

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»**

На правах рукописи



Маамо М. Шико

**Система измерения параметров вибрации с использованием  
микромеханических инерциальных измерительных блоков**

2.2.11. Информационно-измерительные и управляющие системы

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель

к.т.н., доц. Афонин А.А.

Москва – 2022

## Оглавление

Сокращения.....	5
Введение.....	7
Глава 1. Схема построения системы измерения параметров вибрации .....	16
1.1 Аналитический обзор современных подходов к построению систем измерения параметров вибрации, особенности методики измерения параметров вибрации посредством микромеханических инерциальных датчиков .....	16
1.2 Микромеханический инерциальный измерительный блок .....	24
1.3 Датчик перемещений .....	26
1.4 Навигационный комплекс .....	28
1.5 Структура и состав системы измерения параметров вибрации .....	31
1.6 Заключение .....	38
Глава 2. Основные алгоритмы работы системы измерения параметров вибрации	39
2.1 Алгоритм определения параметров ориентации и навигации .....	39
2.2 Алгоритмический модуль вычисления нормального УСТ.....	42
2.3 Алгоритм начальной выставки .....	42
2.4 Модель погрешностей канала определения параметров ориентации и навигации .....	50
2.5 Модель погрешностей датчика перемещений .....	54
2.6 Алгоритмы формирования оценок и коррекции СИПВ .....	56
2.6.1 Алгоритмы формирования оценок и коррекции СИПВ при разомкнутой схеме включения ОФК в систему.....	56
2.6.2 Анализ наблюдаемости элементов вектора состояния АКОИ....	77
2.6.3 Алгоритмы формирования оценок и коррекции СИПВ при замкнуто-разомкнутой схеме включения ОФК в систему .....	80
2.7 Заключение .....	84
Глава 3. Имитационное моделирование СИПВ .....	85
3.1 Программа имитационного моделирования и методика моделирования работы СИПВ .....	85

3.2 Типичные формы колебаний крыла самолёта .....	90
3.3 Исследование точностных характеристик СИПВ в условиях стоянки при низкочастотной вибрации .....	91
3.3.1 Исследование точностных характеристик работы АКОИ1, 2 СИПВ...	93
3.3.2 Исследование точностных характеристик вычисления параметров вибрации.....	115
3.4 Исследование точностных характеристик СИПВ в условиях полета по маршруту при низкочастотной вибрации.....	128
3.5 Исследование точностных характеристик СИПВ в условиях манёвренного полета при низкочастотной вибрации.....	130
3.5.1 Исследование точностных характеристик работы АКОИ1, 2 СИПВ.....	132
3.5.2 Исследование точностных характеристик вычисления параметров вибрации.....	141
3.6 Исследование точностных характеристик СИПВ при измерении вибрации на средних и высоких частотах .....	145
3.6.1 Исследование точностных характеристик СИПВ при вибрации с частотой 10 Гц.....	146
3.6.2 Исследование точностных характеристик СИПВ при вибрации с частотой 100 Гц.....	153
3.7 Заключение .....	160
Глава 4. Экспериментальные исследования СИПВ.....	161
4.1 Экспериментальная установка для исследований макета СИПВ .....	161
4.2 Программное обеспечение экспериментальной установки.....	166
4.3 Методика и условия экспериментальных исследований.....	167
4.4 Результаты экспериментальных исследований макета СИПВ.....	169
4.4.1 Результаты исследований макета СИПВ при горизонтальной вибрации .....	171
4.4.2 Результаты исследований макета СИПВ при вертикальной вибрации .....	175

4.5 Заключение .....	179
Заключение по работе .....	181
Библиографический список использованной литературы.....	183

## Сокращения

АКОИ – алгоритм комплексной обработки информации;  
БА – блок акселерометров;  
БВ – блок вычисления;  
БВПВ – блок вычисления параметров вибрации;  
БГ – блок гироскопов;  
БДВ – блок датчиков вибрации;  
БИ – блок измерения;  
БПО – блок предварительной обработки;  
БРФА – блок реализации функционального алгоритма;  
БСК – базовая система координат;  
ГСК – географическая система координат;  
ДП – датчик перемещений;  
ИИ – источник информации;  
ИМ – инерционная масса;  
ИН – информационный накопитель;  
ИНС – инерциальная навигационная система;  
ИСК – инерциальная система координат;  
ЛА – летательный аппарат;  
МА – микромеханический акселерометр;  
МГ – микромеханический гироскоп;  
МИИБ – микромеханический инерциальный измерительный блок;  
МНУСТ – модель нормального ускорения силы тяжести;  
МО – математическое ожидание;  
МЭМС – микроэлектромеханическая система;  
НК – навигационный комплекс;  
НУиП – блок вычисления начальных условий и параметров;  
ОФК – оптимальный фильтр Калмана;  
СИПВ – система измерения параметров вибрации;

СКО – среднеквадратическое отклонение;

ССК – связанная система координат;

УСТ – ускорение силы тяжести;

ЦВБ – цифровой вычислительный блок;

ЧЭ – чувствительный элемент;

ЭДС – электродвижущая сила;

ЭСК – экваториальная система координат;

## Введение

В настоящий время актуальной остается проблема высокоточного комплексного измерения параметров линейной и угловой вибрации элементов конструкции летательного аппарата (ЛА), в частности крыла самолета, в том числе в полете, так как на основе анализа измеряемых параметров вибрации решается ряд важных задач, в том числе: вибродиагностика, модальный анализ, пассивная и активная виброизоляция, исследование и предотвращение опасных режимов (бафтинг, флаттер и др.). С другой стороны, в связи с широким внедрением композиционных материалов в механические элементы конструкции ЛА, новые поколения ЛА приобретают нежёсткую несущую конструкцию, демонстрируя, например, большую деформацию крыла при нормальных эксплуатационных нагрузках. Это существенно сказывается на аэродинамических и прочностных характеристиках ЛА. В этой связи измерение параметров вибрации крыла становится необходимым для диагностики его состояния, прогнозирования появления и развития его дефектов. На сегодняшний день решение задачи измерения параметров вибрации в значительной степени зависит от выбора типа вибропреобразователей или датчиков вибрации. Для построения систем измерения параметров вибрации наиболее часто используются три типа датчиков: пьезоэлектрические акселерометры, оптические преобразователи и МЭМС-акселерометры. К недостаткам оптических преобразователей относятся: значительные масса, габариты, энергопотребление, стоимость; возможность ложных срабатываний при работе в условиях высокой запыленности, тумана, интенсивной внешней засветки, низких температур, сильной вибрации, что затрудняет их применение в процессе эксплуатации ЛА. Пьезоэлектрические акселерометры существенно искажают сигнал как на высоких, так и на низких частотах и характеризуются значительными массогабаритными характеристиками. К главным недостаткам МЭМС-акселерометров относятся невысокая точность и значительная нестабильность характеристик. Ни один из этих типов датчиков не обеспечивает комплексное измерение с потребной точностью всех необходимых параметров вибрации (виброперемещение,

виброскорость, виброускорение, углы вибрации, угловая скорость вибрации, соответствующие амплитудно-частотные и фазовые частотные характеристики).

В качестве альтернативы для измерения всего комплекса параметров вибрации элементов конструкции ЛА, в частности его крыла, целесообразно использовать микромеханический инерциальный измерительный блок (МИИБ), предназначенный в первую очередь для измерения проекций кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости в связанной с ним системе координат, нашедший широкое применение в области навигации и управления движением. МИИБ дает полную информацию о параметрах движения исследуемого элемента механической структуры, на которой он установлен. На основании этой информации можно определить все необходимые параметры вибрации этого элемента. МИИБ работает без существенных искажений как при высоких, так и при низких частотах и характеризуется небольшими массогабаритными характеристиками, что позволяет применять его при испытаниях малогабаритных, тонкостенных структур без значительных искажений истинной картины колебаний. К главным недостаткам МИИБ относятся невысокая точность и значительная нестабильность характеристик. Для их устранения целесообразно использовать технологию слияния сенсорной информации. При этом можно привлечь вспомогательные источники информации, в частности бортовой навигационный комплекс (НК) и датчик перемещения (ДП), с целью коррекции измерений МИИБ посредством применения оптимального фильтра Калмана (ОФК) при комплексировании информации. В работе предлагается способ измерения параметров линейной и угловой вибрации элементов конструкции ЛА, в частности его крыла, с использованием нескольких МИИБ для определения параметров ориентации и навигации исследуемых элементов конструкции ЛА, с коррекцией алгоритмов в каналах определения этих параметров элементов по измерениям ДП и НК, с последующим сравнением информации в каналах ориентации и навигации этих элементов и выделением на основе этого сравнения собственно информации о параметрах линейной и угловой вибрации элементов.

На основе этого способа в работе предлагается комплексная система



измерения параметров вибрации (СИПВ). При этом предполагается, что при ее построении удастся преодолеть основные недостатки существующих измерителей, а к ее ключевым преимуществам можно отнести: высокую точность (погрешность менее 1% по всем параметрам); высокую информативность, поскольку предлагаемая СИПВ сможет непрерывно формировать всю полноту информации о параметрах вибрации исследуемого элемента механической структуры; невысокие стоимость и энергопотребление; небольшие массу и габариты системы. Система сможет работать как при стационарном положении объекта (в лабораторных условиях или на предприятии), так и в процессе эксплуатации объекта (в том числе на аэродроме или в полете). Простота оснащения ЛА системой такого типа связана, в первую очередь, с относительной простотой монтажа МИИБ (возможно, беспроводных) на объекте исследования. При этом большинство современных ЛА обладают собственными НК, а некоторые перспективные самолеты оснащены ДП, встроенными в их крылья. Таким образом, создание малогабаритной, относительно недорогой информационно-измерительной системы, предназначенной для осуществления оперативных, информативных, высокоточных комплексных измерений параметров вибрации элементов механических конструкций, в том числе ЛА, способной работать в сложных условиях эксплуатации, включая условия динамического полета, представляется перспективным. Создание такой системы позволило бы осуществлять проведение испытаний свойств и характеристик механических конструкций на этапах разработки, изготовления и ремонта, периодического контроля, а также во всех режимах их эксплуатации для проверки соответствия свойств и характеристик конструкции требуемым, а также для прогнозирования и мониторинга появления и развития их дефектов с высокой производительностью и оперативностью измерений при небольших материальных, энергетических и вычислительных затратах.

**Целью диссертационной работы** является увеличение информативности, уменьшение массогабаритных характеристик, стоимости и энергопотребления системы измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА

посредством использования микромеханических инерциальных измерительных блоков с привлечением корректирующей навигационной информации от бортовых источников.

**Объектом исследования** является информационно-измерительная система для измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА с использованием микромеханических инерциальных измерительных блоков.

**Предметом исследования** являются структура, состав, алгоритмы работы, характеристики информационно-измерительной системы.

**Методы исследования.** Аналитические методы высшей математики, численные методы, методы теории случайных процессов и оптимального оценивания, методы имитационного моделирования и экспериментального исследования.

**Задачи исследования.**

Для достижения данной цели были решены следующие задачи:

1. Анализ современных подходов, методов и средств измерения параметров вибрации, обоснование актуальности проблемы и цели работы, перспективности создания СИПВ нового типа для решения задач измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА, в том числе в полете.

2. Разработка способа комплексного измерения линейных и угловых параметров вибрации и схемы построения СИПВ, выбор ее рациональных структуры и аппаратного состава, обеспечивающих увеличение информативности, уменьшение массогабаритных характеристик, стоимости и энергопотребления.

3. Разработка обобщенных математических моделей СИПВ и ее элементов, моделей ошибок каналов определения параметров ориентации и навигации.

4. Разработка функциональных алгоритмов определения линейных и угловых параметров вибрации элементов конструкции на основе определения их параметров ориентации и навигации, а также оценивания и коррекции их погрешностей и погрешностей измерителей.

5. Разработка и исследование имитационных моделей СИПВ, программно-

алгоритмического обеспечения их работы с целью анализа работоспособности СИПВ и определения ее точностных характеристик в различных условиях эксплуатации.

6. Создание макета СИПВ и экспериментальной установки для его исследований, экспериментальные исследования макета СИПВ, оценка точностных характеристик макета и анализ работоспособности СИПВ в реальных условиях.

**Научная новизна** диссертации заключается в следующем.

1. Предложен новый способ комплексного измерения линейных и угловых параметров вибрации элементов конструкции ЛА, в том числе в полете, основанный на комплексировании и последующей обработке информации от специализированных разнесённых инерциальных измерительных блоков, от датчиков перемещений (деформаций элементов вибрирующей конструкции) и от бортового навигационного комплекса.

2. Предложена новая схема построения и алгоритмы СИПВ нового типа, основанной на использовании корректируемых МИИБ и обеспечивающей комплексность и высокую точность измерения угловых и линейных параметров вибрации.

3. Разработан усовершенствованный алгоритм начальной выставки каналов определения параметров ориентации и навигации СИПВ, работающий в базовой земной экваториальной (гринвичской) системе координат и обладающий невырождаемостью практически при любой исходной ориентации и местоположении МИИБ.

**Практическая ценность:**

1. Предложенная СИПВ отличается от существующих систем аналогичного назначения возможностью измерения всего комплекса параметров линейной и угловой вибрации элементов вибрирующей конструкции с высокой информативностью и требуемой точностью, а также обладает меньшими массогабаритными характеристиками, стоимостью и энергопотреблением.

2. Предложенная СИПВ может использоваться как при стационарном

положении ЛА в лаборатории или на предприятии, так и при его эксплуатации на аэродроме, а также, что особенно важно, в полете. При этом обеспечивается простота оснащения ЛА системой такого типа, включая ЛА с малогабаритными и тонкостенными элементами конструкции, без существенного искажения картины их вибрации. В СИПВ может использоваться информация от бортового НК и от уже встроенных в конструкции некоторых перспективных ЛА датчиков перемещений элементов этих конструкций.

3. Разработанная СИПВ может непрерывно «онлайн» снабжать потребителей информацией об основных параметрах линейной и угловой вибрации для анализа текущего состояния конструкции ЛА, прогноза появления и развития ее дефектов непосредственно в полете.

4. Разработанное программное обеспечение и соответствующие методики для имитационного моделирования и экспериментальных исследований СИПВ, продемонстрировавшие высокую степень сходимости и повторяемости результатов имитационных и экспериментальных исследований, позволяют проводить анализ свойств и характеристик подобных систем с высокой точностью и информативностью.

#### **Научные положения, выносимые на защиту:**

1. Схема построения СИПВ на основе комплексирования информации от специализированных разнесённых инерциальных измерительных блоков, от датчиков перемещений (деформаций элементов вибрирующей конструкции), и от бортового навигационного комплекса, обеспечивает требуемую точность, высокую информативность измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА.

2. Функциональные алгоритмы СИПВ, разработанные с использованием замкнуто-разомкнутой схемы включения фильтра Калмана, обеспечивают высокоточное определения параметров линейной и угловой вибрации элементов вибрирующей конструкции.

3. Применение разработанного алгоритма начальной выставки каналов ориентации и навигации СИПВ допускает осуществление процесса выставки

каналов практически при любой исходной ориентации и местоположении МИИБ.

4. Разработанные имитационная модель и макет СИПВ, результаты имитационного моделирования и экспериментальных исследований, подтвердившие эффективность предложенных в работе способа измерения параметров вибрации, схем и алгоритмов построения СИПВ.

**Достоверность полученных в диссертационной работе результатов** подтверждается: апробацией материалов диссертации; высокой степенью повторяемости результатов при проведении серии опытов в ходе имитационных и экспериментальных исследований моделей и макета СИПВ; высокой степенью соответствия результатов аналитических, имитационных и экспериментальных исследований.

**В первой главе** обоснована актуальность тематики работы и целесообразность построения СИПВ на основе МИИБ, подробно проанализированы достоинства и недостатки современных СИПВ, а также преимущества использования МИИБ в качестве основного измерителя предлагаемой СИПВ при условии применения технологии слияния сенсорной информации и ОФК, что позволяет снизить влияние основных недостатков МИИБ – его невысокой точности и стабильности параметров. В главе так же предоставлены структура, состав и базовая схема предлагаемой СИПВ, способной работать как в стационарном положении исследуемого объекта (ЛА), так и в основных режимах эксплуатации (в том числе на аэродроме или в полете).

**Во второй главе** представлены разработанные математические модели и алгоритмы работы основных каналов системы, включая алгоритм определения параметров ориентации и навигации, алгоритм начальной выставки, алгоритм оценивания параметров и коррекции СИПВ, а также собственно алгоритм определения параметров вибрации элементов конструкции ЛА. Для обеспечения возможности практического использования СИПВ, предлагается применять разработанную смешенную (замкнуто-разомкнутую) схему оценивания параметров и коррекции каналов ориентации и навигации СИПВ для обеспечения устойчивости ее работы и минимизации погрешностей.

**В третьей главе** представлены результаты имитационного моделирования СИПВ. Показана структура и состав комплекса программ имитационного моделирования, приведена методика и условия выполненного моделирования. По полученным результатам проведен анализ ожидаемых точностных характеристик СИПВ, ее источников первичной информации и каналов определения параметров ориентации и навигации при разных условиях их эксплуатации: на стоянке ЛА, при полете по маршруту и маневренном полете, при измерении вибраций в широком частотном диапазоне и при использовании МИИБ разной точности. Представленные результаты подтверждают качество и достоверность выполненных теоретических исследований и возможность достижения высоких точностных характеристик перспективной СИПВ элементов конструкции ЛА.

**В четвертой главе** представлены созданные макет СИПВ и экспериментальная установка для его исследований. Описаны разработанные программное обеспечение и методика экспериментальных исследований. Приведены и проанализированы результаты работы макета СИПВ в условиях горизонтальной и вертикальной вибраций, заданных на неподвижно расположенном стенде. Практически подтверждена работоспособность СИПВ и оценены точностные характеристики ее макета при определении параметров вибрации балки, имитирующей крыло самолета. Установлено, что полученные результаты являются вполне приемлемыми и соответствуют ожидаемым.

**В заключении** представлены основные результаты и выводы по работе.

#### **Соответствие диссертации паспорту научной специальности.**

Отраженные в диссертации научные положения соответствуют области исследования (п. 2 «Исследование возможностей и путей совершенствования существующих и создания новых элементов структуры и образцов информационно-измерительных и управляющих систем, улучшение их технических, эксплуатационных, экономических и эргономических характеристик, разработка новых принципов построения и технических решений») специальности 2.2.11. – Информационно-измерительные и управляющие системы.

**Внедрение результатов работы** подтверждается актами внедрения результатов в учебный процесс кафедры «Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) и кафедры цифровой экономики Московского финансово-промышленного университета «Синергия», а также в НИОКР специализированной организации ООО «Научно-исследовательский центр «Арсенал».

