sigma^* - \mathbf{b}_\sigma)^T (\mathbf{b}_\sigma^* - \mathbf{b}_\sigma)$ .
<b>Управление с адаптацией в конечной форме и ЯЭМ</b>			
3	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_* = \mathbf{A}_* \boldsymbol{\varepsilon}_*, \boldsymbol{\varepsilon}_*(0) = 0$ , (6) $\text{Re} \lambda_i^*(\mathbf{A}_*) < 0, i = \overline{1, n}$ .	$x_2^{virt} = \mathbf{k}_x \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_\varphi \boldsymbol{\varphi} + k_r r$ , (19) $\mathbf{k}_x = \mathbf{k}_x^0 - \mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{x}_1^T \Gamma_1$ , (20) $k_r = k_r^0 - \gamma_2 \mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} r$ , $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0, \gamma_2 > 0$ . $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \text{sign}(\sigma)$ (21) или $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \cdot \sigma$ (22) $\gamma_m > 0, \sigma = x_2 - x_2^{virt}$ .	$\text{rank}(\mathbf{a}_{12}) = \text{rank} \{ \mathbf{a}_{12}, \mathbf{A}_* - \mathbf{A}_{11} \}$ . (21): $\exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m + \tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma}_0 > 0$ : $\exists \gamma_i \geq \tilde{\gamma}_i$ : $\sigma \equiv 0$ при $t \geq t^*, t^* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\sigma_0)}$ , $\mathbf{e} \rightarrow 0, \mathbf{x}_1 \rightarrow \boldsymbol{\varphi} (t \rightarrow \infty, \Gamma_1 \rightarrow 0, \gamma_2 \rightarrow 0)$ . (22): $\exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m$ : ЦУ (13) вып.; $\Rightarrow \ y - f\  \leq \Delta, \forall t \geq t_*$ ; $\ y(t) - f(t)\  \rightarrow 0$ , $(t \rightarrow \infty, \gamma_m \rightarrow \infty, \Gamma_1 \rightarrow 0, \gamma_2 \rightarrow 0)$ . $V(\cdot) = Q(\mathbf{e}) + R(\sigma)$ .
<b>Алгоритм с динамически изменяемый коэффициент усиления и ЯЭМ</b>			
4	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_* = \mathbf{A}_* \boldsymbol{\varepsilon}_*, \boldsymbol{\varepsilon}_*(0) = 0$ , (6) $\text{Re} \lambda_i^*(\mathbf{A}_*) < 0, i = \overline{1, n}$ .	$x_2^{virt} = \mathbf{k}_x \mathbf{x}_1 + \mathbf{k}_\varphi \boldsymbol{\varphi} + k_r r$ , (23) $\dot{\mathbf{k}}_x = -\mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{x}_1^T \Gamma_1$ , (24) $\dot{k}_r = -\gamma_2 \mathbf{a}_{12}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon} r$ , $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0, \gamma_2 > 0$ . $u = -\gamma_m \text{sign}(b) \text{sign}(\sigma)$ (25) $\gamma_m$ реализуется по алгоритму (26), $\sigma = x_2 - x_2^{virt}$ .	$\text{rank}(\mathbf{a}_{12}) = \text{rank} \{ \mathbf{a}_{12}, \mathbf{A}_* - \mathbf{A}_{11} \}$ . (25): $k_i > 0, i = \overline{1, 3}, \sigma \equiv 0$ при $t \geq t_r$ , $t_r \leq 2R(\sigma_0)^{1/2} / \beta, \ y(t) - f(t)\  \rightarrow 0$ , $\mathbf{k}_x \rightarrow \mathbf{k}_x^*, k_r \rightarrow k_r^* (t \rightarrow \infty)$ . $V(\cdot) = Q(\mathbf{e}) + R(\sigma) +$ $+ \left\{ (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*) \Gamma_1^{-1} (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_x^*)^T \right\} +$ $+ \gamma_2^{-1} (k_r - k_r^*)^2 + \gamma^{-1} (\gamma_m - \gamma_m^*)^2$ .

**В разделе 1.2** рассматриваются алгоритмы адаптивного управления с *МЭМ* конечного каскада (см. табл. 1.1, п.2.). Целью модификации является улучшение идентифицирующих свойств и снижение энергетических затрат на управления за счёт улучшения структурного соответствия модели ошибки и *МЭМ* не только на многообразии пересечений гиперповерхностей ( $\sigma \equiv 0$ ), но и при движении вне этого многообразия. Отличительной особенностью *МЭМ* является введение дополнительного слагаемого, пропорционального  $\sigma$ . Полученные в ходе трёхэтапного синтеза алгоритмы управления, условия их сходимости и функция Ляпунова приведены в таблице. При наличии идентифицирующих свойств,  $\mathbf{b}_\sigma$  может быть использовано в качестве оценки матрицы  $\mathbf{a}_{12}$ .

**В разделе 1.3** предлагается алгоритм адаптации параметров *в конечной (недифференциальной) форме*, который не требует для своей реализации блока интеграторов. Полученные в ходе трёхэтапного синтеза алгоритмы управления, условия их сходимости и функция Ляпунова приведены в таблице.

**В разделе 1.4** диссертационной работы впервые теоретическое обосновано применение динамически изменяемого коэффициента усиления при релейном

элементе в НСР, который ранее предложен в работах F. Plestan, Y. Shtessel, и др. (2010), для классического скользящего режима. Динамически изменяемый коэффициент усиления  $\gamma_m$  обеспечивает снижение энергетических затрат на управление и реализуется согласно следующему алгоритму:

$$\text{если } |\sigma| \neq 0, \text{ то } \gamma_m = \frac{k_1}{D} |\sigma|, \quad (26)$$

$$\text{если } |\sigma| = 0, \text{ то } \gamma_m = k_2 |n| + k_3, \tau \dot{n} + n = \text{sign}(\sigma),$$

где  $D = d/dt$ ,  $\gamma_m(0) > 0$ ,  $n > 0$ ,  $0 < \tau \ll 1$ ,  $k_1 > 0$ ,  $k_3 > 0$ ,  $k_2 = \gamma_m(t^*)$ ,  $t^*$  момент времени возникновения настраиваемого скользящего режима  $\sigma(t^*) = 0$ . Алгоритмы управления, условия их сходимости и функция Ляпунова приведены в таблице.

**Раздел 1.5** посвящён анализу идентифицирующих свойств синтезированных алгоритмов управления. Доказано, что алгоритмы адаптации в дифференциальной форме обладают идентифицирующими свойствами в смысле сходимости настраиваемых параметров поверхности скольжения к идеальным значениям. Алгоритмы адаптации в конечной форме не обладают идентифицирующими свойствами.

**В разделе 1.6** представлен сравнительный анализ алгоритмов адаптивного управления для линейных двухкаскадных систем с желаемой спектральной динамикой конечного каскада.

*Условия применимости синтезированных алгоритмов управления, свойства достижимости целей управления и идентификации параметров сформулированы в виде теорем с доказательствами, и продемонстрированы на примерах с результатами моделирования замкнутых систем.*

**В главе 2** диссертационной работы рассматривается **задача адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом** в режиме измерения угловой скорости вращения основания и параметрической неопределённости. В целях повышения астатизма системы (или учёта динамики привода) и обеспечения гладкости управляющих сил по входам вводятся дополнительные интеграторы. Для системы с интеграторами методом скоростного биградиента синтезируется семейство гладких, релейных и комбинированных алгоритмов с настраиваемым многообразием с явной и модифицированной эталонной моделью сходимости траекторий механической подсистемы вибрационного гироскопа (выходной каскад) к траектории генерирующей модели. Особенностью линейной генерирующей модели является наличие двух пар мнимых полюсов. Рассмотрена задача синтеза алгоритмов настраиваемого скользящего режима с динамически изменяемым коэффициентом усиления по релейному управлению.

**В разделе 2.1** представлена постановка задачи управления одноосным вибрационным гироскопом с учётом динамики привода в условиях параметрической неопределённости.

Принцип действия виброгироскопа в режиме измерения угловой скорости движения его основания (рис.1) заключается в воздействии момента кориолисовой силы на вибрирующую инерционную массу (чувствительный элемент (ЧЭ)).

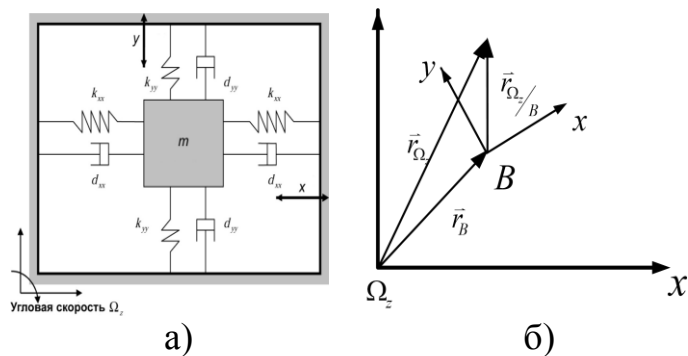


Рис. 1. Упрощенная модель одноосного вибрационного гироскопа (а); системы координат (б)