**Апробация работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы доложены и обсуждены: на 20-й Международной конференции «Авиация и космонавтика», Москва, 2021 г.; на XLVI – XLVIII Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения», Москва, 2020 – 2022 гг.; на I, II Международной научно-практической конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов», Томск, 2021-2022 г; на III Международной конференции ICMSIT-III 2022: Метрологическое обеспечение инновационных технологий, Красноярск – Санкт-Петербург, 2022 г.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертационной работы опубликованы в 14 печатных работах, из которых: 4 статьи в журналах, рекомендованных ВАК [129-132]; 4 статьи в журналах, индексируемых в Scopus [133-136]; 6 тезисов докладов на научно-технических конференциях [137-142].

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы. Основная часть диссертации содержит 198 страниц машинописного текста, 172 рисунка, список литературы включает 142 наименований.

## **Глава 1. Схема построения системы измерения параметров вибрации**

В настоящей главе рассмотрены традиционные технологии измерения параметров вибрации, представлены особенности построения современных систем измерения параметров вибрации (СИПВ), представлен подробный анализ достоинств и недостатков существующих технологий проведения вибрационных измерений, обоснована методика проведения измерений параметров вибрации с использованием микромеханического инерциального измерительного блока (МИИБ) как для неподвижного, так и подвижного объекта. Обоснован выбор рациональных структуры и состава СИПВ.

### **1.1 Аналитический обзор современных подходов к построению систем измерения параметров вибрации, особенности методики измерения параметров вибрации посредством микромеханических инерциальных датчиков**

В настоящее время в связи с всевозрастающей сложностью проектирования, производства и эксплуатации летательных аппаратов (ЛА) одним из важных направлений в области развития информационно-измерительных систем является совершенствование и разработка новых способов и подходов к измерению параметров вибрации элементов механических конструкций ЛА, поскольку на основе результатов их измерения решается широкий спектр авиационных задач [1-16], в том числе:

- пассивная и активная виброизоляция механических конструкций ЛА;
- диагностика состояния механических конструкций ЛА;
- модальный анализ механических конструкций ЛА;
- испытания для проверки на виброустойчивость (вибрационную прочность) механических конструкций и бортовых измерительных приборов;
- прогнозирование дефектов механических конструкций ЛА;
- анализ вибрационной надежности механических конструкций и бортовых измерительных приборов.



Следует отметить, что на сегодняшний день конструкции из тонкостенных балок используются в качестве основных структурных компонентов в различных областях техники. Например, крылья самолета, манипуляторы роботов, лопасти несущего винта вертолета или турбины – концептуально представляют собой тонкостенные конструкции. Применение этих структур в современных авиационных и космических аппаратах значительно расширилось с появлением волокнистых композиционных материалов, например, появились крылья, которые обеспечивают высокое отношение прочности к массе, более высокую устойчивость к коррозии и более высокую усталостную долговечность по сравнению с конструкциями из традиционных материалов. В сочетании с относительной легкостью самолеты имеют тенденцию становиться очень гибкими, демонстрируя, например, большую деформацию крыла при нормальных эксплуатационных нагрузках, что существенно сказывается на их аэродинамических и прочностных характеристиках [17-21], следовательно использование системы измерения параметров вибрации крыла становится необходимым для диагностики его состояния, прогнозирования появления и развития его дефектов [17, 22, 23], исследования и предотвращения опасных режимов (бафтинг, флаттер и др.).

Решение задачи проектирования системы измерения параметров вибрации (величин, характеризующих вибрацию: виброперемещения, вибро скорости, виброускорения, углы и угловые скорости вибрации, их амплитудно-фазовые частотные характеристики и др.) в значительной степени зависит от выбора типа вибропреобразователей.

Датчики вибрации делят на датчики с кинематическим принципом отсчета и датчики с динамическим принципом отсчета. Кинематический принцип отсчета состоит в измерении положения исследуемого объекта относительно выбранной неподвижной системы координат, связанной с неподвижным элементом. Датчики с кинематическим принципом отсчета называют также датчиками измерения параметров вибрации относительно неподвижных координат. Недостатком таких датчиков является необходимость использования неподвижной отсчетной точки.

На практике не всегда можно найти неподвижный элемент рядом с узлом измерений, особенно в тех случаях, когда узлов измерений десятки и сотни, как бывает, например, при стендовых испытаниях ракетно-космической техники. Еще сложнее найти опорные точки при летных испытаниях [4].

В динамическом принципе измерения не используются неподвижная система координат как в случае кинематического принципа. Вместо этого используются динамические свойства простейшего линейного измерительного осциллятора (колебательной системы с одной степенью свободы), представляющей собой инертный элемент (недеформируемое тело), связанный с объектом испытаний через упругий подвес (пружину). Датчики, основанные на динамическом принципе измерений, называют также датчиками инерционного действия [4].

Датчики с динамическим принципом отсчета получили большее распространение в авиакосмической отрасли, чем датчики с кинематическим принципом отсчета [4].

По принципу работы датчики вибрации инерционного действия (с динамическим принципом отсчета) делятся на два класса: генераторные и параметрические [2, 4, 6, 11, 12, 14, 24]:

- генераторные (пассивные) датчики: пьезоэлектрические, индукционные, основанные на эффекте Холла;
- параметрические (активные): резистивные, пьезорезистивные, индуктивные, трансформаторные, магнитоупругие, емкостные.

Генераторные датчики вырабатывают электрический сигнал под действием измеряемых механических колебаний. Наибольшее распространение в авиакосмической отрасли получили генераторные датчики, работа которых основана на использовании пьезоэлектрического эффекта [4].

Параметрические датчики являются устройствами, у которых под действием измеряемых механических колебаний меняются электрические параметры (сопротивление, емкость, индуктивность, частота сигнала и т.п.). Датчики этого типа называют датчиками (измерительными преобразователями)

активного типа. В параметрических датчиках обязательно используется модуляция электрического сигнала. Питание на все параметрические датчики подается от внешних источников энергии (как правило встроенных в виброизмерительный прибор) и они имеют в своем составе демодуляторы, фиксирующие изменение электрических параметров схем. Наибольшее распространение в авиакосмической отрасли получили тензорезистивные и индуктивные датчики [4].

Датчики инерционного действия обычно являются контактными, т.е. закрепляемыми непосредственно на объекте испытаний, они соединяются кабелем с измерительной аппаратурой. Это создает определенные проблемы при проведении испытаний малогабаритных или тонкостенных объектов авиационной или ракетно-космической техники. Установка датчиков на объекте (вследствие изменения массовых и жесткостных параметров объекта в местах установки датчиков) может исказить истинную картину колебаний. Следовательно, в тех случаях, когда это возможно, желательно применять бесконтактные датчики.

Бесконтактные датчики являются датчиками, которые измеряют параметры относительной вибрации с использованием акустических, электромагнитных, магнитных, оптических и других физических принципов. Чаще других при испытаниях применяют оптические бесконтактные датчики [2, 4, 12, 22, 25-29].

По измеряемому параметру вибрации, вибропреобразователи классифицируются следующим образом:

- Виброперемещения, углы вибрации: примером датчиков виброперемещений являются вихретоковые преобразователи. Эти датчики чаще всего используются для измерения виброперемещений вала относительно корпуса. Вихретоковые датчики обладают хорошим частотным откликом. Обычно их частотный диапазон составляет 0 – 1000 Гц. При этом неравномерность амплитудно-частотной характеристики не превышает 0,5 дБ [4, 12, 30-32].

- Виброскорость, угловая скорость вибрации: примером датчиков, измеряющих непосредственно виброскорость, являются индукционные датчики. Преимуществом этих датчиков является большая величина выходного сигнала,

которая составляет при уровне виброскорости 10 мм/с около 100 мВ. Существенным недостатком этих датчиков является наличие подвижной системы, которая снижает надежность этих датчиков и ограничивает время их безотказной работы примерно до 300 часов [4, 12, 33].

- Виброускорение: наиболее широко для измерения вибрационных параметров применяются пьезоэлектрические вибропреобразователи (виброакселерометры), которые по своим характеристикам, как правило, превосходят все другие типы вибропреобразователей. Они имеют достаточно высокую чувствительность, широкий частотный и динамический диапазоны измерений, относительно небольшие размеры и массу, высокую термостойкость и выборочность. Главный недостаток пьезоэлектрических вибропреобразователей – их высокое выходное сопротивление, из-за которого предъявляются повышенные требования к помехоустойчивости и изоляционным характеристикам соединительных кабелей и выходных цепей усилительно-преобразующей аппаратуры. Для обеспечения этих требований непосредственно за вибропреобразователем устанавливаются согласующие устройства, которые необходимы для усиления его маломощного сигнала и устранения влияния различного рода помех [1, 2, 4, 11, 12, 24]. Согласующее устройства чаще всего строятся на базе усилителя заряда. К преимуществам усилителей заряда можно отнести то, что они не чувствительны к длине соединительного кабеля, имеют широкий динамический диапазон и обеспечивают необходимую равномерность частотной характеристики в области инфранизких частот. К недостаткам этих устройств следует отнести сложность их схем. В настоящее время для устранения этого недостатка стараются изготавливать пьезоэлектрические преобразователи со встроенными усилителями. Однако, эти преобразователи по-прежнему имеют излишние габариты и требуют наличия внешних источников питания [4, 6, 12, 14, 24].

В связи с бурным развитием микромеханической техники и появлением нового поколения датчиков, в частности микромеханических акселерометров (МА) и гироскопов (МГ), открылось новое направление разработки и исследований в области встраивания МЭМС-датчиков в системы измерения

параметров вибрации. Микроэлектромеханическая система (МЭМС) – это интегрированная измерительная система с размерами от нескольких мкм до мм, которая объединяют в себе механические, электрические и электронные компоненты [14, 24, 34, 35]. В мире за последние годы были проведены многочисленные эксперименты в целях изучения возможности использования МЭМС-акселерометров как датчиков вибрации [36-44]. Результаты исследований показывают, что обладающие достаточной точностью МЭМС-акселерометры могут быть хорошей альтернативой традиционным виброакселерометрам в основном потому, что у них отсутствует необходимость в громоздких и тяжёлых усилителях заряда. Кроме того, МЭМС-акселерометры намного дешевле, чем пьезоэлектрические акселерометры, которые не очень рекомендуются для использования при низкочастотных ускорениях из-за наличия у них значительного затухания и фазовых сдвигов [45-47]. МЭМС-акселерометры также, как традиционные датчики способны выдерживать суровые условия окружающей среды. С другой стороны микромеханические акселерометры, как правило, отличаются невысокой точностью и стабильностью характеристик, и для улучшения их точностных характеристик при измерении параметров вибрации часто используются нижеследующие подходы.

- Использование цифрового фильтра является одним из традиционных способов уменьшения выходного шума и улучшения отношения сигнал/шум. Этот подход оказался относительно успешным и широко употребляемым [38, 48, 49], но для проектирование фильтра с необходимыми параметрами требуется проводить большое число лабораторных испытаний и калибровок, проверять параметры фильтра на периодической основе.

- Технология слияния сенсорной информации — это метод объединяет данные от нескольких датчиков в связанную информацию для получения большей точности и объёма разносторонних знаний об объекте исследований, чем можно было бы достичь при использовании единичного датчика [50, 51]. Для исследования возможностей этой технологии в системах измерения параметров вибрации в целях вибродиагностики или виброизоляции проведено большое число

исследований [46, 47, 51-55], которые показывают, что применение технологии может существенно улучшить итоговые характеристики систем измерения параметров вибрации, в том числе, расширить частотный диапазон измерения и увеличить точность измерения.

Системы измерения параметров вибрации могут строиться на основе всех рассмотренных выше датчиков и преобразователей. Тем не менее, наиболее широкое применение нашли системы построенные на основе: пьезоэлектрических акселерометров, оптических преобразователей, МЭМС-акселерометров и технологии слияния сенсорной информации (см. рис. 1.1).



Рис. 1.1 Основные области применения СИПВ на основе разных типов вибропреобразователей

Обобщенная схема СИПВ представлена на рис. 1.2.

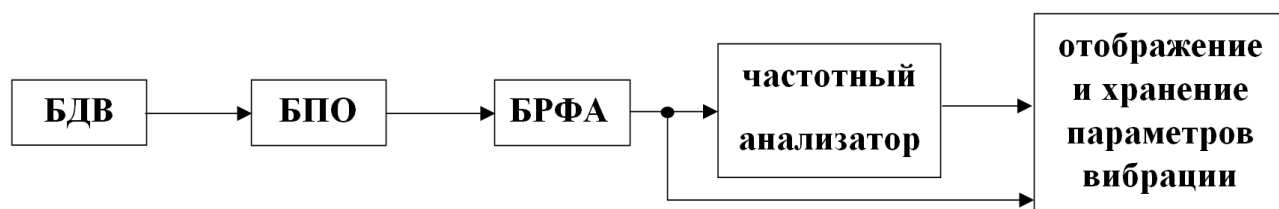


Рис. 1.2 Обобщенная схема СИПВ

На рис. 1.2: БДВ – блок датчиков вибрации; БПО – блок предварительной обработки; БРФА – блок реализации функциональных алгоритмов СИПВ.

Системы измерения параметров вибрации можно разделить на две категории: системы однородных датчиков, которые используют лишь один вид преобразователей для измерения вибрации, например пьезоэлектрические акселерометры, и системы неоднородных датчиков, в которых применяется

технология слияния сенсорной информации. Основным преимуществом системы однородных датчиков является простая аппаратная и алгоритмическая реализация, к основным недостаткам можно отнести то, что измерения, как правило, не способны отразить всю полноту информации об измеряемом объектом или явлении, зачастую отсутствует возможность существенно повысить их итоговую точность. При этом несмотря на то, что системы неоднородных датчиков, как правило, требуют более сложных алгоритмов обработки информации, получаемой от многих источников, они обеспечивают большую точность и полноту измерений, увеличивают надежность системы благодаря наличию информационной избыточности. В итоге такие системы оказываются более эффективными для большинства разнородных задач измерения параметров вибрации [56, 57].

Итак, для построения систем измерения параметров вибрации наиболее часто используются три типа датчиков: пьезоэлектрические акселерометры, оптические преобразователи и МЭМС-акселерометры.

К ключевым преимуществам пьезоэлектрических акселерометров следует отнести высокую чувствительность, широкий частотный и динамический диапазоны измерений, высокую термостойкость и выборочность, а к недостаткам то, что они являются контактными датчиками и соединяются кабелем с измерительной аппаратурой, имеют значительное затухание и фазовые сдвиги при низких частотах [4, 24, 46, 52, 54].

Важнейшем преимуществом оптических преобразователей является то, что они бесконтактны и не влияют на истинную картину колебаний объекта, тем не менее, к недостаткам оптических преобразователей относят необходимость «идеальных» лабораторных условий для измерения, а также сложности монтажа оптических приборов, их чувствительность к ударам и сильным механическим воздействиям при транспортировке и монтаже. При этом, обработка информации оптических датчиков требует использования исключительно высокопроизводительных ЭВМ и сложных алгоритмов.

Микромеханические акселерометры характеризуются малыми массой и габаритами, небольшим энергопотреблением, невысокой стоимостью, относительно простым устройством, широким амплитудно-частотным диапазоном, большой номенклатурой датчиков, эти акселерометры могут работать в беспроводном исполнении, что является важным при проектировании, например, малогабаритных ЛА или при измерении вибрации вращающихся или тонкостенных механических структур [58, 59]. К главным недостаткам микромеханических акселерометров относится весьма невысокая точность и значительная нестабильность характеристик, тем не менее, с помощью применения алгоритмов фильтрации и технологии слияния сенсорной информации можно существенно улучшить их итоговую точность.

Для того, чтобы построить СИПВ, обладающую теми же преимуществами, но лишенную недостатков рассмотренных выше систем, предлагается строить СИПВ с использованием микромеханических инерциальных измерительных блоков (МИИБ), включающих МЭМС-акселерометры.

## **1.2 Микромеханический инерциальный измерительный блок**

МИИБ включает в свой состав интегрированные трехкомпонентные блоки МГ и МА, а иногда и другие датчики – магнитометрические, температурные, барометрические и т.д. МИИБ предназначен в первую очередь для измерения проекций кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости в связанной с ним системе координат. Он нашел широкое применение в области навигации и управления движением, робототехнике, медицине, в бытовых приборах и др. [42, 60, 61].

МА состоит из инерционной массы (ИМ), которая с помощью упругих элементов подвеса вмонтирована в корпус, а также системы съема информации и, возможно, управления ее положением (движением). Выходной сигнал МА обеспечивается посредством электромеханических и электронных преобразователей перемещений, деформаций, сил, их моментов и др. Конструктивный узел МА, включающий ИМ и подвес с элементами крепления, можно считать его чувствительным элементом (ЧЭ). В микромеханическом



исполнении реализуются три основных схемы акселерометров с упругими повесами ЧЭ как прямого, так и компенсационного преобразования: МА с поступательным перемещением ЧЭ; МА с упругим подвесом маятникового типа; вибрационный МА. В качестве датчиков перемещения ЧЭ в основном используются емкостные, тензорезистивные и пьезоэлектрические датчики. Компенсация измеряемых инерционных сил и моментов осуществляется с помощью датчиков силы или момента магнитоэлектрического или электростатического типов. Диапазон максимальных ускорений, измеряемых с помощью МА, может достигать величины порядка  $10^5g$  [34, 35, 60].

В свою очередь МГ являются электромеханическими системами, в которых энергия вынужденных (первичных) колебаний ИМ в упругом подвесе (резонаторе) при появлении переносной угловой скорости преобразуется в энергию вторичных колебаний, которые содержат информацию об измеряемой угловой скорости. Это преобразование осуществляется вследствие воздействия на резонатор сил (или моментов) инерции Кориолиса при вращении резонатора с переносной угловой скоростью, вектор которой перпендикулярен к вектору количества движения или кинетического момента соответственно для поступательных или вращательных первичных колебаний ИМ. Первичные колебания называют также режимом движения (РД) или движением по координате возбуждения, а вторичные – режимом чувствительности (РЧ) или движением по координате выходного сигнала. По виду движения ИМ в РД и РЧ различают гироскопы LL, RR и LR типа. В любых РД и РЧ в LL-гироскопах ИМ совершает поступательные перемещения, в RR-гироскопах – вращательные, а в LR-гироскопах – различные комбинации поступательных и вращательных перемещений ИМ. Каждый вид МГ характеризуется набором классификационных признаков, важнейшими из которых являются: число измерительных осей, число инерционных масс, тип подвеса (контактный и неконтактный), наличие кинематических связей, вид перемещения ИМ, тип прямого преобразователя, тип обратного преобразователя. Типовыми характеристиками МГ являются: диапазон измерений, чувствительность, полоса пропускания частот, масштабный

коэффициент и его стабильность, перекрестная чувствительность, шум, температурная стабильность характеристик и другие эксплуатационные параметры и характеристики [34, 60, 62].