Математическая модель механической подсистемы одноосного вибрационного гироскопа в векторной форме имеет вид

$$S_1 : \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b\mathbf{q} + 2\mathbf{\Omega}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{u},$$

$$\text{где } \mathbf{q} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z \\ \Omega_z & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{xx} & d_{xy} \\ d_{xy} & d_{yy} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_b = \begin{pmatrix} \omega_x^2 & \omega_{xy} \\ \omega_{xy} & \omega_y^2 \end{pmatrix},$$

$\omega_x = \sqrt{k_{xx}/m}$ ,  $\omega_y = \sqrt{k_{yy}/m}$ ,  $\omega_{xy} = k_{xy}/m$ ,  $d_{xx} = m^{-1}d_{xx}^*$ ,  $d_{xy} = m^{-1}d_{xy}^*$ ,  $d_{yy} = m^{-1}d_{yy}^*$ ,  $x, y$  — перемещение массы вдоль ортогональных осей  $Bx, By$ ,  $m$  — масса чувствительного элемента,  $k_{xx}, k_{xy}, k_{yy}$  — коэффициенты упругости подвеса,  $d_{xx}^*, d_{xy}^*, d_{yy}^*$  — коэффициенты демпфирования подвеса,  $u_x, u_y$  — приведенные к массе внешние силы, действующие в направлении осей  $Bx, By$  соответственно,  $\Omega_z$  — угловая скорость вращения основания вибрационного гироскопа.

Желаемые движения для подсистемы  $S_1$  зададим с помощью ГМ (5), которая в задаче управления гироскопом определяет желаемое движение ЧЭ с частотами  $\omega_x^*, \omega_y^*$  (по осям  $Bx$  и  $By$ ) и имеет вид

$$\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{K}_m\mathbf{q}_m = 0, \quad \mathbf{q}_m(0) \neq 0, \quad (27)$$

где  $\mathbf{q}_m = (x_m \ y_m)^T$ ,  $\mathbf{q}_m(0)$  — вектор желаемых амплитуд,  $\mathbf{K}_m = \text{diag} \{ \omega_x^{*2} \ \omega_y^{*2} \}$ .

Введем ошибку слежения в виде  $\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\boldsymbol{\varepsilon}_x^T \ \boldsymbol{\varepsilon}_y^T)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_x^T = (\varepsilon_x \ \dot{\varepsilon}_x) = (x - x_m \ \dot{x} - \dot{x}_m)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_y^T = (\varepsilon_y \ \dot{\varepsilon}_y) = (y - y_m \ \dot{y} - \dot{y}_m)$ . Задача состоит в синтезе адаптивной системы управления  $\mathbf{v} = \mathbf{V}(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\theta})$ , обеспечивающей ограниченность всех траекторий системы, достижение целевого неравенства

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \Delta \text{ при } t \geq t_* \quad (28)$$

и идентификацию параметров гироскопа  $\boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*$  при  $t \rightarrow \infty$ , где  $\Delta > 0$  — точность слежения,  $t_*$  — время достижения заданной точности,

$\boldsymbol{\theta}_* = (d_{xx} \ d_{xy} \ d_{yy} \ \Omega_z \ \omega_x^2 \ \omega_{xy} \ \omega_y^2)^T$ ,  $\boldsymbol{\theta}$  — вектор неизвестных параметров подсистемы  $S_1$  и их оценки. Заметим, что при  $\omega_i^* \gg \Omega_z$  вращение основания виброгироскопа  $\Omega_z$  в модели механической подсистемы  $S_1$  рассматривалось как квазистационарный параметр, подлежащий идентификации.

Математическая модель механической подсистемы  $S_1$  одноосного вибрационного гироскопа с моделью приводов 1-го порядка (интеграторами) имеет вид

$$\begin{cases} S_1 : \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b\mathbf{q} + 2\mathbf{\Omega}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{u}, \\ S_2 : \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}, \end{cases} \quad (29)$$

где  $\mathbf{v} = (v_x \ v_y)^T$  — новый управляемый вход,  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_x \ \eta_y)^T$  — вектор возмущения, который предполагается ограниченным ( $\|\boldsymbol{\eta}\| \leq C_\eta$ ).