Так как МИИБ содержит в себе по три ортогонально расположенных МА и МГ, он может дать полную информацию о параметрах движения исследуемой точки механической структуры на основании которой в итоге можно определить ее виброускорение, виброскорость, виброперемещение, углы и угловую скорость вибрации, их амплитудно-частотные и фазовые характеристики и др. параметры вибрации. В отличие от пьезоэлектрического акселерометра даже дешёвый МИИБ работает без существенных искажений как при высоких, так и при низких частотах. МИИБ характеризуется небольшими масса-габаритными характеристиками, что позволяет его использовать при испытании малогабаритных структур без значительных искажений истинной картины колебаний. Кроме того, МИИБ можно включить в систему обработки информации без проводов, что, в частности, упрощает его монтаж. Однако, к главным недостаткам МИИБ относится невысокая точность и значительная нестабильность характеристик. В этой связи большое число работ посвящено вопросам построения их моделей ошибок и способам их уменьшения, а также совершенствованию методов калибровки МИИБ. Для устранения указанных недостатков, в частности, широкое применение нашли методы фильтрации и технология слияния сенсорной информации [60, 63-72].

### **1.3 Датчик перемещений**

Датчик перемещений, или датчик деформации, часто используется в качестве вибропреобразователя. Измерение относительного перемещения производится следующим образом. Датчик вырабатывает сигнал, являющийся функцией положения одного из его узлов, связанного с подвижным элементом конструкции объекта, а изменения этого сигнала отражают его перемещения. В каждом из типов таких датчиков используется та или иная зависимость параметров электрической цепи от положения подвижного элемента – сопротивления потенциометра, индуктивности катушки с подвижным

сердечником, емкости конденсатора с подвижными обкладками, ЭДС или индуктивности катушек трансформатора с переменным числом подключаемых витков и др. [73]. Кроме того, существуют кодовые датчики абсолютных значений, с помощью которых определяются перемещения посредством оптического или магнитного считывания данных с двоичной шкалы, нанесенной на рейку или диск и соединенной с подвижной частью. В этом случае датчик генерирует единичный импульс на каждом элементарном перемещении, полное перемещение определяется подсчетом суммы или разности испущенных импульсов в зависимости от направления перемещения, такие датчики называются датчики последовательных приращений [1, 12, 14, 73-75].

Датчики, называемые бесконтактными, характеризуются отсутствием механической связи с объектом, расстояние до которого или перемещения которого они измеряют, поэтому сами они мало влияют на измеряемую величину. В этом случае связь между подвижным объектом и датчиком осуществляется посредством магнитного, электромагнитного или электростатического поля, а интенсивность этой связи, являющейся функцией относительного расположения объекта и датчика, выражается электрическим сигналом датчика [73, 76-80].

В настоящее время тензорезисторы наиболее широко применяются в качестве чувствительных элементов датчиков, разработанных для измерения сил и их моментов, перемещений, деформаций, давления и др. К преимуществам тензодатчиков следует отнести малый вес и размеры, простоту конструкции и крепления датчиков к изделиям, способность измерять статические и динамические деформации. К недостаткам следует отнести большое влияние температуры на их сопротивление. Кроме того, незначительное рабочее изменение сопротивления датчика (приблизительно до 1%), требует существенного усиления его сигнала [73-75, 80-84].

На сегодняшний день способы измерения перемещений и деформаций оптическими способами, в частности видеограмметрия, все активнее развивается благодаря многим факторам, в том числе, появлению качественных недорогих видеокамер, повышению производительности компьютеров и усложнению

алгоритмов обработкой изображений. К преимуществам оптических методов измерения в первую очередь следует отнести то, что они являются бесконтактными. Однако, к недостаткам следует отнести сложность монтажа датчиков и факт того, что точность измерений существенно снижается с ростом расстояния от датчика до контролируемой поверхности [17, 22, 23, 25, 26, 29, 77, 79, 85-87].

Анализ современных методов измерения перемещений и деформаций приводит к выводу о необходимости включения в СИПВ датчика перемещений того или иного типа. Выбор типа датчика перемещений зависит от требований к задаче измерения, а также от возможного наличия встроенных датчиков перемещений в объекте измерения, например, в конструкции некоторых ЛА уже сейчас используются волоконно-оптические и др. датчики перемещений [26].

#### **1.4 Навигационный комплекс**

В настоящее время широкое применение для определения координат и параметров движения подвижных объектов получили навигационные комплексы (НК). Под навигационным комплексом понимают совокупность навигационных систем, бортовых измерительных средств и вычислителей, позволяющих определить местоположение и параметры движения объекта относительно Земли. Основой для таких комплексов служат глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС), такие как ГЛОНАСС, GPS, Галилео и др., платформенные или в настоящее время преобладающие – бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) [35, 62, 88-91].

Основными функциями навигационного комплекса являются:

- планирование и обеспечение маршрутного движения ЛА;
- автоматическое (оптимальное) обеспечение режимов движения;
- контроль работы подсистем комплекса ориентации и навигации и параметров движения объекта.

Для решения перечисленных задач НК должен обладать развитой структурой, включающей:

- системы-источники первичной информации о параметрах движения управляемого объекта;
- средства ввода и отображения информации;
- специализированные и универсальные вычислительные средства (вычислительный комплекс), обеспечивающие обработку в реальном режиме времени поступающей первичной информации;
- средства контроля за состоянием подсистем комплекса ориентации и навигации и управляемого объекта;
- системы, исполняющие выработанные команды управления.

Учитывая это, можно представить обобщенную структуру НК – как показано на рис. 1.3 [35] .

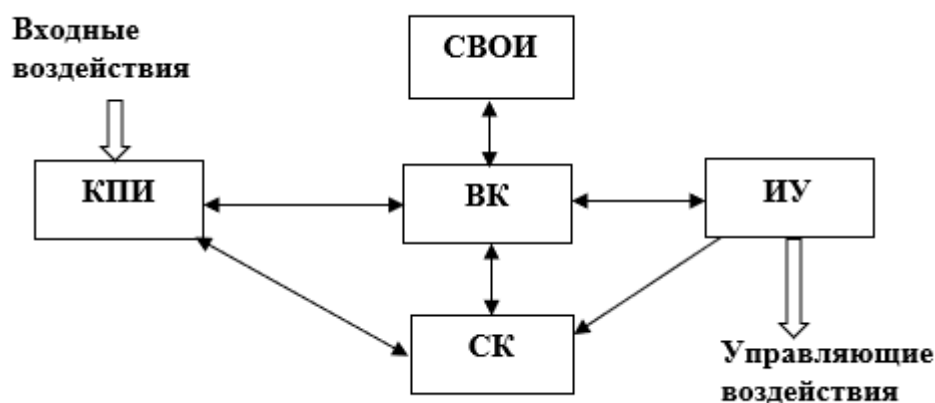


Рис. 1.3 Обобщенная структура НК

На рис. 1.3: СВОИ – средства ввода и отображения информации; СК – средства контроля подсистем комплекса ориентации и навигации, и управляемого объекта; ИУ – исполнительные устройства управления; КПИ – комплекс систем-источников первичной информации; ВК – вычислительный комплекс.

Базовой системой НК, как правило, является инерциальная навигационная система (ИНС), включающая в качестве основных измерителей три акселерометра и три гироскопа. В зависимости от их измерений (величин кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости) с помощью алгоритмов ориентации и навигации, определяются все параметры движения ЛА.

ИНС обладает погрешностями, которые делят на методические и инструментальные. Методические погрешности ИНС обусловлены методами проведения измерений. Так, к ним относят погрешности, вызываемые, например, неточным знанием структуры и параметров гравитационного поля Земли и количественных характеристик ее формы, а также погрешности, обусловленные упрощением ее алгоритмов, существенный вклад дают ошибки начальной выставки системы. Обычно часть методических погрешностей успешно компенсируется. Инструментальные погрешности ИНС возникают вследствие погрешностей инерциальных датчиков и вычислительного устройства — это смещение нуля, дрейф и нестабильность масштабных коэффициентов гироскопов и акселерометров, погрешности обработки и передачи информации и др. Причиной других погрешностей служат конструкционно-технологические факторы, например, погрешности выполнения посадочных баз под инерциальные датчики, а также нестабильность взаимного положения этих баз в поле силы тяжести или из-за старения материала подвеса и др. Из-за перечисленных выше факторов суммарная погрешность ИНС в определении ориентации, местоположения и скорости ЛА интенсивно увеличивается с течением времени.

Чтобы уменьшить погрешность ИНС, в том числе наиболее распространенной сейчас БИНС, используются много различных методов и подходов, суть которых в значительной мере зависит от способа интегрирования ИНС и ГНСС в НК. Как правило, при этом используется процедура оптимального калмановского оценивания [35, 92-97], позволяющая в итоге ограничить итоговую ошибку интегрированной системы по координатам на уровне систематической погрешности ГНСС. Кроме того, большое число успешных исследований и разработок посвящено способам повышения точности НК в отсутствии или при невозможности использования сигналов ГНСС [66, 98, 99].

Таким образом, навигационный комплекс является высокоточным источником информации о параметрах движения ЛА, в частности, его координатах и скорости относительно Земли, параметрах ориентации,

следовательно, его информацию можно использовать, вместе с датчиком перемещений в СИПВ для улучшения качества измерения параметров вибрации.

### 1.5 Структура и состав системы измерения параметров вибрации

Важными задачами при разработке любого информационно-измерительного комплекса, в том числе СИПВ, являются рациональный выбор его состава и структуры, обеспечивающих эффективное решение стоящих перед ним задач.

Как было отмечено выше, основным информационным источником СИПВ является МИИБ в составе трехкомпонентного микромеханического измерителя кажущегося ускорения (блока акселерометров (БА)), и трехкомпонентного микромеханического измерителя угловой скорости (блока гироскопов (БГ)).

Предварительное исследование методики измерения параметров движения посредством МИИБ показало необходимость применения технологии слияния сенсорной информации, при которой могут быть использованы различные источники информации, например, ГНСС, БИНС, одомер, высотомер и др., позволяющие осуществлять коррекцию измеряемых или вычисляемых параметров движения (координаты, скорость, ускорение, параметры ориентации) для повышения точности их определения в процессе движения объекта [35, 63, 67, 68, 100-102]. Вариант схемы аппаратного состава СИПВ представлен на рис 1.4.

На рис. 1.4:  $\mathbf{R}_L$  – геоцентрический радиус-вектор положения точки  $O$  объекта, измеряемый НК;  $\mathbf{R}_{M1}$  – геоцентрический радиус-вектор положения точки  $O_1$  объекта, измеряемый на основе показаний МИИБ1;  $\mathbf{R}_{M2}$  – геоцентрический радиус-вектор положения точки  $O_2$  объекта, измеряемый на основе показаний МИИБ2;  $\mathbf{R}_{K1}$  – вектор, характеризующий положения  $O_1$  относительно  $O$ ;  $\mathbf{R}_{K2}$  – вектор, характеризующий положения  $O_2$  относительно  $O_1$ , измеряемый ДП;  $\mathbf{u}$  – вектор угловой скорости собственного вращения Земли;  $\mathbf{XYZ}$  – связанная с объектом (самолетом) правая система координат (ССК), где ось  $\mathbf{X}$  – направлена по его продольной оси, а ось  $\mathbf{Z}$  – по правому крылу. Для СИПВ в качестве базовой выбрана правая Земная экваториальная (гринвичская) система координат (ЭСК) с началом отсчёта в центре Земли  $O_3$  и ортами  $\xi, \eta, \zeta$ , где  $\xi$  лежит на пересечении

плоскостей экватора и Гринвичского меридиана,  $\zeta$  направлен по оси вращения Земли.

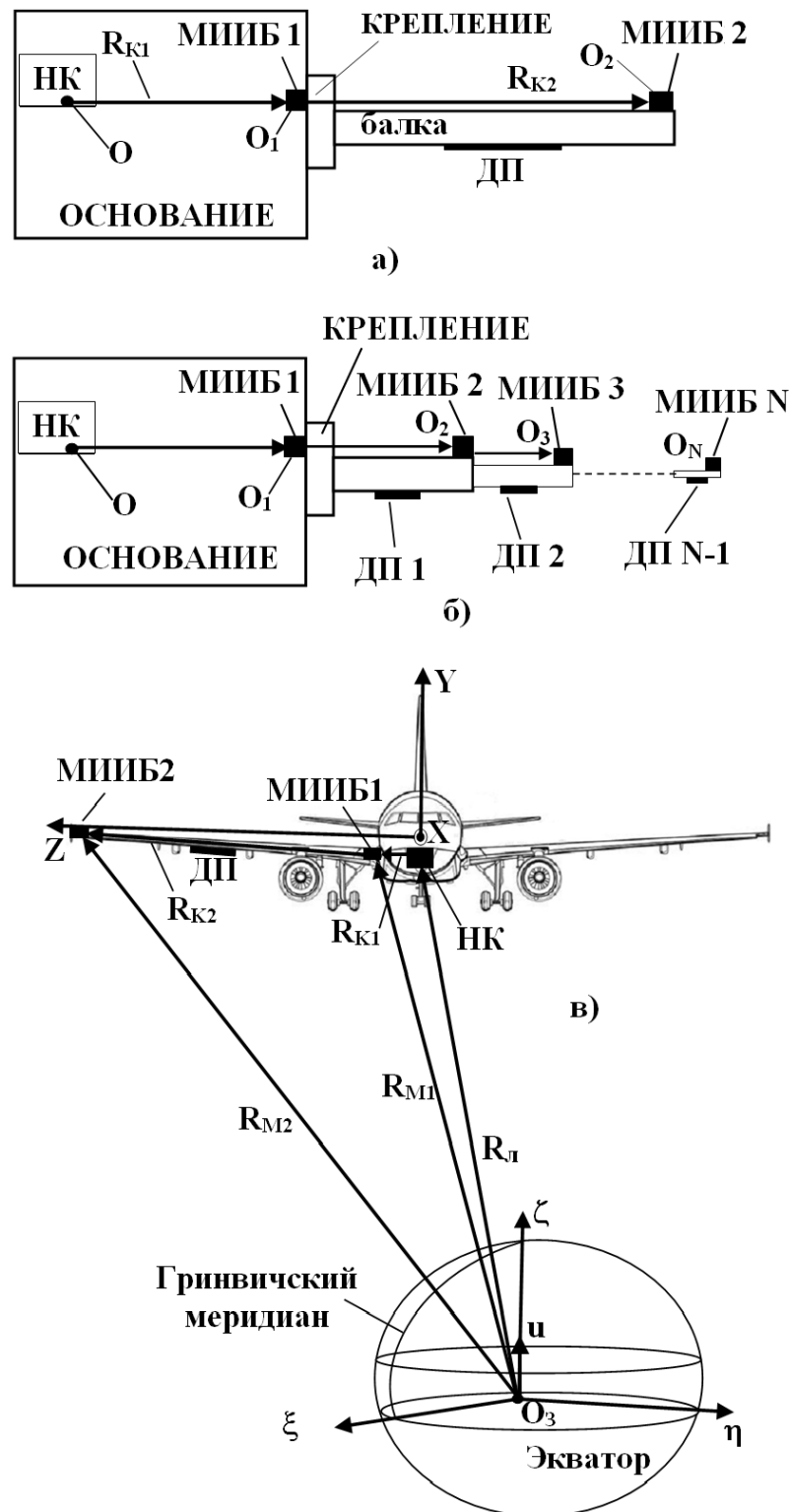


Рис. 1.4 Базовая (а) и расширенная (б) схемы аппаратного состава системы для измерения вибраций объекта исследования (балки) относительно основания, пример аппаратного состава СИПВ крыла самолета (в)



Из рис. 1.4 видно, что для измерения вибрации балки (например, крыла самолета) в ее конец установлен МИИБ2, на ней расположен ДП, на основании (например, фюзеляже самолёта) возле ее начала установлен МИИБ1. При этом, СИПВ объединяет МИИБ2, МИИБ1, ДП, а также бортовой НК, с целью повышения точности измерения параметров вибрации балки. При измерении вибрации механических структур ЛА в режиме полета, в частности крыла самолета, можно использовать информацию НК, обычно присутствующего на борту, в рамках же наземных тестов механических структур, можно использовать другие источники информации (ИИ) о координатах объекта исследования.

Предложенный *способ измерения параметров вибрации* состоит в измерении векторов  $\mathbf{R}_{M1}$  и  $\mathbf{R}_{M2}$ , характеризующих местоположения МИИБ1, 2 в ЭСК (рис. 1.4), посредством использования корректируемых алгоритмов определения параметров ориентации и навигации по показаниям МИИБ с учетом информации от ДП и НК. Разность этих векторов в ССК характеризует относительное перемещение МИИБ2 вместе с концом вибрирующей балки относительно основания. Аналогично определяются относительная скорость и ускорение конца балки относительно основания, а также относительная угловая скорость и углы поворотов (изгиб) балки с учетом вычисляемой матрицы ориентации ССК МИИБ2 относительно ССК МИИБ1

Следует отметить, что, одним из важных преимуществ предлагаемой схемы является возможность введения нескольких точек для измерения вибрации балки (крыла) или сложной конструкции, например, крыла самолета с изменяемой стреловидностью. Для этого в каждую из представляющих интерес точек требуется поставить дополнительный МИИБ, который может быть дополнен ДП. Кроме того, в упрощённой случае МИИБ1 может быть исключен, тогда вместо него непосредственно используется НК или ИИ.

Существующие СИПВ крыла самолета обычно реализуются на основе: пьезоэлектрических акселерометров, оптических датчиков и МЭМС-акселерометров [17, 22, 25, 26, 47, 81]. Предлагаемая в работе СИПВ крыла самолета строится на основе технологии слияния сенсорной информации и

содержит в своей составе ДП на базе тензодатчиков или оптических датчиков и МИИБ, включающий блоки МА и МГ. СИПВ также использует информацию бортового НК или какого-либо другого ИИ.

На рис. 1.5 представлена предлагаемая общая структура СИПВ крыла самолета. В нее входят источники первичной информации, вычислительный модуль, реализующий ее обработку, устройства хранения и отображения информации.

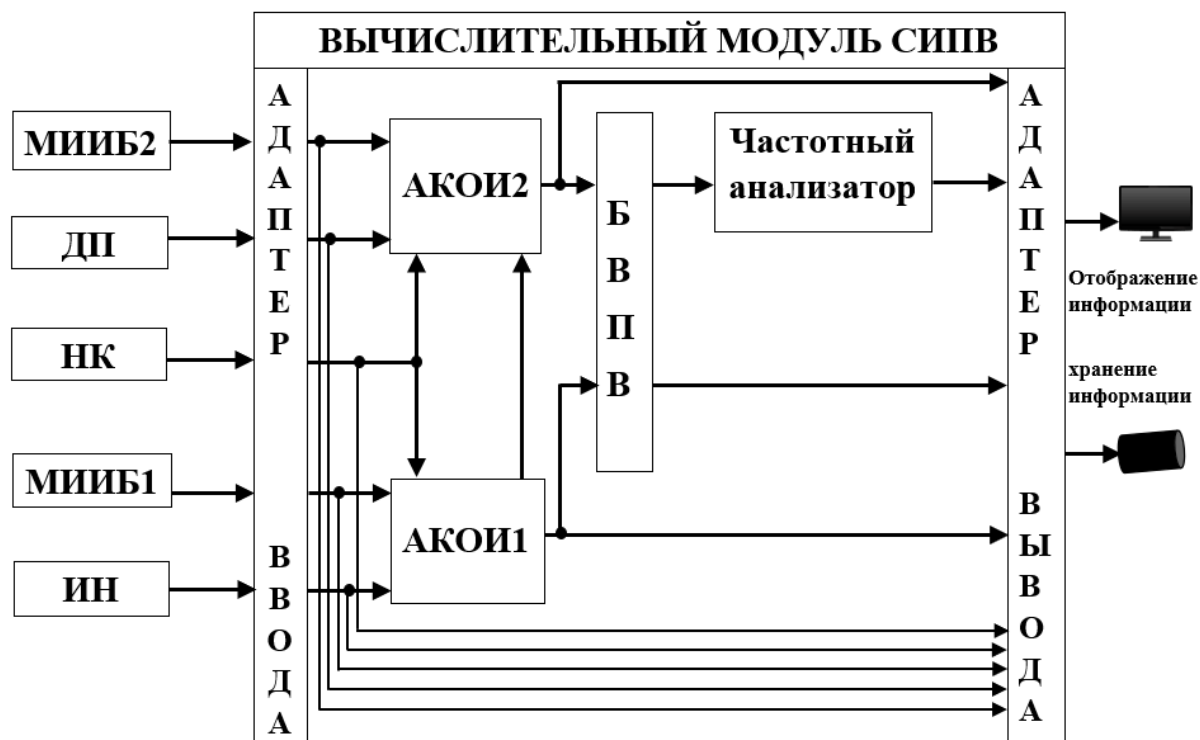


Рис. 1.5 Общая структура СИПВ крыла самолета

На рис. 1.5: АКОИ – алгоритм комплексной обработки информации; БВПВ – блок вычисления параметров вибрации; ИН – информационный накопитель.

В итоге, используя измеряемые и вычисляемые параметры можно определять характеристики вибрации во временной и частотной области для их последующего накопления, отображения и анализа.

Построение системы измерения вибрационных характеристик крыла самолета представляет собой актуальную научно-техническую задачу. Крылья самолетов под действием нагрузки неизбежно деформируются, и эти деформации влияют на распределение нагрузки. На ранних стадиях проектирования силовая схема и распределение материалов по элементам конструкций обычно не

известны, поэтому традиционно используется следующий порядок проектирования: крыло считается абсолютно жестким, с помощью тех или иных расчетных методов определяется распределение нагрузки по несущей поверхности, далее выполняется проектирование крыла исходя из этих нагрузок, и только в конце разработки становится возможным учесть деформации крыла [9, 13, 28, 103-107]. Поэтому, в рамках проектирования требуется проводить наземное экспериментальное подтверждение прочностных характеристик крыла, в том числе, определение модальных параметров: собственные частоты колебаний, собственные формы колебаний и коэффициенты демпфирования крыла. Такие эксперименты обычно реализуются с помощью СИПВ того или иного вида, стационарно расположенных в лабораториях или временно монтируемых на самолете, расположенном на предприятии или аэродроме. Особенность параметров вибрации состоит в том, что именно их можно использовать еще и для диагностики текущего состояния крыла самолета [3, 6, 9, 11, 99, 105, 108, 109].

Если имеется возможность использования СИПВ еще и в процессе эксплуатации самолета, в том числе, в полете, то это становится ее неоспоримым преимуществом, поскольку становится возможным непрерывно измерять его параметры вибрации, диагностировать состояние элементов его конструкции, прогнозировать появление и развитие их дефектов.

К достоинствам СИПВ, построенной на основе пьезоэлектрических акселерометров, можно отнести:

- достаточную точность;
- устойчивость к вибрациям, ударным воздействиям и высоким температурам.

К ее недостаткам относятся:

- высокие стоимость и энергопотребление, значительные масса и габариты с учетом монтажных устройств особенно негативно проявляются, например, при экспериментальном исследовании свойств крыла самолета в связи с необходимостью использования большого числа датчиков с усилителями заряда;

- искажения сигналов при измерении низкочастотных ускорений, приводящие к значительным ошибкам при переходе к виброскорости и виброперемещению;
- традиционные способы крепления, значительные масса и габариты датчиков негативно влияют на частотный диапазон измерения, искажают частотные свойства объектов исследований (особенно малогабаритных, тонкостенных), затрудняют применение СИПВ в основных режимах эксплуатации ЛА.

СИПВ, построенная на основе оптических датчиков, обладает следующими преимуществами:

- достаточная точность;
- используемые датчики являются бесконтактными, т.е. практически отсутствует искажение истинной картины колебаний объекта исследования;
- используемые датчики нечувствительны к магнитным полям, электростатическим помехам, ионизирующему излучению.

К недостаткам такой СИПВ относятся:

- значительные масса, габариты, энергопотребление, большая стоимость;
- возможность ложных срабатываний при работе в условиях высокой запыленности, тумана, интенсивной внешней засветки, низких температур, сильной вибрации, что затрудняет ее применения в процессе эксплуатации ЛА;
- трудоемкая процедура совмещения оптических осей излучателей и приемников датчиков при их монтаже;
- алгоритмы обработки сигналов такой СИПВ требуют использования весьма высокопроизводительных компьютеров.

СИПВ, построенная на основе МЭМС-акселерометров, имеет следующие преимущества:

- небольшие масса, габариты, стоимость, энергопотребление;
- незначительное искажение сигналов в области низких частот;
- возможность использования при испытаниях малогабаритных и тонкостенных структур без существенного искажения истинной картины колебаний, в том числе, благодаря возможности беспроводного исполнения.

К ее недостаткам относятся:

- относительно невысокая точность;
- значительная нестабильность характеристик.

Предлагаемая СИПВ, строится на основе МИИБ с использованием технологии слияния сенсорной информации. Соответственно она будет преимущественно обладать общими чертами с СИПВ на основе МЭМС-акселерометров, а также в некоторой степени с СИПВ на базе пьезоэлектрических акселерометров. При этом предполагается, что при ее построении удастся преодолеть основные отмеченные недостатки, а к ее ключевым преимуществам можно будет отнести:

- достаточную точность, в связи с применением комплексной оптимальной обработки информации разных источников, например, МИИБ, НК и ДП, позволяющей оценивать и корректировать их основные погрешности;
- большую информативность, поскольку предлагаемая СИПВ сможет непрерывно формировать всю полноту информации о параметрах вибрации точек измерения (виброускорение, виброскорость, виброперемещение, углы и угловая скорость вибрации, и др.);
- невысокие стоимость и энергопотребление, небольшие массу и габариты системы, что позволяет ее использовать при измерении параметров вибрации даже относительно небольших механических структур, в том числе тонкостенных;
- система сможет работать как при стационарном положении объекта (в лабораторных условиях или на предприятии), так и в процессе эксплуатации объекта (в том числе на аэродроме или в полете), поскольку предлагаемая СИПВ непрерывно имеет всю полноту информацию о параметрах ориентации и навигации объекта исследований;
- простота оснащения самолета системой такого типа связана в первую очередь с необходимостью относительного несложного монтажа МИИБ (возможно, беспроводных) в точки измерения. При этом большинство современных ЛА обладают собственными НК, а некоторые перспективные самолеты оснащены ДП встроенными в их основные элементы конструкции, например, крылья.

В итоге, можно считать, что исследование возможности построения такой СИПВ крыла самолета является актуальной и перспективной научно-технической задачей.

## **1.6 Заключение**

В главе приведен аналитический обзор методов и средств измерения параметров вибрации, современных подходов к построению информационно-измерительных систем для измерения вибрации элементов конструкции ЛА, в частности крыльев самолетов, которые можно использовать для их исследований и испытаний в ходе процесса разработки, изготовления и ремонта, а также в рамках их нормальной эксплуатации на аэродроме и в полете. Продемонстрированы достоинства и недостатки традиционных подходов и существующих СИПВ. Проведен анализ возможности построения нового типа СИПВ для проведения высокоточных и информативных измерений параметров вибрации крыла самолета на базе использованием МИИБ, ДП и НК при условии применения технологии слияния сенсорной информации и комплексной ее обработки, что позволяет снизить основные недостатки МИИБ, в частности – его невысокую точность и стабильность параметров. Обоснована актуальность тематики работы и целесообразности построения СИПВ на основе МИИБ. Предложены принципы построения, обоснованы и проведены выбор состава СИПВ нового типа и ее структуры, а также предложена базовая схема ее построения.

## Глава 2. Основные алгоритмы работы системы измерения параметров вибрации

В настоящей главе приведены алгоритмы работы основных каналов системы: алгоритм определения параметров ориентации и навигации, алгоритм определения вектора ускорения силы тяжести (УСТ), алгоритм начальной выставки, алгоритм оценивания параметров и коррекции СИПВ, основанный на применении оптимальной калмановской фильтрации, а также собственно алгоритм определения параметров вибрации объекта исследования. Отражены структурные, функциональные и алгоритмические особенности СИПВ.

### 2.1 Алгоритм определения параметров ориентации и навигации

В основе СИПВ лежит алгоритм ее работы, обеспечивающий решение основного уравнения инерциальной навигации – нахождение параметров навигации и ориентации МИИБ в автономном режиме.

Задача определения параметров ориентации и навигации решается в ЭСК. В векторно-матричной форме соответствующие уравнения имеют вид [110]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{A}}_{O/E} &= -\mathbf{K}_u \mathbf{A}_{O/E} + \mathbf{A}_{O/E} \mathbf{K}_{\omega_o}; \\ \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} \mathbf{n}_o + \mathbf{g}_{\text{TH}}; \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{U}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где индекс  $o$  означает, что соответствующий вектор представлен в проекции на оси ССК, без индекса – ЭСК, в дальнейшем индексы  $x, y, z$  означают проекции соответствующего вектора на оси ССК, индексы  $\xi, \eta, \zeta$  – на оси ЭСК;

$\mathbf{A}_{O/E} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица ориентации ССК относительно ЭСК;  $\mathbf{R}$  –

геоцентрический радиус-вектор местоположения МИИБ;  $\mathbf{U}$  – вектор его относительной скорости;  $\dot{\mathbf{U}}$  – вектор его относительного ускорения;  $\mathbf{n}_o, \boldsymbol{\omega}_o$  – вектора кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости МИИБ в проекциях на оси ССК, измеряемые его БА и БГ соответственно;

$$\mathbf{K}_{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} 0 & -u_{\zeta} & u_{\eta} \\ u_{\zeta} & 0 & -u_{\xi} \\ -u_{\eta} & u_{\xi} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -u_0 & 0 \\ u_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \text{косоcимметрическая матрица, составленная из}$$

$$\text{проекций } \mathbf{u}, u_0 - \text{модуль } \mathbf{u}; \mathbf{K}_{\omega_o} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} - \text{косоcимметрическая матрица,}$$

составленная из проекций  $\omega_o$ ;  $\mathbf{g}_{\text{TH}}$  – нормальный вектор УСТ в месте расположения МИИБ.

В (2.1) первое уравнение в векторно-матричной форме служит для определения параметров ориентации и переходя к скалярной форме записи трансформируется в 9 уравнений Пуассона. Для снижения порядка системы (2.1) задачу ориентации можно решать, например, с помощью параметров Родрига-Гамильтона [111, 112]. Стоит отметить, что эти параметры не вырождаются при любом положении объекта.

Параметры Родрига-Гамильтона можно записать в виде  $\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ , причем  $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$ .

Матрица перехода из инерциальной системы координат (ИСК) в ССК имеет вид:

$$\mathbf{A}_{И/О} = (2\lambda_0^2 - 1)\mathbf{E} + 2\lambda\lambda^T + 2\lambda_0\mathbf{K}_{\lambda}, \quad (2.2)$$

$$\text{где } \lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T; \mathbf{K}_{\lambda} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_3 & -\lambda_2 \\ -\lambda_3 & 0 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & -\lambda_1 & 0 \end{pmatrix} - \text{косоcимметрическая матрица,}$$

составленная из компонент вектора  $\lambda$ ;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица; ИСК – обладает тремя осями неизменно ориентированными в инерциальном пространстве, в начальный момент они сонаправлены с осями ЭСК, причем ЭСК вращается относительно ИСК со скоростью вращения Земли вокруг третьей оси.

Нетрудно заметить, что переход из ССК к ИСК будет осуществляться с помощью матрицы:

$$\mathbf{A}_{О/И} = \mathbf{A}_{И/О}^T = (2\lambda_0^2 - 1)\mathbf{E} + 2\lambda\lambda^T - 2\lambda_0\mathbf{K}_{\lambda}. \quad (2.3)$$



Кинематические уравнения, которым удовлетворяют параметры Родрига-Гамильтона, можно представить в виде:

$$\dot{\Lambda} = 0,5 \mathbf{M}_{\omega_0} \Lambda, \quad (2.4)$$

где  $\mathbf{M}_{\omega_0} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}$  – кососимметрическая матрица размера 4x4

(кватернионная матрица), составленная из проекций  $\omega_0$ . В скалярной форме (2.4)

имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda}_0 &= -0,5(\omega_x \lambda_1 + \omega_y \lambda_2 + \omega_z \lambda_3); \\ \dot{\lambda}_1 &= 0,5(\omega_x \lambda_0 - \omega_y \lambda_3 + \omega_z \lambda_2); \\ \dot{\lambda}_2 &= 0,5(\omega_x \lambda_3 + \omega_y \lambda_0 - \omega_z \lambda_1); \\ \dot{\lambda}_3 &= 0,5(-\omega_x \lambda_2 + \omega_y \lambda_1 + \omega_z \lambda_0). \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Для решения (2.4) необходимо знать начальные условия  $\Lambda_0$ . Их можно найти из следующих выражений:

$$\Lambda_0 = \left( \lambda_0 \quad \frac{a_{23} - a_{32}}{4\lambda_0} \quad \frac{a_{31} - a_{13}}{4\lambda_0} \quad \frac{a_{12} - a_{21}}{4\lambda_0} \right)^T, \quad (2.6)$$

где  $\lambda_0 = \pm 0,5 \sqrt{1 + a_{11} + a_{22} + a_{33}}$ ;  $a_{i,j} (i, j = 1, 2, 3)$  – элементы начальной матрицы

$\mathbf{A}_{O/M}$ , совпадающей в начальный момент времени с  $\mathbf{A}_{O/E}$ , и определяемые алгоритмом начальной выставки (см. 2.8). Матрицу  $\mathbf{A}_{O/E}$  перехода из ССК в ЭСК, которая вращается относительно ИСК, можно вычислить по соотношению:

$$\mathbf{A}_{O/E} = \begin{pmatrix} \cos(u_0 t) & \sin(u_0 t) & 0 \\ -\sin(u_0 t) & \cos(u_0 t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{A}_{O/M}, \quad (2.7)$$

где  $t$  – время. Тогда (2.1) примет итоговый вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Lambda} &= 0,5 \mathbf{M}_{\omega_0} \Lambda; \\ \mathbf{A}_{O/E} &= \begin{pmatrix} \cos(u_0 t) & \sin(u_0 t) & 0 \\ -\sin(u_0 t) & \cos(u_0 t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left[ (2\lambda_0^2 - 1) \mathbf{E} + 2\lambda \lambda^T - 2\lambda_0 \mathbf{K}_\lambda \right]; \\ \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} \mathbf{n}_O + \mathbf{g}_{\text{TH}}; \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{U}. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

## 2.2 Алгоритмический модуль вычисления нормального УСТ

В алгоритме функционирования СИПВ  $\mathbf{g}_{\text{ГН}}$  описан соотношениями [110]:

$$\mathbf{g}_{\text{ГН}} = F_{N_{\text{ГН}}} \mathbf{N}_{\text{ГН}} + F_R \mathbf{1}_R - \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{R}); \quad (2.9)$$

$$\mathbf{1}_R = \mathbf{R}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^{-0,5} = [l_\zeta, l_\eta, l_\xi]^T; \quad (2.10)$$

$$\mathbf{E}_{\text{ГН}} = (\zeta \times \mathbf{1}_R)(1 - l_\zeta^2)^{-0,5}; \quad (2.11)$$

$$\mathbf{N}_{\text{ГН}} = \mathbf{1}_R \times \mathbf{E}_{\text{ГН}}; \quad (2.12)$$

$$R = (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^{-0,5}; \quad (2.13)$$

$$F_{N_{\text{ГН}}} = g_e (q - e^2) (a/R)^4 l_\zeta (1 - l_\zeta^2)^{0,5} \left[ 1 + e^2 (0,5e^2 - 30q/14) (q - e^2)^{-1} \right] \times \\ \times \left\{ 1 + \left[ 30q/14 - 1,5e^2 + l_\zeta^2 (3,5e^2 - 5q) \right] (q - e^2)^{-1} (ea/R)^2 \right\}; \quad (2.14)$$

$$F_R = -g_e (a/R)^2 \left\{ 1 - 0,5e^2 - 0,125e^4 + q(1,5 - 15e^2/28) + \left[ 0,5e^2 - 0,25e^4 + \right. \right. \\ \left. \left. + q(-0,5 + 15e^2/14) - l_\zeta^2 (1,5e^2 - 0,75e^4 + q(-1,5 + 45e^2/14)) \right] (a/R)^2 + \right. \\ \left. + \left[ 0,375e^2 - 15q/28 + l_\zeta^2 (0,625e^2 - 25q/28) - \right. \right. \\ \left. \left. - l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2) (4,375e^2 - 6,25q) \right] e^2 (a/R)^4 \right\}, \quad (2.15)$$

где  $F_{N_{\text{ГН}}}$ ,  $F_R$  – проекции напряженности нормального поля тяготения Земли на оси сопровождающей геоцентрической системы координат с ортами  $\mathbf{E}_{\text{ГН}}$  (Восток),  $\mathbf{N}_{\text{ГН}}$  (Север),  $\mathbf{1}_R$  (геоцентрическая вертикаль), вычисляемые, например, в соответствии с [94];  $g_e$  – величина нормального УСТ на экваторе;  $q$  – отношение центробежной силы, возникающей вследствие вращения Земли, к силе тяжести на экваторе;  $e = (a^2 - b^2)^{0,5} a^{-1}$  и  $a$ ,  $b$  – первый эксцентриситет и величины большой и малой полуосей референц-эллипсоида соответственно.