**В разделе 2.2** рассматривается синтез алгоритмов адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом с ЯЭМ сходимости траекторий механической подсистемы к траектории ГМ. В основе синтеза лежит разработанный в главе 1 метод с ГМ желаемого движения выходной подсистемы и методологии скоростного биградиента.

В соответствии с уравнениями (29), (27) модель ошибки имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i \\ -\boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_i + \omega_i^{*2} z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_i, \quad i \in \{x, y\}, \quad (30)$$

где  $\boldsymbol{\mu}_x = (\dot{x} \mid \dot{y} \mid 0 \mid -2\dot{y} \mid x \mid y \mid 0)^T$ ,  $\boldsymbol{\mu}_y = (0 \mid \dot{x} \mid \dot{y} \mid 2\dot{x} \mid 0 \mid x \mid y)^T$ ,  $z_x \triangleq x_m$ ,  $z_y \triangleq y_m$ .

Вводится ЯЭМ стремления ошибки к нулю в виде

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{*i} = \mathbf{A}_{*i} \boldsymbol{\varepsilon}_{*i}, \quad (31)$$

где  $\mathbf{A}_{*i} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{0i} & -\lambda_{1i} \end{pmatrix}$  — гурвицевы матрицы ( $\lambda_{jx} > 0$ ,  $\lambda_{jy} > 0$ ,  $j = 0, 1$ ),  $\boldsymbol{\varepsilon}_{*i}(0) = 0$ .

Дополнительно вводится ошибку слежения  $\mathbf{e}_i = \boldsymbol{\varepsilon}_i - \boldsymbol{\varepsilon}_{*i}$  и ЦУ

$$Q(\mathbf{e}) \leq \Delta_e, \quad \text{при } t \geq t_*,$$

где  $Q(\mathbf{e}) = 0,5 \cdot (\mathbf{e}_x^T \mathbf{H}_x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y^T \mathbf{H}_y \mathbf{e}_y)$ , где  $\mathbf{e}^T = (\mathbf{e}_x^T \quad \mathbf{e}_y^T)$ .

**Эман 1.** Выберем «идеальное» виртуальное управление  $\mathbf{u}_*^{virt} = (u_{x*}^{virt} \quad u_{y*}^{virt})^T$

$$u_{i*}^{virt} = \boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_i + v_i, \quad (32)$$

где  $v_x = -\omega_x^{*2} x_m - \lambda_{0x} \varepsilon_x - \lambda_{1x} \dot{\varepsilon}_x$ ,  $v_y = -\omega_y^{*2} y_m - \lambda_{0y} \varepsilon_y - \lambda_{1y} \dot{\varepsilon}_y$ . Заметим, что ЯЭМ (31) входит в виртуальное управление (32) только своими параметрами  $\lambda_{0i}$ ,  $\lambda_{1i}$ . Производная по времени  $w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}_*)$  от целевого функционала  $Q(\mathbf{e})$  при  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_*^{virt}$ , имеет вид  $w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}_*) \triangleq \dot{Q}(\mathbf{e}) \leq -\rho Q(\mathbf{e})$ , где  $\rho_i = \lambda_{\min}(\mathbf{G}_i) / \lambda_{\max}(\mathbf{H}_i)$ ,  $\rho = \min\{\rho_x, \rho_y\} > 0$ ,  $\mathbf{H}_i \mathbf{A}_{*i} + \mathbf{A}_{*i}^T \mathbf{H}_i = -\mathbf{G}_i$ ,  $\mathbf{G}_i = \mathbf{G}_i^T > 0$ ,  $i \in \{x, y\}$ . Таким образом,  $Q(\mathbf{e}) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$  и, как следствие,  $\mathbf{e} \rightarrow 0 \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

**Эман 2.** Выберем виртуальное управление в виде

$$u_i^{virt} = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\mu}_i + v_i. \quad (33)$$

Вычисляя градиент от  $\dot{Q}(\mathbf{e})$  по настраиваемым параметрам, получим алгоритм адаптации

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}) = -\Gamma (\delta_x \boldsymbol{\mu}_x + \delta_y \boldsymbol{\mu}_y), \quad (34)$$

где  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  — матрица коэффициентов усиления (в частности  $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_i, i = \overline{1, 7}\}$ ,  $\gamma_i > 0$ )  $\delta_x = \varepsilon_x h_{12}^x + \dot{\varepsilon}_x h_{22}^x$ ,  $\delta_y = \varepsilon_y h_{12}^y + \dot{\varepsilon}_y h_{22}^y$ ,  $\mathbf{H}_x = (h_{ij}^x)$ ,  $\mathbf{H}_y = (h_{ij}^y)$ .