## 2.3 Алгоритм начальной выставки

Для нормальной работы алгоритма определения параметров ориентации и навигации в начале его работы необходимо выполнить процедуру начальной выставки. В данном случае рассматривается процедура так называемой «грубой» начальной выставки, выполняемой по параметрам ориентации методом векторного согласования на неподвижном основании (во время стоянки ЛА) за небольшой промежуток времени [113]. Прецизионная процедура «точной»

начальной выставки, обычно следующая за процедурой «грубой» начальной выставки, в данном случае лежит за пределами рассмотрения, поскольку фактически является разновидностью алгоритма комплексной (корректируемой) системы с использованием процедуры оптимального калмановского оценивания [35].

В начале процедуры начальной выставки, для инициализации ее алгоритма следует задать известные заранее, вычисленные или измеренные каким-либо образом начальные  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{U}$  или, что чаще известно или легко может быть определено: географические начальные координаты (долгота  $\lambda$ , широта  $\varphi$ , высота  $h$ ) и относительную скорость выбранной точки объекта (например МИИБ) – восточную  $U_E$ , северную  $U_N$  и вертикальную  $U_r$  проекции на оси сопровождающей географической системы координат (ГСК). В случае, предваряющем старт ЛА с аэродрома, это могут быть координаты точки старта и нулевая начальная скорость. Тогда по известным соотношениям [94] могут быть получены начальные условия по параметрам навигации для дальнейшей работы алгоритма определения параметров ориентации и навигации, реализованного в ЭСК:

$$R = \sqrt{\left( \left( a \frac{1-e^2}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} + h \right) \sin \varphi \right)^2 + \left( \left( a \frac{1}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} + h \right) \cos \varphi \right)^2}; \quad (2.16)$$

$$\varphi_{\text{гц}} = \arctg \left( \left( 1 - \frac{ae^2}{a + h\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \right) \text{tg} \varphi \right); \quad (2.17)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{\xi} &= R \cos \varphi_{\text{гц}} \cos \lambda, \\ R_{\eta} &= R \cos \varphi_{\text{гц}} \sin \lambda, \\ R_{\zeta} &= R \sin \varphi_{\text{гц}}; \end{aligned} \right\}; \quad (2.18)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{\xi} &= -U_N \sin \varphi \cos \lambda - U_E \sin \lambda + U_r \cos \varphi \cos \lambda, \\ U_{\eta} &= U_E \cos \lambda - U_N \sin \varphi \sin \lambda + U_r \cos \varphi \sin \lambda, \\ U_{\zeta} &= U_N \cos \varphi + U_r \sin \varphi, \end{aligned} \right\}, \quad (2.19)$$

где  $\varphi_{\text{гц}}$  – геоцентрическая широта.

Алгоритм начальной выставки по параметрам ориентации построен по

известным принципам согласования определенных и измеренных в разных системах координат векторов УСТ и угловой скорости вращения Земли [113] и адаптирован для использования в рамках алгоритма определения параметров ориентации и навигации с базовой ЭСК. Сначала определяются вектора УСТ  $\mathbf{g}$  и угловой скорости вращения Земли  $\mathbf{u}$  в ЭСК. Очевидно, что  $\mathbf{u} = (0, 0, u_0)^T$ .

По известным соотношениям определяется нормальное УСТ и к нему добавляется аномалия УСТ в случае, если она известна в выбранной точке, например, точке старта, в противном случае она считается равной нулю [94]. В случае если координаты точки старта известны непосредственно в ЭСК УСТ может быть определен в соответствии с алгоритмом, изложенным в 2.2 (2.9) – (2.15), куда также следует добавить аномалию. Также, УСТ в ЭСК можно определить из нижеследующих соотношений, первоначально описывающих УСТ в проекциях на оси ГСК (представленные в ГСК вектора обозначены индексом  $v$ , а их проекции индексами  $E, N, r$ ):

$$\mathbf{g}_v = \mathbf{g}_{\text{ГНВ}} + \mathbf{A}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{N_{\text{ГН}}} \cos(\varphi - \varphi_{\text{ГН}}) - F_R \sin(\varphi - \varphi_{\text{ГН}}) - u_0^2 R \cos \varphi_{\text{ГН}} \sin \varphi \\ F_{N_{\text{ГН}}} \sin(\varphi - \varphi_{\text{ГН}}) + F_R \cos(\varphi - \varphi_{\text{ГН}}) + u_0^2 R \cos \varphi_{\text{ГН}} \cos \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_E \\ A_N \\ A_r \end{pmatrix}; \quad (2.20)$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}_{v/E} \mathbf{g}_v; \quad (2.21)$$

$$\mathbf{A}_{v/E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \lambda & 0 & \sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

где  $\mathbf{A}_{v/E}$  – матрица перехода из ГСК в ЭСК;  $\mathbf{A}$  – вектор аномалии УСТ;  $F_{N_{\text{ГН}}}$ ,  $F_R$  – определяются по соотношениям (2.14), (2.15). Кроме того, эти же величины могут быть определены на основании экваториальных или геоцентрических координат и  $h$  или исключительно  $h$  и  $\varphi$  [94]. Например, соответственно:

$$F_{N_{\text{ГН}}} = g_e (q - e^2) l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2)^{0.5} \times \\ \times [1 - 4ha^{-1} - e^4 (q - e^2)^{-1} + 2e^2 (3e^2 - 6q) (q - e^2)^{-1} l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2)]; \quad (2.23)$$

$$F_R = -g_e [1 - 0,5e^2 l_\zeta^2 + q(1 + 1,5l_\zeta^2) + e^4(-0,125l_\zeta^2 - 1,375l_\zeta^2(1 - l_\zeta^2)) + e^2 q(-17l_\zeta^2 / 28 + 3,25l_\zeta^2(1 - l_\zeta^2)) + ha^{-1}e^2(3l_\zeta^2 - 1) + ha^{-1}q(-1 - 6l_\zeta^2) - 2ha^{-1} + 3h^2a^{-2}] \quad (2.24)$$

или

$$F_{N_{TH}} = 0,5g_e(q - e^2)\sin 2\varphi \times [1 - 4ha^{-1} - qe^2(q - e^2)^{-1} - 0,5e^2(e^2 + 2q)(q - e^2)^{-1}\sin^2 \varphi]; \quad (2.25)$$

$$F_R = -g_e [1 - 0,5e^2 \sin^2 \varphi + q(1 + 1,5 \sin^2 \varphi) + e^4(-0,125 \sin^2 \varphi - 0,09375 \sin^2 2\varphi) + e^2 q(-17 \sin^2 \varphi / 28 + 0,0625 \sin^2 2\varphi) + ha^{-1}e^2(3 \sin^2 \varphi - 1) + ha^{-1}q(-1 - 6 \sin^2 \varphi) - 2ha^{-1} + 3h^2a^{-2}]. \quad (2.26)$$

Также  $\mathbf{g}_V$  с незначительными упрощениями [94] может быть представлен следующим образом:

$$\mathbf{g}_V = \mathbf{g}_{THV} + \mathbf{A}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ F_N - u_0^2 \left( \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} + h \right) \cos \varphi \sin \varphi \\ F_r + u_0^2 \left( \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} + h \right) \cos^2 \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_E \\ A_N \\ A_r \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

где

$$\left. \begin{aligned} F_N &= g_e \sin 2\varphi [0,5q(1 + 0,5e^2 \sin^2 \varphi) + ha^{-1}(0,5e^2 - 2q)]; \\ F_r &= -g_e [1 - 0,5e^2 \sin^2 \varphi + q(1 + 1,5 \sin^2 \varphi) + e^4(-0,125 \sin^2 \varphi + 0,03125 \sin^2 2\varphi) + e^2 q(-17 \sin^2 \varphi / 28 - 0,1875 \sin^2 2\varphi) + ha^{-1}e^2(3 \sin^2 \varphi - 1) + ha^{-1}q(-1 - 6 \sin^2 \varphi) - 2ha^{-1} + 3h^2a^{-2}]. \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Далее посредством осреднения показаний БГ и БА на неподвижном основании в целях снижения влияния их случайных ошибок получаем оценки проекций  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{n}$  на ССК, учитывая, что в этом случае  $\mathbf{n} = -\mathbf{g}$  (см. (2.8)):

$$\tilde{n}_{0k} = \frac{\sum_{i=0}^N n_{ki}}{N+1}; \quad \tilde{\omega}_{0k} = \frac{\sum_{i=0}^N \omega_{ki}}{N+1}, \quad (2.29)$$

где  $k = x, y, z$ . Для уменьшения ошибок начальной выставки по параметрам ориентации из-за влияния систематических ошибок гироскопов и акселерометров, эти параметры могут быть нормированы следующим образом:

$$k_n = g / \sqrt{\tilde{n}_{0x}^2 + \tilde{n}_{0y}^2 + \tilde{n}_{0z}^2}; \quad \tilde{n}_k = k_n \tilde{n}_{0k}; \quad (2.30)$$

$$k_\omega = u_0 / \sqrt{\tilde{\omega}_{0x}^2 + \tilde{\omega}_{0y}^2 + \tilde{\omega}_{0z}^2}; \quad \tilde{\omega}_k = k_\omega \tilde{\omega}_{0k}, \quad (2.31)$$

где  $g$  – модуль  $\mathbf{g}$ .

Начальная матрица ориентации определяется из соотношения:

$$\mathbf{A}_{0O/E} = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2^{-1}, \quad (2.32)$$

где  $\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -g_\xi & 0 & -g_\eta u_0 \\ -g_\eta & 0 & g_\xi u_0 \\ -g_\zeta & u_0 & 0 \end{pmatrix}$  – матрица, составленная из проекции на оси ЭСК

известных векторов (первый столбец  $(-\mathbf{g})$ , второй  $\mathbf{u}$ , третий – их векторное

произведение),  $\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} \tilde{n}_x & \tilde{\omega}_x & \tilde{n}_y \tilde{\omega}_z - \tilde{n}_z \tilde{\omega}_y \\ \tilde{n}_y & \tilde{\omega}_y & \tilde{n}_z \tilde{\omega}_x - \tilde{n}_x \tilde{\omega}_z \\ \tilde{n}_z & \tilde{\omega}_z & \tilde{n}_x \tilde{\omega}_y - \tilde{n}_y \tilde{\omega}_x \end{pmatrix}$  – матрица, составленная из проекций

на оси ССК измеренных, осредненных и нормированных векторов (первый столбец – кажущееся ускорение, второй – абсолютная угловая скорость, третий – их векторное произведение).

Аналогично, для уменьшения погрешностей начальной выставки матрицу  $\mathbf{A}_{O/E}$  также можно нормировать:

$$\mathbf{A}_{O/E} = \mathbf{A}_{0O/E} / \sqrt[3]{|\mathbf{A}_{0O/E}|}. \quad (2.33)$$

Начальные параметры ориентации Родрига-Гамильтона, можно определить двумя нижеследующими способами.

### I способ

Если  $|\lambda_0|$  не является малой величиной, например  $|\lambda_0| > 10^{-3}$ , то целесообразно использование простого алгоритма определения начальных параметров Родрига-

Гамильтона (см. (2.6)):

$$\Lambda_0 = \left( \lambda_0 \quad \frac{a_{23} - a_{32}}{4\lambda_0} \quad \frac{a_{31} - a_{13}}{4\lambda_0} \quad \frac{a_{12} - a_{21}}{4\lambda_0} \right)^T. \quad (2.34)$$

### II способ

Если  $|\lambda_0|$  - мало, например  $|\lambda_0| \leq 10^{-3}$ , то вектор  $\Lambda_0$  может быть вычислен некорректно и во избежание существенных численных ошибок определения параметров ориентации его можно определить из нижеследующих более сложных выражений неподверженных вырождению в некоторых редких условиях [111], как в предыдущем случае.

$$\Lambda_0 = \mathbf{M}(\Lambda\lambda)\mathbf{M}(\Lambda\varphi)\mathbf{M}(\Lambda1)\mathbf{M}(\Lambda2)\mathbf{M}(\Lambda\psi)\mathbf{M}(\Lambda\nu)\Lambda\gamma, \quad (2.35)$$

$$\text{где } \mathbf{M}(x) = \begin{pmatrix} x_0 & -x_1 & -x_2 & -x_3 \\ x_1 & x_0 & -x_3 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_0 & -x_1 \\ x_3 & -x_2 & x_1 & x_0 \end{pmatrix};$$

$$\Lambda\lambda = \begin{pmatrix} \cos(0,5\lambda) \\ 0 \\ 0 \\ \sin(0,5\lambda) \end{pmatrix}; \quad \Lambda\varphi = \begin{pmatrix} \cos(0,5\varphi) \\ 0 \\ -\sin(0,5\varphi) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\Lambda1 = \begin{pmatrix} \cos(0,25\pi) \\ 0 \\ -\sin(0,25\pi) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \Lambda2 = \begin{pmatrix} \cos(0,25\pi) \\ -\sin(0,25\pi) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\Lambda\psi = \begin{pmatrix} \cos(0,5\psi) \\ 0 \\ -\sin(0,5\psi) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \Lambda\nu = \begin{pmatrix} \cos(0,5\nu) \\ 0 \\ 0 \\ \sin(0,5\nu) \end{pmatrix}; \quad \Lambda\gamma = \begin{pmatrix} \cos(0,5\gamma) \\ \sin(0,5\gamma) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где начальные значения углов ориентации Крылова – курса  $\psi$ , тангажа  $\nu$  и крена  $\gamma$  определяются из соотношений:

$$\mathbf{Z}_1 = (\mathbf{x} \times \mathbf{r}) |\mathbf{x} \times \mathbf{r}|^{-1}; \quad (2.36)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \begin{cases} -\operatorname{arctg}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_1 (\mathbf{E}_{\text{гц}} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}); \\ -\operatorname{arctg}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_1 (\mathbf{E}_{\text{гц}} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}) + \pi, \text{ если } (\mathbf{E}_{\text{гц}} \cdot \mathbf{Z}_1 < 0); \\ -\operatorname{arctg}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_1 (\mathbf{E}_{\text{гц}} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}) + 2\pi, \text{ если } (\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_1 > 0) \wedge (\mathbf{E}_{\text{гц}} \cdot \mathbf{Z}_1 > 0); \end{cases} \\ \upsilon &= \operatorname{arctg}(\mathbf{x} \cdot \mathbf{r} (1 - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{r})^2)^{-0.5}); \quad \gamma = \operatorname{arctg}(\mathbf{y} \cdot \mathbf{Z}_1 (\mathbf{z} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}), \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

где  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  – орты ССК (вектора (столбцы) матрицы  $\mathbf{A}_{O/E}$ );  $\mathbf{N}, \mathbf{r}$  – орты северного и вертикального направлений ГСК [114]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{гц}} &= (\zeta \times \mathbf{1}_R) (l_\zeta^2 + l_\eta^2)^{-0.5}; \\ \mathbf{N} &= \mathbf{r} \times \mathbf{E}_{\text{гц}}; \end{aligned} \right\}; \quad (2.38)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{1}_R + \left( 1 + \frac{|\Theta|^2}{4} \right)^{-1} \left( \Theta \times \left( \mathbf{1}_R + \frac{1}{2} (\Theta \times \mathbf{1}_R) \right) \right); \quad (2.39)$$

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= -2 \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi - \varphi_{\text{гц}}}{2} \right) \mathbf{E}_{\text{гц}}; \\ \varphi_{\text{гц}} &= \operatorname{arctg} \left( \frac{l_\zeta}{\sqrt{1 - l_\zeta^2}} \right), \end{aligned} \right\}; \quad (2.40)$$

где  $\Theta$  – вектор конечного поворота, связывающий положения сопровождающих геоцентрической и географической систем координат.

В подавляющем большинстве случаев оба способа дают практически один и тот же результат с соизмеримой точностью, поэтому преимущественно целесообразно использовать более простой первый вариант.

В соответствии с предложенными выше подходами для вычисления начальных параметров ориентации предлагается обобщенная структура алгоритма начальной выставки (рис. 2.1).



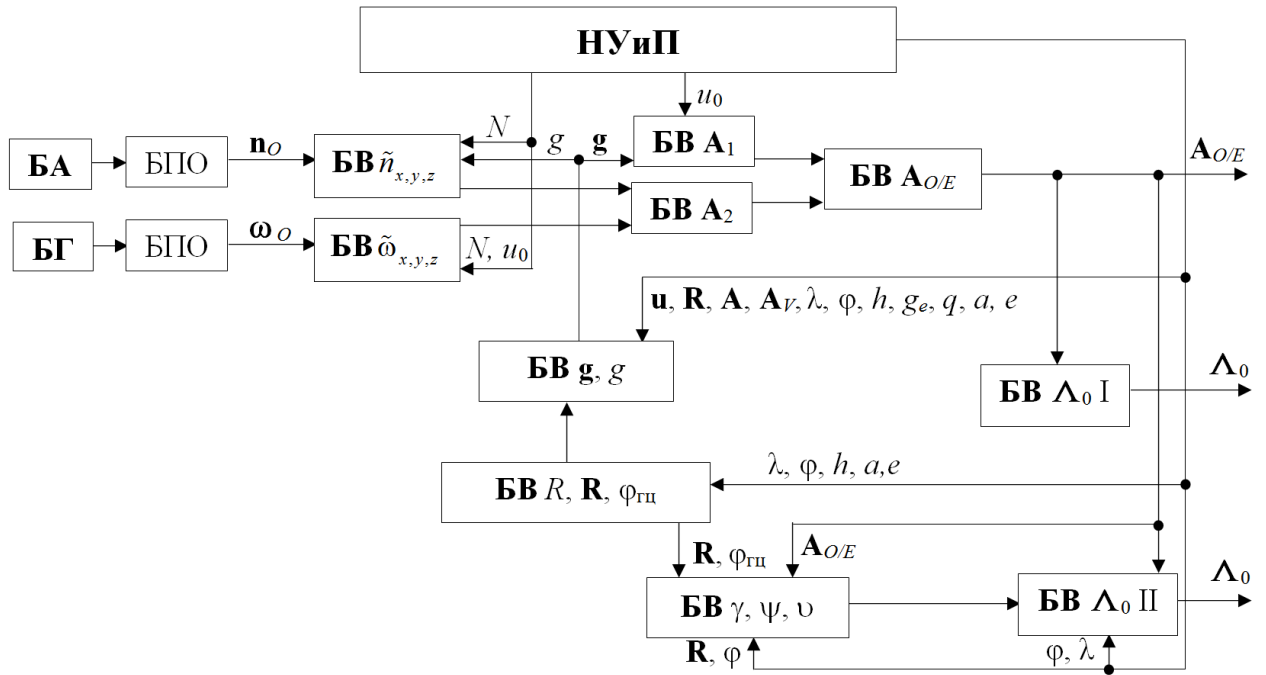


Рис. 2.1 Обобщенная структура алгоритма начальной выставки

На рис. 2.1: **БВ** – блок вычисления;  $\Lambda_0$  I, II – способ вычисления  $\Lambda_0$ .