**Эман 3.** Вводя дополнительную цель управления  $R(\boldsymbol{\sigma}) = 0,5 \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} \leq \Delta_\sigma$  при  $t \geq t^*$ , где  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{virt}$ ,  $0 < \Delta_\sigma < \Delta_\varepsilon$ ,  $t^* < t_*$ , последовательно вычисляя  $\mu(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{v}) \triangleq \dot{R}(\boldsymbol{\sigma})$  и градиент от функции  $\mu(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{v})$  по  $\mathbf{v}$ , получаем семейство алгоритмов управления с коэффициентом усиления  $\gamma_m > 0$ :

$$\mathbf{v} = -\gamma_m \text{sign}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (35)$$

$$\mathbf{v} = -\gamma_m \boldsymbol{\sigma}. \quad (36)$$

Для замкнутой системы существует функция Ляпунова вида

$$V(\mathbf{e}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta}) = Q(\mathbf{e}) + R(\boldsymbol{\sigma}) + 0,5 \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*\|_{\Gamma^{-1}}^2, \quad (37)$$

где  $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_j\}$ ,  $\gamma_j > 0$ ,  $j = \overline{1, 7}$ .

В таблице 2.1. представлены синтезированные алгоритмы адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом с явной, модифицированной эталонной моделью конечного каскада и динамически изменяемым коэффициентом усиления.

Таблица 2.1.