Кроме того, в крайне редких случаях возникновения в алгоритме, соответствующем второму способу определения начальных параметров Родрига-Гамильтона, ошибок типа «деление на нуль» при обнулении знаменателя возникающие проблемы можно преодолеть следующими способами. Если речь идет о соотношениях (2.37), то в этом случае используется известное значение арктангенса от  $\pm\infty$  в зависимости от знака числителя. Если же знаменатель обращается в нуль в соотношениях (2.36), (2.38), (2.40), то выражение (2.35) следует заменить на

$$\Lambda_0 = \mathbf{M}(\Lambda\lambda)\mathbf{M}(\Lambda\varphi)\mathbf{M}(\Lambda 1)\mathbf{M}(\Lambda 2)\Lambda_{A_{O/V}}, \quad (2.41)$$

где параметр  $\Lambda_{A_{O/V}} = \mathbf{M}(\Lambda\psi)\mathbf{M}(\Lambda\nu)\Lambda\gamma$  соответствует единому повороту, включающему  $\psi$ ,  $\nu$  и  $\gamma$ , при переходе из ССК в ГСК, но для его вычисления используется преобразование аналогичное (2.34) для  $A_{O/V}$ . При этом, для определения  $A_{O/V}$  может быть использован традиционный алгоритм начальной выставки по параметрам ориентации для случая базовой сопровождающей ГСК, основанный на методе векторного согласования [113].

## 2.4 Модель погрешностей канала определения параметров ориентации и навигации

Математическая модель погрешностей работы канала определения параметров ориентации и навигации, используемая в алгоритме СИПВ, получена варьированием алгоритма идеальной работы (2.1) [35]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\theta}} &= -\mathbf{u} \times \boldsymbol{\theta} - \mathbf{A}_{O/E} \Delta \boldsymbol{\omega}_O; \\ \delta \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \delta \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} \Delta \mathbf{n}_O - \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{n} + \delta \mathbf{g}_{\text{ТН}}; \\ \delta \dot{\mathbf{R}} &= \delta \mathbf{U}. \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Скалярная форма записи этих уравнений представляется в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta}_\xi &= u_0 \theta_\eta - (a_{11} \Delta \omega_x + a_{12} \Delta \omega_y + a_{13} \Delta \omega_z); \\ \dot{\theta}_\eta &= -u_0 \theta_\xi - (a_{21} \Delta \omega_x + a_{22} \Delta \omega_y + a_{23} \Delta \omega_z); \\ \dot{\theta}_\zeta &= -(a_{31} \Delta \omega_x + a_{32} \Delta \omega_y + a_{33} \Delta \omega_z); \\ \delta \dot{U}_\xi &= 2u_0 \delta U_\eta + a_{11} \Delta n_x + a_{12} \Delta n_y + a_{13} \Delta n_z - \theta_\eta n_\zeta + \theta_\zeta n_\eta + \delta g_{\text{ТН}\xi}; \\ \delta \dot{U}_\eta &= -2u_0 \delta U_\xi + a_{21} \Delta n_x + a_{22} \Delta n_y + a_{23} \Delta n_z - \theta_\xi n_\zeta + \theta_\zeta n_\xi + \delta g_{\text{ТН}\eta}; \\ \delta \dot{U}_\zeta &= a_{31} \Delta n_x + a_{32} \Delta n_y + a_{33} \Delta n_z - \theta_\xi n_\eta + \theta_\eta n_\xi + \delta g_{\text{ТН}\zeta}; \\ \delta \dot{R}_\xi &= \delta U_\xi; \quad \delta \dot{R}_\eta = \delta U_\eta; \quad \delta \dot{R}_\zeta = \delta U_\zeta, \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

где  $\delta X$  обозначает погрешность соответствующей вычисленной величины  $X$ ;  $\Delta \boldsymbol{\omega}$ ,  $\Delta \mathbf{n}$  – векторы погрешностей БГ и БА соответственно;  $\boldsymbol{\theta}$  – вектор малого поворота, характеризующий уход вычисленного положения базовой системы координат (БСК), то есть вычисленное в рамках алгоритма определения параметров ориентации и навигации положение ЭСК.

Ошибку определения вектора нормального УСТ можно выразить через ошибку определения геоцентрического радиус-вектора [35]:

$$\delta \mathbf{g}_{\text{ТН}}(\mathbf{R}) = -\omega_0^2 (\delta \mathbf{R} - 3(\delta \mathbf{R} \cdot \mathbf{1}_R) \mathbf{1}_R). \quad (2.44)$$

В проекциях на оси ЭСК представленное выражение имеет вид [35]:

$$\begin{pmatrix} \delta g_{\text{ТН}\xi} \\ \delta g_{\text{ТН}\eta} \\ \delta g_{\text{ТН}\zeta} \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_0^2 (\delta R_\xi - 3(\delta R_\xi l_\xi + \delta R_\eta l_\eta + \delta R_\zeta l_\zeta) l_\xi) \\ \omega_0^2 (\delta R_\eta - 3(\delta R_\xi l_\xi + \delta R_\eta l_\eta + \delta R_\zeta l_\zeta) l_\eta) \\ \omega_0^2 (\delta R_\zeta - 3(\delta R_\xi l_\xi + \delta R_\eta l_\eta + \delta R_\zeta l_\zeta) l_\zeta) \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

где  $\omega_0$  – собственная частота инерциальной системы при движении объекта в окрестности поверхности Земли, обычно называемая частотой М. Шулера [94], где

$$\omega_0 = \sqrt{g/R}. \quad (2.46)$$

При этом погрешности гироскопов и акселерометров задаются в виде следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega_O &= \Delta\omega_{\text{сист}} + \Delta\omega_{\text{бш}} + \Delta\omega_{\text{сл}} + \Delta\mathbf{k}_{\text{мо}} \omega_O; \\ \Delta\mathbf{n}_O &= \Delta\mathbf{n}_{\text{сист}} + \Delta\mathbf{n}_{\text{бш}} + \Delta\mathbf{n}_{\text{сл}} + \Delta\mathbf{k}_{\text{мл}} \mathbf{n}_O, \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

где  $\Delta\omega_{\text{сист}}$  и  $\Delta\mathbf{n}_{\text{сист}}$  – вектора систематических составляющих погрешностей БГ и БА,  $\Delta\omega_{\text{бш}}$  и  $\Delta\mathbf{n}_{\text{бш}}$  – вектора их случайных составляющих в виде белых шумов,  $\Delta\omega_{\text{сл}}$  и  $\Delta\mathbf{n}_{\text{сл}}$  – вектора их случайных автокоррелированных составляющих,  $\Delta\mathbf{k}_{\text{мо}}$  и  $\Delta\mathbf{k}_{\text{мл}}$  – матрицы погрешностей масштабных коэффициентов соответственно для БГ и БА.

$\Delta\omega_{\text{сл}}$ ,  $\Delta\mathbf{n}_{\text{сл}}$  – представляют собой стационарные случайные процессы первого порядка, с корреляционными функциями вида:

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\mu |\tau|}, \quad (2.48)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия соответствующей ошибки;  $\mu$  – коэффициент затухания корреляционной функции;  $\tau$  – время корреляции.

Тогда, предполагается, что:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{\omega}_{\text{сл}} &= -\boldsymbol{\mu}_\omega \Delta\omega_{\text{сл}} + \boldsymbol{\sigma}_\omega \mathbf{u}_{\text{ф}\omega}; \\ \Delta\dot{\mathbf{n}}_{\text{сл}} &= -\boldsymbol{\mu}_n \Delta\mathbf{n}_{\text{сл}} + \boldsymbol{\sigma}_n \mathbf{u}_{\text{ф}n}, \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

где  $\boldsymbol{\mu}_\omega$ ,  $\boldsymbol{\mu}_n$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_\omega$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_n$  – матрицы коэффициентов затухания и СКО соответствующих случайных процессов;  $\mathbf{u}_{\text{ф}\omega, n}$  – вектор-столбцы формирующих центрированных белых шумов единичной интенсивности гироскопов и акселерометров. При этом:

$$\boldsymbol{\mu}_\omega = \begin{pmatrix} \mu_{x\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{y\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{z\omega} \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\mu}_n = \begin{pmatrix} \mu_{xn} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yn} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zn} \end{pmatrix};$$

$$\sigma_{\omega} = \begin{pmatrix} \sigma_{x\omega} \sqrt{2\mu_{x\omega}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y\omega} \sqrt{2\mu_{y\omega}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z\omega} \sqrt{2\mu_{z\omega}} \end{pmatrix}; \sigma_n = \begin{pmatrix} \sigma_{xn} \sqrt{2\mu_{xn}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yn} \sqrt{2\mu_{yn}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zn} \sqrt{2\mu_{zn}} \end{pmatrix}$$

и в скалярной форме:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{\omega}_{x \text{ сл}} &= -\mu_{x\omega} \Delta \omega_{x \text{ сл}} + \sigma_{x\omega} \sqrt{2\mu_{x\omega}} u_{\phi\omega 1}; \\ \Delta \dot{\omega}_{y \text{ сл}} &= -\mu_{y\omega} \Delta \omega_{y \text{ сл}} + \sigma_{y\omega} \sqrt{2\mu_{y\omega}} u_{\phi\omega 2}; \\ \Delta \dot{\omega}_{z \text{ сл}} &= -\mu_{z\omega} \Delta \omega_{z \text{ сл}} + \sigma_{z\omega} \sqrt{2\mu_{z\omega}} u_{\phi\omega 3}; \\ \Delta \dot{n}_{x \text{ сл}} &= -\mu_{xn} \Delta n_{x \text{ сл}} + \sigma_{xn} \sqrt{2\mu_{xn}} u_{\phi n 1}; \\ \Delta \dot{n}_{y \text{ сл}} &= -\mu_{yn} \Delta n_{y \text{ сл}} + \sigma_{yn} \sqrt{2\mu_{yn}} u_{\phi n 2}; \\ \Delta \dot{n}_{z \text{ сл}} &= -\mu_{zn} \Delta n_{z \text{ сл}} + \sigma_{zn} \sqrt{2\mu_{zn}} u_{\phi n 3}. \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

В рамках МИИБ считается, что в реальности измерительная ось второго акселерометра совпадает с направлением оси  $y$  ССК, измерительная ось первого акселерометра может быть отклонена от идеального положения только вдоль оси  $y$ , наконец, измерительная ось третьего акселерометра может быть отклонена от идеального положения как вдоль оси  $x$ , так и  $y$ . При этом каждая из измерительных осей всех трех гироскопов отклонена относительно идеального положения вдоль двух других осей ССК. Тогда матрицу погрешностей масштабных коэффициентов акселерометров  $\Delta \mathbf{k}_{mn}$  можно представить в виде

$$\Delta \mathbf{k}_{mn} = \begin{pmatrix} \delta k_x^n & \Theta_{xy}^n & 0 \\ 0 & \delta k_y^n & 0 \\ \Theta_{zx}^n & \Theta_{zy}^n & \delta k_z^n \end{pmatrix}.$$

Матрицу погрешностей масштабных коэффициентов гироскопов  $\Delta \mathbf{k}_{m\omega}$  – в виде:

$$\Delta \mathbf{k}_{m\omega} = \begin{pmatrix} \delta k_x^\omega & \Theta_{xy}^\omega & \Theta_{xz}^\omega \\ \Theta_{yx}^\omega & \delta k_y^\omega & \Theta_{yz}^\omega \\ \Theta_{zx}^\omega & \Theta_{zy}^\omega & \delta k_z^\omega \end{pmatrix},$$

где  $\delta k_i^{\omega,n}$  – погрешности масштабных коэффициентов гироскопов или акселерометров с измерительной осью  $i$ ;  $\Theta_{ij}^{\omega,n}$  – малые углы отклонений

измерительных осей гироскопов или акселерометров от идеальной оси  $i$  вдоль оси  $j$  ССК.

Тогда векторная форма математической модели погрешности канала определения параметров ориентации и навигации представляется в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\boldsymbol{\theta}} &= -\mathbf{u} \times \boldsymbol{\theta} - \mathbf{A}_{O/E} (\Delta \boldsymbol{\omega}_{\text{сист}} + \Delta \boldsymbol{\omega}_{\text{бш}} + \Delta \boldsymbol{\omega}_{\text{сл}} + \Delta \mathbf{k}_{\text{м}\omega} \boldsymbol{\omega}_O); \\
 \delta \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \delta \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} (\Delta \mathbf{n}_{\text{сист}} + \Delta \mathbf{n}_{\text{бш}} + \Delta \mathbf{n}_{\text{сл}} + \Delta \mathbf{k}_{\text{м}n} \mathbf{n}_O) \\
 &\quad - \boldsymbol{\theta} \times (\mathbf{A}_{O/E} \mathbf{n}_O) - \omega_0^2 (\delta \mathbf{R} - 3(\delta \mathbf{R} \cdot \mathbf{1}_R) \mathbf{1}_R); \\
 \delta \dot{\mathbf{R}} &= \delta \mathbf{U}; \\
 \Delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{сист}} &= 0; \\
 \Delta \dot{\mathbf{n}}_{\text{сист}} &= 0; \\
 \Delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{сл}} &= -\boldsymbol{\mu}_\omega \Delta \boldsymbol{\omega}_{\text{сл}} + \boldsymbol{\sigma}_\omega \mathbf{u}_{\text{ф}\omega}; \\
 \Delta \dot{\mathbf{n}}_{\text{сл}} &= -\boldsymbol{\mu}_n \Delta \mathbf{n}_{\text{сл}} + \boldsymbol{\sigma}_n \mathbf{u}_{\text{ф}n}; \\
 \Delta \dot{\mathbf{k}}_{\text{м}\omega} &= 0; \\
 \Delta \dot{\mathbf{k}}_{\text{м}n} &= 0,
 \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

или в скалярной форме:

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_\xi &= u_0 \theta_\eta - (a_{11}(\Delta\omega_{x \text{ сист}} + \Delta\omega_{x \text{ сл}} + \delta k_x^\omega \omega_x + \Theta_{xy}^\omega \omega_y + \Theta_{xz}^\omega \omega_z + \Delta\omega_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{12}(\Delta\omega_{y \text{ сист}} + \Delta\omega_{y \text{ сл}} + \Theta_{yx}^\omega \omega_x + \delta k_y^\omega \omega_y + \Theta_{yz}^\omega \omega_z + \Delta\omega_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{13}(\Delta\omega_{z \text{ сист}} + \Delta\omega_{z \text{ сл}} + \Theta_{zx}^\omega \omega_x + \Theta_{zy}^\omega \omega_y + \delta k_z^\omega \omega_z + \Delta\omega_{z \text{ бш}})); \\
\dot{\theta}_\eta &= -u_0 \theta_\xi - (a_{21}(\Delta\omega_{x \text{ сист}} + \Delta\omega_{x \text{ сл}} + \delta k_x^\omega \omega_x + \Theta_{xy}^\omega \omega_y + \Theta_{xz}^\omega \omega_z + \Delta\omega_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{22}(\Delta\omega_{y \text{ сист}} + \Delta\omega_{y \text{ сл}} + \Theta_{yx}^\omega \omega_x + \delta k_y^\omega \omega_y + \Theta_{yz}^\omega \omega_z + \Delta\omega_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{23}(\Delta\omega_{z \text{ сист}} + \Delta\omega_{z \text{ сл}} + \Theta_{zx}^\omega \omega_x + \Theta_{zy}^\omega \omega_y + \delta k_z^\omega \omega_z + \Delta\omega_{z \text{ бш}})); \\
\dot{\theta}_\zeta &= -(a_{31}(\Delta\omega_{x \text{ сист}} + \Delta\omega_{x \text{ сл}} + \delta k_x^\omega \omega_x + \Theta_{xy}^\omega \omega_y + \Theta_{xz}^\omega \omega_z + \Delta\omega_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{32}(\Delta\omega_{y \text{ сист}} + \Delta\omega_{y \text{ сл}} + \Theta_{yx}^\omega \omega_x + \delta k_y^\omega \omega_y + \Theta_{yz}^\omega \omega_z + \Delta\omega_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{33}(\Delta\omega_{z \text{ сист}} + \Delta\omega_{z \text{ сл}} + \Theta_{zx}^\omega \omega_x + \Theta_{zy}^\omega \omega_y + \delta k_z^\omega \omega_z + \Delta\omega_{z \text{ бш}})); \\
\delta \dot{U}_\xi &= 2u_0 \delta U_\eta + a_{11}(\Delta n_{x \text{ сист}} + \Delta n_{x \text{ сл}} + \delta k_x^n n_x + \Theta_{xy}^n n_y + \Delta n_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{12}(\Delta n_{y \text{ сист}} + \Delta n_{y \text{ сл}} + \delta k_y^n n_y + \Delta n_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{13}(\Delta n_{z \text{ сист}} + \Delta n_{z \text{ сл}} + \Theta_{zx}^n n_x + \Theta_{zy}^n n_y + \delta k_z^n n_z + \Delta n_{z \text{ бш}}) - \theta_\eta n_\zeta + \theta_\zeta n_\eta - \\
&\quad - \omega_0^2 (\delta R_\xi - 3(\delta R_\xi l_\xi + \delta R_\eta l_\eta + \delta R_\zeta l_\zeta) l_\xi); \\
\delta \dot{U}_\eta &= -2u_0 \delta U_\xi + a_{21}(\Delta n_{x \text{ сист}} + \Delta n_{x \text{ сл}} + \delta k_x^n n_x + \Theta_{xy}^n n_y + \Delta n_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{22}(\Delta n_{y \text{ сист}} + \Delta n_{y \text{ сл}} + \delta k_y^n n_y + \Delta n_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{23}(\Delta n_{z \text{ сист}} + \Delta n_{z \text{ сл}} + \Theta_{zx}^n n_x + \Theta_{zy}^n n_y + \delta k_z^n n_z + \Delta n_{z \text{ бш}}) - \theta_\zeta n_\xi + \theta_\xi n_\zeta - \\
&\quad - \omega_0^2 (\delta R_\eta - 3(\delta R_\xi l_\xi + \delta R_\eta l_\eta + \delta R_\zeta l_\zeta) l_\eta); \\
\delta \dot{U}_\zeta &= a_{31}(\Delta n_{x \text{ сист}} + \Delta n_{x \text{ сл}} + \delta k_x^n n_x + \Theta_{xy}^n n_y + \Delta n_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{32}(\Delta n_{y \text{ сист}} + \Delta n_{y \text{ сл}} + \delta k_y^n n_y + \Delta n_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + a_{33}(\Delta n_{z \text{ сист}} + \Delta n_{z \text{ сл}} + \Theta_{zx}^n n_x + \Theta_{zy}^n n_y + \delta k_z^n n_z + \Delta n_{z \text{ бш}}) - \theta_\xi n_\eta + \theta_\eta n_\zeta - \\
&\quad - \omega_0^2 (\delta R_\zeta - 3(\delta R_\xi l_\xi + \delta R_\eta l_\eta + \delta R_\zeta l_\zeta) l_\zeta); \\
\delta \dot{R}_\xi &= \delta U_\xi; \quad \delta \dot{R}_\eta = \delta U_\eta; \quad \delta \dot{R}_\zeta = \delta U_\zeta; \\
\Delta \dot{\omega}_{x,y,z \text{ сист}} &= 0; \quad \Delta \dot{n}_{x,y,z \text{ сист}} = 0; \\
\Delta \dot{\omega}_{x \text{ сл}} &= -\mu_{x\omega} \Delta \omega_{x \text{ сл}} + \sigma_{x\omega} \sqrt{2\mu_{x\omega}} u_{\phi\omega 1}; \\
\Delta \dot{\omega}_{y \text{ сл}} &= -\mu_{y\omega} \Delta \omega_{y \text{ сл}} + \sigma_{y\omega} \sqrt{2\mu_{y\omega}} u_{\phi\omega 2}; \\
\Delta \dot{\omega}_{z \text{ сл}} &= -\mu_{z\omega} \Delta \omega_{z \text{ сл}} + \sigma_{z\omega} \sqrt{2\mu_{z\omega}} u_{\phi\omega 3}; \\
\Delta \dot{n}_{x \text{ сл}} &= -\mu_{xn} \Delta n_{x \text{ сл}} + \sigma_{xn} \sqrt{2\mu_{xn}} u_{\phi n 1}; \\
\Delta \dot{n}_{y \text{ сл}} &= -\mu_{yn} \Delta n_{y \text{ сл}} + \sigma_{yn} \sqrt{2\mu_{yn}} u_{\phi n 2}; \\
\Delta \dot{n}_{z \text{ сл}} &= -\mu_{zn} \Delta n_{z \text{ сл}} + \sigma_{zn} \sqrt{2\mu_{zn}} u_{\phi n 3}; \\
\delta \dot{k}_{x,y,z \text{ м}\omega} &= 0; \quad \delta \dot{k}_{x,y,z \text{ м}n} = 0; \\
\delta \dot{\Theta}_{xy,xz,yx,yz,zx,zy}^\omega &= 0; \quad \delta \dot{\Theta}_{xy,zx,zy}^n = 0.
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Рассмотренные выше алгоритмы определения параметров ориентации и навигации, и полученная выше соответствующая модель погрешностей позволят на их базе строить алгоритмы формирования оценок и коррекции параметров СИПВ.

## 2.5 Модель погрешностей датчика перемещений

Предполагается, что по аналогии с моделями ошибок БА и БГ модель

погрешности ДП можно представить в виде совокупности систематических и случайных составляющих, а также ошибок масштабных коэффициентов и отклонений измерительных осей:

$$\left. \begin{aligned} \delta \mathbf{R}_{O_{\text{ДП}}} &= \delta \mathbf{R}_{\text{ДПСист}} + \delta \mathbf{R}_{\text{ДПбш}} + \delta \mathbf{R}_{\text{ДПсл}} + \delta \mathbf{k}_{\text{ДП}} \mathbf{R}_{\text{К}O}; \\ \delta \dot{\mathbf{R}}_{\text{ДПсл}} &= -\boldsymbol{\mu}_{\text{ДП}} \delta \mathbf{R}_{\text{ДПсл}} + \boldsymbol{\sigma}_{\text{ДП}} \mathbf{u}_{\text{фДП}}; \\ \delta \dot{\mathbf{R}}_{\text{ДПСист}} &= 0; \quad \delta \dot{\mathbf{k}}_{\text{ДП}} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

$$\text{при этом: } \delta \mathbf{R}_{O_{\text{ДП}}} = \begin{pmatrix} \delta R_{x \text{ ДП}} \\ \delta R_{y \text{ ДП}} \\ \delta R_{z \text{ ДП}} \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\mu}_{\text{ДП}} = \begin{pmatrix} \mu_{x\text{ДП}} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{y\text{ДП}} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{z\text{ДП}} \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{ДП}} = \begin{pmatrix} \sigma_{x\text{ДП}} \sqrt{2\mu_{x\text{ДП}}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y\text{ДП}} \sqrt{2\mu_{y\text{ДП}}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z\text{ДП}} \sqrt{2\mu_{z\text{ДП}}} \end{pmatrix}; \quad \delta \mathbf{k}_{\text{ДП}} = \begin{pmatrix} \delta k_x^{\text{ДП}} & \Theta_{xy}^{\text{ДП}} & \Theta_{xz}^{\text{ДП}} \\ \Theta_{yx}^{\text{ДП}} & \delta k_y^{\text{ДП}} & \Theta_{yz}^{\text{ДП}} \\ \Theta_{zx}^{\text{ДП}} & \Theta_{zy}^{\text{ДП}} & \delta k_z^{\text{ДП}} \end{pmatrix},$$

где  $\delta k_i^{\text{ДП}}$  – масштабные коэффициенты датчиков перемещений с измерительной осью  $i$ ,  $\Theta_{ij}^{\text{ДП}}$  – малые углы отклонений измерительных осей датчиков перемещений от идеальной оси  $i$  вдоль оси  $j$  ССК;  $\mathbf{u}_{\text{фДП}}$  – вектор-столбец формирующих центрированных белых шумов единичной интенсивности ДП. Следовательно, (2.46) можно записать в скалярном виде:

$$\left. \begin{aligned} \delta R_{x \text{ ДП}} &= \delta R_{x \text{ ДП Сист}} + \delta R_{x \text{ ДП бш}} + \delta R_{x \text{ ДП сл}} + \delta k_x^{\text{ДП}} R_{\text{К}x} + \Theta_{xy}^{\text{ДП}} R_{\text{К}y} + \Theta_{xz}^{\text{ДП}} R_{\text{К}z}; \\ \delta R_{y \text{ ДП}} &= \delta R_{y \text{ ДП Сист}} + \delta R_{y \text{ ДП бш}} + \delta R_{y \text{ ДП сл}} + \Theta_{yx}^{\text{ДП}} R_{\text{К}x} + \delta k_y^{\text{ДП}} R_{\text{К}y} + \Theta_{yz}^{\text{ДП}} R_{\text{К}z}; \\ \delta R_{z \text{ ДП}} &= \delta R_{z \text{ ДП Сист}} + \delta R_{z \text{ ДП бш}} + \delta R_{z \text{ ДП сл}} + \Theta_{zx}^{\text{ДП}} R_{\text{К}x} + \Theta_{zy}^{\text{ДП}} R_{\text{К}y} + \delta k_z^{\text{ДП}} R_{\text{К}z}; \\ \delta \dot{R}_{x,y,z \text{ ДП Сист}} &= 0; \\ \delta \dot{R}_{x \text{ ДП сл}} &= -\mu_{x\text{ДП}} \delta R_{x \text{ ДП сл}} + \sigma_{x\text{ДП}} \sqrt{2\mu_{x\text{ДП}}} u_{\text{фДП}1}; \\ \delta \dot{R}_{y \text{ ДП сл}} &= -\mu_{y\text{ДП}} \delta R_{y \text{ ДП сл}} + \sigma_{y\text{ДП}} \sqrt{2\mu_{y\text{ДП}}} u_{\text{фДП}2}; \\ \delta \dot{R}_{z \text{ ДП сл}} &= -\mu_{z\text{ДП}} \delta R_{z \text{ ДП сл}} + \sigma_{z\text{ДП}} \sqrt{2\mu_{z\text{ДП}}} u_{\text{фДП}3}; \\ \delta k_{x,y,z}^{\text{ДП}} &= 0; \quad \delta \dot{\Theta}_{xy,xz,yx,yz,zx,zy}^{\text{ДП}} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

Модель ошибок данных ИН о местоположении МИИБ1 относительно НК в его ССК, можно представить по аналогии с (2.53) в упрощенном виде, полагая, что у известных значений проекций  $\mathbf{R}_{\text{К}1O}$  имеют место только систематические ошибки, описанные уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \delta \mathbf{R}_{O_{ИН}} &= \delta \mathbf{R}_{ИН \text{ сист}}; \\ \delta \dot{\mathbf{R}}_{ИН \text{ сист}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

или в скалярном виде

$$\left. \begin{aligned} \delta R_{x, y, z \text{ ИН}} &= \delta R_{x, y, z \text{ ИН сист}}; \\ \delta \dot{R}_{x, y, z \text{ ИН сист}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

## 2.6 Алгоритмы формирования оценок и коррекции СИПВ

Успешное решение задачи измерения параметров вибрации возможно только при реализации высокоточных измерений параметров движения объекта. Уровень точности существующих на сегодняшний день МИИБ не позволяет добиться желаемой точности определения параметров вибрации из-за существенных погрешностей МИИБ, нестабильности их параметров. Поэтому для успешного решения задачи определения параметров вибрации, алгоритмы определения параметров ориентации и навигации, использующие данные МИИБ, должны использовать корректирующие сигналы вспомогательных измерительных систем. При этом, наиболее целесообразно оценку параметров и коррекцию проводить с использованием оптимального фильтра Калмана (ОФК) [28, 115-118]. В качестве корректоров в рамках СИПВ может вступать НК ЛА, а также ДП, снабжающие СИПВ данными о параметрах движения.

### 2.6.1 Алгоритмы формирования оценок и коррекции СИПВ при разомкнутой схеме включения ОФК в систему

С учетом полученных моделей ошибок, простая разомкнутая схема коррекции каналов ориентации и навигации МИИБ1, МИИБ2 представлена на рис. 2.2, 2.3 [119]. Далее на рис. 2.4 представлен блок вычисления параметров вибрации СИПВ, использующий данные этих каналов.

Сигналы МИИБ поступают в ЦВБ (см. рис. 2.3), реализующие алгоритмы ориентации и навигации и формирующие с некоторыми ошибками соответствующие векторы выходных параметров, включая радиус-векторы, относительные скорости и ускорения. Посредством оценок, формируемых ОФК, эти векторы корректируются. Для формирования векторов измерений ОФК



помимо сигналов ЦВБ используются также сигналы НК, ДП и ИН (см. рис. 2.2, 2.3). Откорректированные векторы выходных параметров ЦВБ, отвечающих МИИБ2, МИИБ1, поступают в БВПВ (см. рис. 2.4) для вычисления требуемых параметров вибрации. Туда же поступает вычисленный вектор параметров, определяемых алгоритмом ориентации и навигации НК.

В базовом случае алгоритма СИПВ формирование вектора измерения ОФК, отвечающего МИИБ1, осуществляется только с использованием  $\mathbf{R}_{M1}$ , вычисленного двумя способами – на основе данных МИИБ1 или данных НК и ИН. Однако если алгоритм оценивания параметров и коррекции СИПВ не обеспечивает требуемой степени точности, то для ее повышения по аналогии с  $\mathbf{R}_{M1}$  в векторе измерения ОФК можно использовать вычисленные двумя способами  $\mathbf{U}_{M1}$  и/или параметры ориентации ССК –  $\mathbf{A}_{O/E}$  или  $\mathbf{A}$ .

Традиционные и перспективные НК, как правило, формируют вектора своих выходных параметров с ограниченной частотой – от первых десятков до первых сотен Гц. Следовательно, непосредственное использование НК для адекватного измерения параметров вибрации ЛА возможно лишь в ограниченном частотном диапазоне порядка десятков Гц. В случае же если требуемый частотный диапазон СИПВ существенно шире, например до сотен Гц [123, 124], то для этой цели целесообразно применять современные МИИБ обладающие широким частотным диапазоном и высокой допустимой частотой измерений кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости, позволяющие решать на их базе задачи ориентации и навигации с частотой в килоггерцы. Следовательно, если СИПВ применяется для измерения параметров вибрации в широком частотном диапазоне, в БВПВ для вычисления этих параметров используются откорректированные векторы выходных параметров ЦВБ МИИБ2, МИИБ1 (рис. 2.3 – сплошные стрелки). Если же речь идет об измерениях параметров вибрации в ограниченном частотном диапазоне или если вибрации элементов конструкции ЛА лежат в низкочастотной области, то в рамках структуры СИПВ МИИБ1 может отсутствовать, а вместо элементов соответствующего ему вектора откорректированных выходных параметров могут непосредственно

использоваться элементы вектора выходных параметров НК (см. рис. 2.4 – пунктирные стрелки). При этом фактически будет оцениваться не вектор  $\mathbf{R}_{K2O}$ , а  $(\mathbf{R}_{K2O} + \mathbf{R}_{K1O})$ . Следовательно, в случае необходимости определения именно  $\hat{\mathbf{R}}_{K2O}$  из получаемого результата надо просто вычесть  $\mathbf{R}_{K1O}$ , значение которого должно быть известно заранее.

Кроме того, эталонные данные НК по мере их обновления целесообразно использовать в БВПВ для контроля качества формирования оценок элементов  $\mathbf{X}_{M1}$ , также в эти моменты времени оценки  $\mathbf{A}_{O/EM1}$ , вырабатываемые посредством ОФК, можно замещать на  $\mathbf{A}_{O/EB}$  НК (рис. 2.4 - пунктирные стрелки).

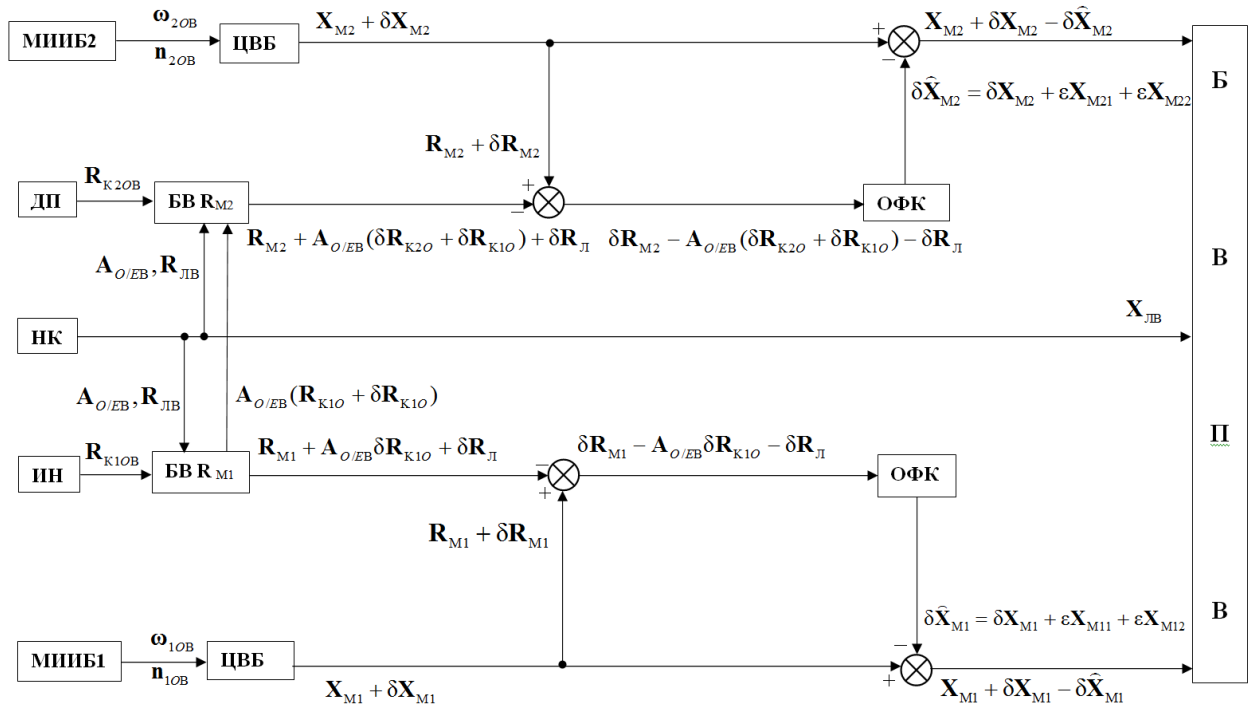


Рис. 2.2 Разомкнутая схема оценивания параметров и коррекции каналов ориентации и навигации СИПВ

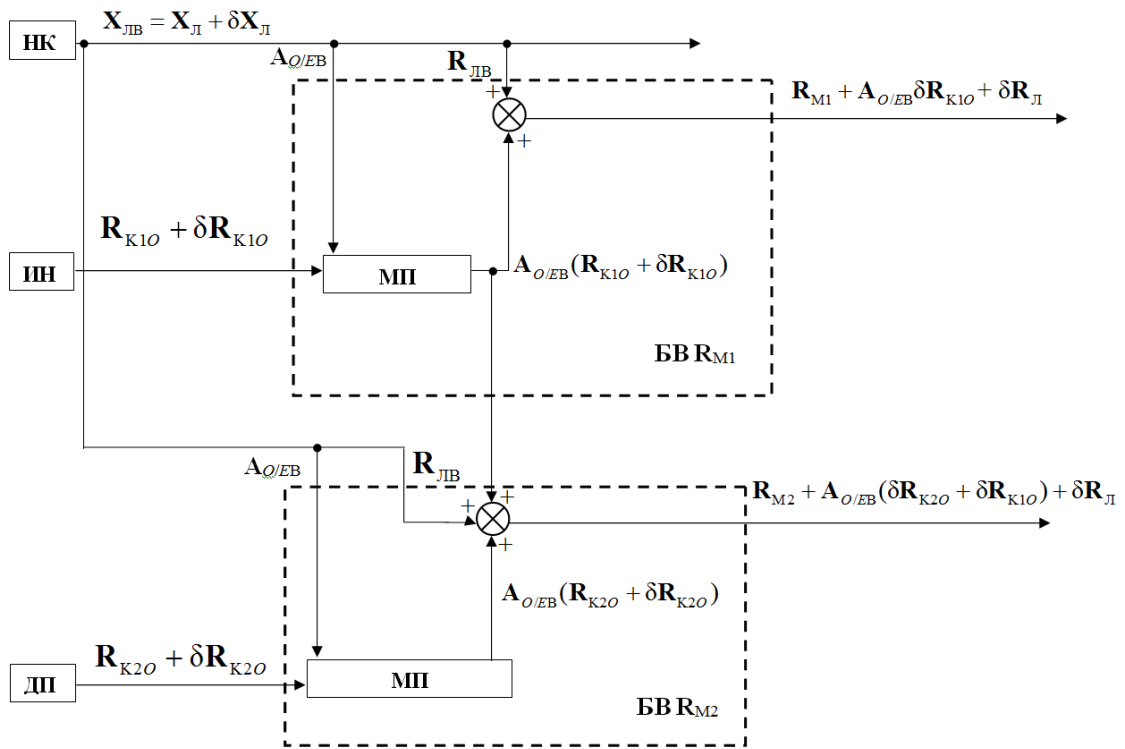


Рис. 2.3 Блоки вычисления  $\mathbf{R}_{M1}$ ,  $\mathbf{R}_{M2}$ .