## Алгоритмы адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом

№	Постановка задачи		
	ОУ: $S_1 : \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b \mathbf{q} + 2\Omega\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{u},$ $S_2 : \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}.$ (38)	ЦУ: $\begin{cases} Q(\mathbf{e}) \leq \Delta_e, \forall t \geq t_* \\ R(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} \leq \Delta_\sigma, \forall t \geq t_* \end{cases}$ (39)	
	ГМ: $\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{K}_m \mathbf{q}_m = 0,$ $\mathbf{q}_m(0) \neq 0.$ (27)	$Q(\mathbf{e}) = 0,5 \cdot (\mathbf{e}_x^T \mathbf{H}_x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y^T \mathbf{H}_y \mathbf{e}_y),$ $\mathbf{e}_i = \boldsymbol{\varepsilon}_i - \boldsymbol{\varepsilon}_{*i}, \mathbf{H}_i = \mathbf{H}_i^T > 0, i \in \{x, y\}.$	ДЦУ: $\boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*, \hat{m} \rightarrow m$ при $t \rightarrow \infty.$
<b>Алгоритмы с явной эталонной моделью (ЯЭМ)</b>			
	Эталонная модель	Алгоритмы управления	Условия сходимости и функция Ляпунова
1	ЯЭМ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{*i} = \mathbf{A}_{*i} \boldsymbol{\varepsilon}_{*i},$ (31) $\text{Re} \lambda_{ji}^*(\mathbf{A}_{*i}) < 0, \tilde{j} = 1, 2,$ $i \in \{x, y\}.$	$\mathbf{u}_i^{virt} = \boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{v}_i,$ (33) $\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\theta}),$ (34) $\Gamma = \text{diag} \{ \gamma_i, i = \overline{1, 7} \}, \gamma_i > 0.$ $\mathbf{v} = -\gamma_m \text{sign}(\boldsymbol{\sigma}),$ (35) или $\mathbf{v} = -\gamma_m \cdot \boldsymbol{\sigma},$ (36) $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{virt}, \gamma_m > 0.$	(35): $\exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m + \tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma}_0 > 0:$ $\boldsymbol{\sigma}(t) \equiv 0, \forall t \geq t^*, t^* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma}_0)},$ $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0, \boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_* (t \rightarrow \infty).$ (36): $\exists \gamma_m \geq \bar{\gamma}_m : \text{ЦУ (39) вып.};$ $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow 0, \mathbf{e} \rightarrow 0, \boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0, \boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*,$ $(t \rightarrow \infty, \gamma_m \rightarrow \infty).$ $V(\cdot) = Q(\mathbf{e}) + R(\boldsymbol{\sigma}) + 0,5 \ \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*\ _{\Gamma^{-1}}^2.$
<b>Алгоритмы с модифицированной эталонной моделью (МЭМ)</b>			
2	МЭМ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{*i} = \mathbf{A}_{*i} \boldsymbol{\varepsilon}_{*i} + \mathbf{b}_\sigma \sigma_i,$ (40) $\sigma_i = u_i - u_i^{virt}, \mathbf{b}_\sigma = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{m}^{-1} \end{pmatrix},$ $\text{Re} \lambda_{ji}^*(\mathbf{A}_{*i}) < 0, \tilde{j} = 1, 2,$ $i \in \{x, y\}.$	$\mathbf{u}_i^{virt} = \hat{m} (\boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{v}_i),$ (41) $\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}),$ $\dot{\hat{m}} = -\gamma (\delta_x u_x + \delta_y u_y) \hat{m}^2,$ (42) $\Gamma = \text{diag} \{ \gamma_i, i = \overline{1, 7} \}, \gamma_i > 0, \gamma > 0.$ $\mathbf{v} = -\gamma_m \text{sign}(\boldsymbol{\sigma}),$ (43) или $\mathbf{v} = -\gamma_m \cdot \boldsymbol{\sigma},$ (44) $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{virt}, \gamma_m > 0.$	(43): $\exists \gamma_m \geq \tilde{\gamma}_m + \tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma}_0 > 0:$ $\boldsymbol{\sigma}(t) \equiv 0, \forall t \geq t^*, t^* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma}_0)},$ $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0, \boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*, \hat{m} \rightarrow m (t \rightarrow \infty).$ (44): $\exists \gamma_m \geq \bar{\gamma}_m : \text{ЦУ (39) вып.};$ $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow 0, \mathbf{e} \rightarrow 0, \boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0, \boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*, \hat{m} \rightarrow m$ $(t \rightarrow \infty, \gamma_m \rightarrow \infty).$ $V(\cdot) = Q(\mathbf{e}) + R(\boldsymbol{\sigma}) + 0,5 \ \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*\ _{\Gamma^{-1}}^2 +$ $+ 0,5 \gamma^{-1} (m^{-1} - \hat{m}^{-1})^2.$
<b>Алгоритм с динамически изменяемый коэффициент усиления и ЯЭМ</b>			
3	ЯЭМ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{*i} = \mathbf{A}_{*i} \boldsymbol{\varepsilon}_{*i},$ (31) $\text{Re} \lambda_{ji}^*(\mathbf{A}_{*i}) < 0, \tilde{j} = 1, 2,$ $i \in \{x, y\}.$	$\mathbf{u}_i^{virt} = \boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{v}_i,$ (45) $\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\theta}),$ (46) $\Gamma = \text{diag} \{ \gamma_i, i = \overline{1, 7} \}, \gamma_i > 0,$ $\mathbf{v} = -\gamma_m \text{sign}(\boldsymbol{\sigma}),$ (47) $\gamma_m$ реализуется по алгоритму (26), $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{virt}.$	(47): $k_i > 0, i = \overline{1, 3}, \boldsymbol{\sigma} \equiv 0$ при $t \geq t_r,$ $t_r \leq 2R(\boldsymbol{\sigma}_0)^{1/2} / \beta, \boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0, \boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*$ $(t \rightarrow \infty).$ $V(\cdot) = Q(\boldsymbol{\varepsilon}) + R(\boldsymbol{\sigma}) + 0,5 \ \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*\ _{\Gamma^{-1}}^2 +$ $+ 0,5 \gamma^{-1} (\gamma_m - \gamma_m^*)^2.$

**В разделе 2.3** предлагается подход к синтезу алгоритмов управления одноосным виброгироскопом (см. табл. 2.1, п.2), основанный на использовании **МЭМ** (40). В отличие от раздела 2.2 рассматривается более общая модель механической подсистемы, в которой масса ЧЭ считается неопределенной. При этом механическая подсистема гироскопа описывается моделью вида (38), где  $\mathbf{B} = m^{-1} \mathbf{I}, \mathbf{I} - (2 \times 2)$  единичная матрица. Ставится дополнительная цель – идентификация массы ЧЭ  $\hat{m} \rightarrow m$  при  $t \rightarrow \infty$ . Алгоритмы управления, условия их сходимости и функция Ляпунова приведены в таблице.

По сравнению с алгоритмами управления с ЯЭМ скорости сходимости алгоритмы с МЭМ снижают относительные энергетические затраты на 25 процентов.

В разделе 2.4 используется идея динамического коэффициента усиления в алгоритме управления одноосным вибрационным гироскопом на основе НСР (47) (см. табл. 2.1, п.3). Синтезированный алгоритм обеспечивает экономию относительных энергетических затрат на управление на 65 процентов и обладает идентифицирующими свойствами, включая оценивание угловой скорости вращения основания. Алгоритмы управления, условия их сходимости и функция Ляпунова приведены в таблице.

В разделе 2.5 представлен сравнительный анализ алгоритмов адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом.

На рисунках 2–5 приведены результаты моделирования с системами (29), (27), (33), (34), (35) и ЯЭМ (31).

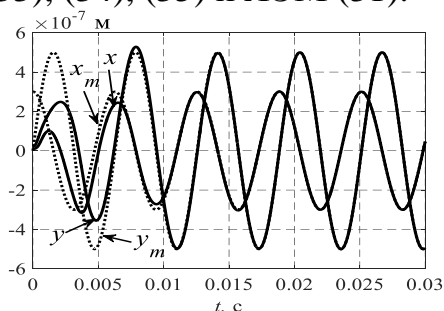


Рис. 2. Траектории объекта и генерирующей модели

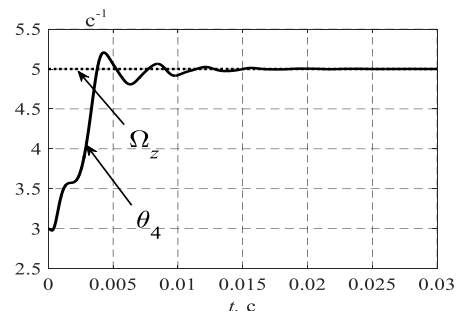


Рис. 4. Результаты идентификации параметра  $\Omega_z$

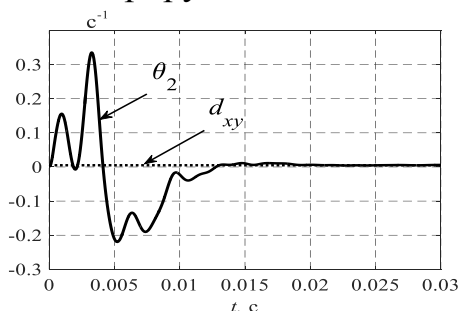


Рис. 3. Результаты идентификации параметра  $d_{xy}$

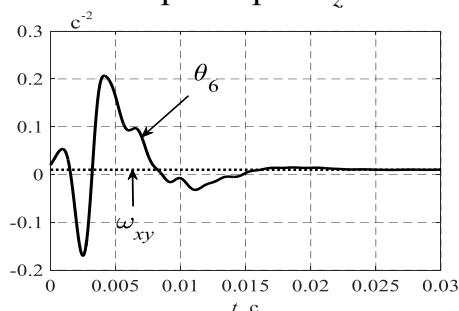


Рис. 5. Результаты идентификации параметра  $\omega_{xy}$

*Условия применимости синтезированных алгоритмов управления, свойства достижимости целей управления и идентификации параметров сформулированы в виде теорем, которые можно рассматривать как следствия теорем главы 1. Т.к. условия теорем являются достаточными и потенциально могут быть ослаблены, поэтому доказательства теорем методом функций Ляпунова приведены в приложении. Эффективность алгоритмов подтверждены результатами моделирования.*

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. Использование идеи генерации желаемой спектральной динамики конечного каскада позволяет существенно повысить точность решения задачи слежения. Разработаны методики синтеза и синтезированы релейные, гладкие и комбинированные алгоритмы адаптивного управления для линейных двухкаскадных систем с желаемой спектральной динамикой конечного каскада, с явной и модифицированной эталонной моделью скорости сходимости траекторий замкнутой системы к траектории генерирующей системы, с адаптацией параметров в дифференциальной и конечной формах. Алгоритмы отличаются по свойствам достижения целей управления и идентификации.

2. Алгоритмы управления в релейной форме с явной эталонной моделью скорости сходимости и адаптацией в дифференциальной форме обеспечивают ограниченность траекторий замкнутой системы, возникновение (за конечный промежуток времени) настраиваемого скользящего режима, асимптотическое слежение вектора состояния конечного каскада за вектором, сформированным из желаемого задающего сигнала и его производных, обладают идентифицирующими свойствами.
3. При использовании алгоритмов адаптации в конечной форме наблюдается повышение скорости парирования координатных возмущений, но отсутствует возможность идентификации параметров.
4. Гладкие алгоритмы управления, по сравнению с релейными алгоритмами, экономичнее (по энергетическим затратам на управление), но обеспечивают конечную точность слежения и идентификации, и лишь в пределе (при бесконечно большом коэффициенте усиления по управлению) асимптотическое стремление к нулю ошибок слежения и идентификации.
5. Использование модифицированной модели скорости сходимости позволяет расширить спектр идентифицирующих параметров, улучшить условия идентификации, снизить затраты на управление. Взамен – требуется реализация модифицированной модели в контуре управления, расширяется размерность подсистемы адаптации.
6. Использование динамически изменяемого коэффициента при релейном управлении позволяет в системе с НСР существенно снизить энергетические затраты на управление, однако - усложняет структуру алгоритма управления.
7. В основе синтеза алгоритмов управления с генерирующей моделью желаемой динамики конечного каскада, с явной, модифицированной моделью, с адаптацией в конечной и дифференциальной форме лежит единая функция Ляпунова, что позволяет комбинировать алгоритмы в виде их линейных комбинаций или в форме систем с переменной структурой.
8. Разработанные методики синтеза позволили синтезировать класс алгоритмов управления одноосным вибрационным гироскопом (с учётом динамики приводов) с обеспечением желаемой динамики вращения чувствительного элемента, с идентификацией параметров механической подсистемы и оценивания угловой скорости вращения основания.

## **ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в журналах, рекомендованных ВАК:**

1. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мьо. Метод скоростного биградиента в задаче управления вибрационным гироскопом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т.16, №11. С. 783–792.
2. Мышляев Ю.И., Тар Яр Мьо. Алгоритмы скоростного биградиента с модифицированной эталонной моделью в задаче управления вибрационным гироскопом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т.17, №1. С. 47–56.
3. Мышляев Ю.И., Тар Яр Мьо, Пью Чжо Кхаунг. Адаптивное управление линейными двухкаскадными объектами (задача слежения) // Фундаментальные исследования. 2016. № 3–1. С. 37 – 41.
4. Тар Яр Мьо. Алгоритм управления одноосным вибрационным гироскопом с динамически изменяемым коэффициентом усиления // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. 2016. № 1. С. 59–68.
5. Мышляев Ю.И., Тар Яр Мьо. Алгоритмы скоростного биградиента для линейных систем с желаемой спектральной динамикой по выходу конечного каскада // Экономика и менеджмент систем управления. 2016. № 3.1(21). С. 183 – 191.

### **Публикации в IEEE Xplore, Scopus:**

6. Myshlyaev Y.I., Finoshin A.V., Tar Yar Myo. Sliding mode with tuning surface control for MEMS vibratory gyroscope // 2014 6th IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (IEEE ICUMT), St. Petersburg, Russia, October 6–8, 2014. P. 360–365.

7. Myshlyaev Y.I., Finoshin A.V., Tar Yar Myo. Speed bi-gradient algorithms for nonlinear cascade systems with the modified reference model of the output subsystem // 2016 International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), Moscow, Russia, June 1–3, 2016. P. 1 – 4.

### **Другие публикации:**

8. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мьо. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом с интегратором // XII Всероссийское совещание по проблемам управления, Россия, Москва, Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 16–19 июня 2014 г. С. 2246–2256.

9. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мьо. Алгоритмы скоростного биградиента для нелинейных каскадных систем с модифицированной эталонной моделью конечного каскада // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XIII Международной конференции 1–3 июня 2016 г, Москва. – ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, С. 261–263.

10. Тар Яр Мьо. Об одной модификации алгоритмов управления на основе настраиваемого скользящего режима (линейные системы) // Научные технологии в приборостроении и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе : Материалы региональной научно–технической конференции 16–18 апреля, Т.1.– М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. С. 180–185.

11. Мышляев Ю.И., Тар Яр Мьо. Об одной модификации алгоритмов настраиваемого скользящего режима // Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем: Материалы XXXII Всерос. научно–технической конференции 27–28 июня, Ч. 2. – Изд-во Серпухов, 2013. – С. 279–282.

12. Мышляев Ю.И., Тар Яр Мьо. Адаптивное управление системой в форме Лагранжа с интегратором // Научные технологии в приборостроении и развитии инновационной деятельности в вузе: Материалы региональной научно–технической конференции 22–24 апреля, Т.1.– М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. С. 242–246.

13. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мьо. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом с учётом динамики привода // Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем: Материалы XXXII Всероссийской научно–технической конференции 26–27 июня, Ч. 5. – Изд-во Серпухов, 2014. – С. 91–96.

---

Подписано в печать 01.03.2017.

Формат 60 × 84/16. Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Печ. л. 1,25. Усл. п. л. 1,16. Тираж 100 экз. Заказ № 21.

---

Отпечатано с готового оригинал- макета в Редакционно-издательском отделе

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана

248000, г. Калуга, ул. Баженова, 2, тел. 57-31-87