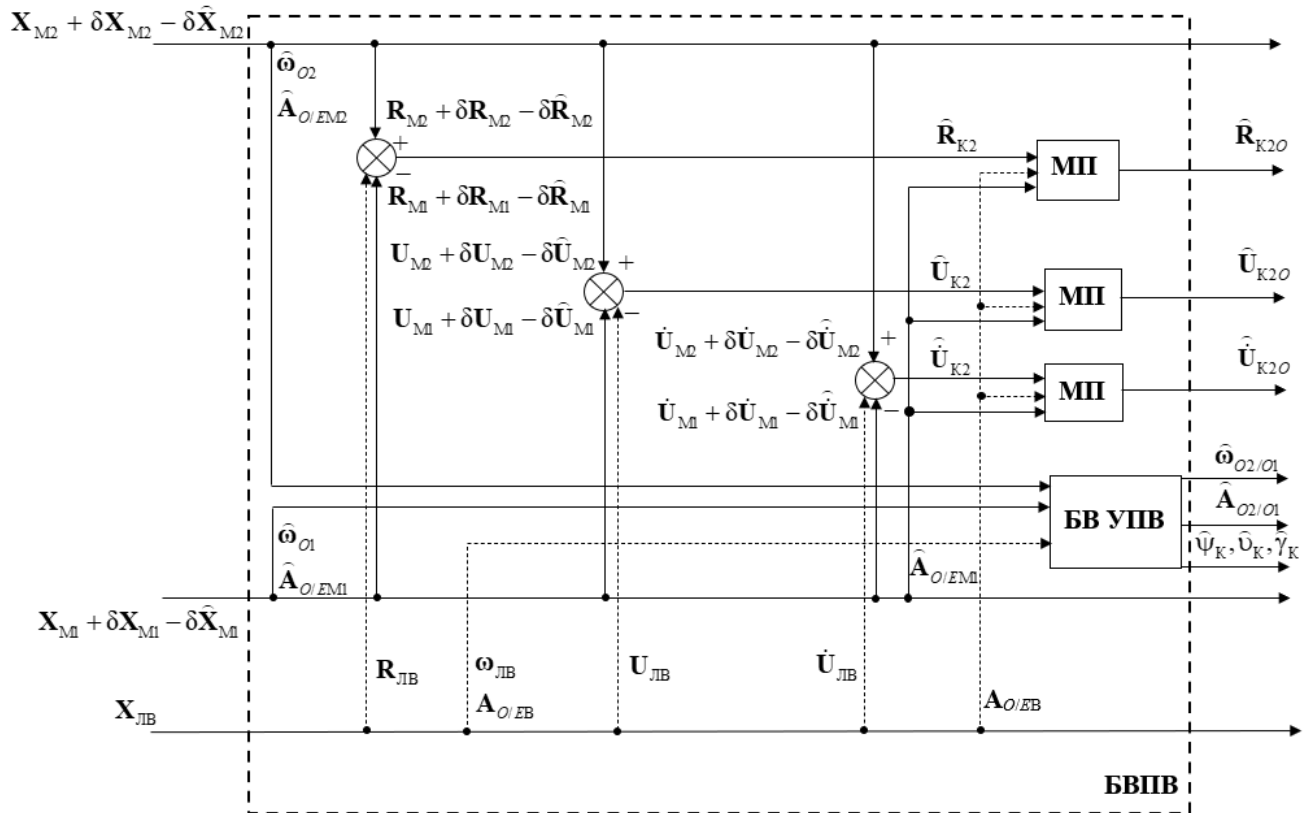


Рис. 2.4 Блок вычисления параметров вибрации

На рис. 2.2 – 2.4:  $\mathbf{X}$  – вектор параметров, определяемых алгоритмом ориентации и навигации; символ  $\hat{\phantom{x}}$  – обозначает оценку соответствующей величины; ЦВБ – цифровой вычислительный блок; МП – блок матричного перемножения; БВ УПВ – блок вычисления угловых параметров вибрации.

Алгоритм ОФК в рассматриваемом случае используется для обработки вектора измерений вида  $\mathbf{z}_1$  или  $\mathbf{z}_2$  (см. рис. 1.4, 2.2, 2.3):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{z}_2 &= \mathbf{R}_{M2B} - \mathbf{R}'_{M2B}; \\ \mathbf{R}_{M2B} &= \mathbf{R}_{M2} + \delta\mathbf{R}_{M2}; \\ \mathbf{R}'_{M2B} &= \mathbf{R}_{ЛБ} + \mathbf{A}_{O/EB}(\mathbf{R}_{K2OB} + \mathbf{R}_{K1OB}) = \mathbf{R}_{Л} + \mathbf{R}_{K2} + \mathbf{R}_{K1} + \\ &+ \mathbf{A}_{O/EB}(\delta\mathbf{R}_{K2O} + \delta\mathbf{R}_{K1O}) + \delta\mathbf{R}_{Л} = \mathbf{R}_{M2} + \mathbf{A}_{O/EB}(\delta\mathbf{R}_{K2O} + \delta\mathbf{R}_{K1O}) + \delta\mathbf{R}_{Л}; \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= \mathbf{R}_{M1B} - \mathbf{R}'_{M1B}; \\ \mathbf{R}_{M1B} &= \mathbf{R}_{M1} + \delta\mathbf{R}_{M1}; \\ \mathbf{R}'_{M1B} &= \mathbf{R}_{ЛБ} + \mathbf{A}_{O/EB}\mathbf{R}_{K1OB} = \\ &= \mathbf{R}_{Л} + \mathbf{R}_{K1} + \mathbf{A}_{O/EB}\delta\mathbf{R}_{K1O} + \delta\mathbf{R}_{Л} = \mathbf{R}_{M1} + \mathbf{A}_{O/EB}\delta\mathbf{R}_{K1O} + \delta\mathbf{R}_{Л}, \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

с учетом соответствующих моделей ошибок (см. 2.9, 2.10).

В дискретной форме алгоритм ОФК имеет вид [118, 120]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S}_k &= \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{\Phi}_{k-1}^T + \mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}^d\mathbf{\Gamma}_{k-1}^T; \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{S}_k\mathbf{H}_k^T(\mathbf{H}_k\mathbf{S}_k\mathbf{H}_k^T + \mathbf{L}_k^d)^{-1}; \\ \mathbf{P}_k &= (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{S}_k; \\ \delta\hat{\mathbf{X}}_k &= \mathbf{\Phi}_{k-1}\delta\hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\mathbf{\Phi}_{k-1}\delta\hat{\mathbf{X}}_{k-1}), \end{aligned} \right\} \quad (2.59)$$

где  $k$  – номер шага алгоритма;  $\mathbf{\Phi} = \sum_{i=0}^N \frac{(\mathbf{F}T)^i}{i!}$  – приведенная к дискретному виду

матрица динамики  $\mathbf{F}$ ,  $T$  – шаг вычислений,  $N$  – положительное число, выбираемое

разработчиком исходя из необходимой точности приведения;  $\mathbf{\Gamma} = \left[ \sum_{i=0}^N \frac{(\mathbf{F}T)^i}{i!(i+1)} \right] \mathbf{G}T$

– приведенная к дискретному виду матрица шумов системы  $\mathbf{G}$ ;  $\mathbf{H}$  – матрица

измерений;  $\mathbf{Q}^d = \mathbf{Q}/T$  – приведенная к дискретному виду матрица дисперсий

шумов системы  $\mathbf{Q}$ ;  $\mathbf{L}^d = \mathbf{L}/T$  – приведенная к дискретному виду матрица

дисперсий шумов измерений  $\mathbf{L}$ ;  $\mathbf{P}$  – матрица ковариации;  $\delta\mathbf{X}$  – вектор состояния, включающий ошибки МИИБ, ДП, ИН и алгоритма вычисления параметров ориентации и навигации.

Для случая представления погрешностей МИИБ, ДП, ИН и алгоритма вычисления параметров ориентации и навигации в виде совокупности систематических и случайных составляющих, погрешностей масштабных коэффициентов и отклонений измерительных осей, вектор состояния ОФК в общем случае можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{X} = & (\theta_\xi, \theta_\eta, \theta_\zeta, \delta U_\xi, \delta U_\eta, \delta U_\zeta, \delta R_\xi, \delta R_\eta, \delta R_\zeta, \\ & \Delta\omega_{x \text{ сист}}, \Delta\omega_{y \text{ сист}}, \Delta\omega_{z \text{ сист}}, \Delta n_{x \text{ сист}}, \Delta n_{y \text{ сист}}, \Delta n_{z \text{ сист}}, \\ & \Delta\omega_{x \text{ сл}}, \Delta\omega_{y \text{ сл}}, \Delta\omega_{z \text{ сл}}, \Delta n_{x \text{ сл}}, \Delta n_{y \text{ сл}}, \Delta n_{z \text{ сл}}, \\ & \delta k_x^\omega, \delta k_y^\omega, \delta k_z^\omega, \delta k_x^n, \delta k_y^n, \delta k_z^n, \Theta_{xy}^\omega, \Theta_{xz}^\omega, \Theta_{yx}^\omega, \Theta_{yz}^\omega, \Theta_{zx}^\omega, \Theta_{zy}^\omega, \Theta_{xy}^n, \Theta_{zx}^n, \Theta_{zy}^n, \\ & \delta R_{Kx \text{ сист}}, \delta R_{Ky \text{ сист}}, \delta R_{Kz \text{ сист}}, \delta R_{Kx \text{ сл}}, \delta R_{Ky \text{ сл}}, \delta R_{Kz \text{ сл}}, \\ & \delta k_{xy}^{\text{дп}}, \delta k_{yz}^{\text{дп}}, \delta k_{zx}^{\text{дп}}, \Theta_{xy}^{\text{дп}}, \Theta_{xz}^{\text{дп}}, \Theta_{yx}^{\text{дп}}, \Theta_{yz}^{\text{дп}}, \Theta_{zx}^{\text{дп}}, \Theta_{zy}^{\text{дп}})^T. \end{aligned} \quad (2.60)$$

При этом, для случая ОФК, отвечающего части схемы с МИИБ2 и использующего  $\mathbf{z}_2$  (см. рис. 2.2) можно считать, что:

$$\left. \begin{aligned} \delta R_{Kx \text{ сист}} &= \delta R_{Kx \text{ дп сист}} + \delta R_{Kx \text{ ИН сист}}; \\ \delta R_{Ky \text{ сист}} &= \delta R_{Ky \text{ дп сист}} + \delta R_{Ky \text{ ИН сист}}; \\ \delta R_{Kz \text{ сист}} &= \delta R_{Kz \text{ дп сист}} + \delta R_{Kz \text{ ИН сист}}; \\ \delta R_{Kx \text{ сл}} &= \delta R_{Kx \text{ дп сл}}; \\ \delta R_{Ky \text{ сл}} &= \delta R_{Ky \text{ дп сл}}; \\ \delta R_{Kz \text{ сл}} &= \delta R_{Kz \text{ дп сл}} \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

где соответствующие проекции образуют вектора:

$$\delta\mathbf{R}_{\text{Ксист}} = (\delta R_{Kx \text{ сист}}, \delta R_{Ky \text{ сист}}, \delta R_{Kz \text{ сист}})^T, \quad \delta\mathbf{R}_{\text{Ксл}} = (\delta R_{Kx \text{ сл}}, \delta R_{Ky \text{ сл}}, \delta R_{Kz \text{ сл}})^T.$$

Далее, с учетом (2.54) будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \delta\dot{\mathbf{R}}_{Kx,y,z \text{ сист}} &= 0; \\ \delta\dot{\mathbf{R}}_{Kx \text{ сл}} &= -\mu_{\text{хдп}} \delta R_{Kx \text{ сл}} + \sigma_{\text{хдп}} \sqrt{2\mu_{\text{хдп}}} \mathbf{u}_{\text{фдп1}}; \\ \delta\dot{\mathbf{R}}_{Ky \text{ сл}} &= -\mu_{\text{удп}} \delta R_{Ky \text{ сл}} + \sigma_{\text{удп}} \sqrt{2\mu_{\text{удп}}} \mathbf{u}_{\text{фдп2}}; \\ \delta\dot{\mathbf{R}}_{Kz \text{ сл}} &= -\mu_{\text{здп}} \delta R_{Kz \text{ сл}} + \sigma_{\text{здп}} \sqrt{2\mu_{\text{здп}}} \mathbf{u}_{\text{фдп3}}; \\ \delta\dot{k}_{x,y,z}^{\text{дп}} &= 0; \quad \delta\dot{\Theta}_{xy,xz,yx,yz,zx,zy}^{\text{дп}} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.62)$$

С другой стороны, для случая ОФК, отвечающего части схемы с МИИБ1 и использующего  $\mathbf{z}_1$  (см. рис. 2.2) можно считать, что:

$$\left. \begin{aligned} \delta R_{K \text{ x сист}} &= \delta R_{\text{x ИН сист}}; \\ \delta R_{K \text{ y сист}} &= \delta R_{\text{y ИН сист}}; \\ \delta R_{K \text{ z сист}} &= \delta R_{\text{z ИН сист}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

Причем,

$$\delta \dot{R}_{K \text{ x,y,z сист}} = 0, \quad (2.64)$$

а элементы  $\delta X$  расположенные после  $\delta R_{K \text{ z сист}}$  отсутствуют.

Таким образом, уравнение динамики СИПВ – первое уравнение (2.65), может быть получено из (2.52) посредством добавки к ней (2.63) или (2.64). Аналогично уравнение измерения СИПВ – второе уравнение (2.65), строится на базе (2.57) или (2.58) с учетом (2.54) или (2.56) соответственно:

$$\left. \begin{aligned} \delta \dot{X} &= F \delta X + G w; \\ z &= H \delta X + v, \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

где  $w$  – вектор шумов системы,  $v$  – вектор шумов измерения.

В наиболее общем случае, соответствующем МИИБ2,  $F$ ,  $G$  и  $w$  имеют следующий вид:

$$F = \begin{pmatrix} \mathbf{F1}_{[15 \times 9]} & \mathbf{F2}_{[15 \times 12]} & \mathbf{F4}_{[15 \times 6]} & \mathbf{F5}_{[15 \times 9]} & 0_{[15 \times 3]} & 0_{[15 \times 3]} & 0_{[15 \times 9]} \\ 0_{[6 \times 9]} & \mathbf{F3}_{[6 \times 12]} & 0_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 9]} & 0_{[15 \times 3]} & 0_{[6 \times 3]} & 0_{[6 \times 9]} \\ 0_{[15 \times 9]} & 0_{[15 \times 12]} & 0_{[15 \times 6]} & 0_{[15 \times 9]} & 0_{[15 \times 3]} & 0_{[15 \times 3]} & 0_{[15 \times 9]} \\ 0_{[3 \times 9]} & 0_{[3 \times 12]} & 0_{[3 \times 6]} & 0_{[3 \times 9]} & 0_{[3 \times 3]} & 0_{[3 \times 3]} & 0_{[3 \times 9]} \\ 0_{[12 \times 9]} & 0_{[12 \times 12]} & 0_{[12 \times 6]} & 0_{[12 \times 9]} & 0_{[12 \times 3]} & \mathbf{F6}_{[12 \times 3]} & 0_{[12 \times 9]} \end{pmatrix};$$

$$F1 = \begin{pmatrix} 0 & u_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -u_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -n_\zeta & n_\eta & 0 & 2u_0 & 0 & \omega_0^2(3 \cdot l_\xi l_\zeta - 1) & 3\omega_0^2 l_\xi l_\eta & 3\omega_0^2 l_\xi l_\zeta \\ n_\zeta & 0 & -n_\xi & -2u_0 & 0 & 0 & 3\omega_0^2 l_\xi l_\eta & \omega_0^2(3 \cdot l_\eta l_\eta - 1) & 3\omega_0^2 l_\zeta l_\eta \\ -n_\eta & n_\xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\omega_0^2 l_\xi l_\zeta & 3\omega_0^2 l_\eta l_\zeta & \omega_0^2(3 \cdot l_\zeta l_\zeta - 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0_{[6 \times 9]} & \dots & \dots \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{F2} = \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} & 0 & 0 & 0 & -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & 0 & 0 & 0 & -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} & 0 & 0 & 0 & -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \dots\dots\dots 0_{[9 \times 12]} \dots\dots\dots \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{F3} = \begin{pmatrix} \begin{matrix} -\mu_{x\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_{y\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_{z\omega} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu_{xn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_{yn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_{zn} \end{matrix} \\ [0_{6 \times 6}] \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F4} = \begin{pmatrix} -a_{11}\omega_x & -a_{12}\omega_y & -a_{13}\omega_z & 0 & 0 & 0 \\ -a_{21}\omega_x & -a_{22}\omega_y & -a_{23}\omega_z & 0 & 0 & 0 \\ -a_{31}\omega_x & -a_{32}\omega_y & -a_{33}\omega_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11}n_x & a_{12}n_y & a_{13}n_z \\ 0 & 0 & 0 & a_{21}n_x & a_{22}n_y & a_{23}n_z \\ 0 & 0 & 0 & a_{31}n_x & a_{32}n_y & a_{33}n_z \\ \dots\dots\dots 0_{[9 \times 6]} \dots\dots\dots \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{F5} = \begin{pmatrix} -a_{11}\omega_y & -a_{11}\omega_z & -a_{12}\omega_x & -a_{12}\omega_z & -a_{13}\omega_x & -a_{13}\omega_y & 0 & 0 & 0 \\ -a_{21}\omega_y & -a_{21}\omega_z & -a_{22}\omega_x & -a_{22}\omega_z & -a_{23}\omega_x & -a_{23}\omega_y & 0 & 0 & 0 \\ -a_{31}\omega_y & -a_{31}\omega_z & -a_{32}\omega_x & -a_{32}\omega_z & -a_{33}\omega_x & -a_{33}\omega_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11}n_y & a_{13}n_x & a_{13}n_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21}n_y & a_{23}n_x & a_{23}n_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{31}n_y & a_{33}n_x & a_{33}n_y \\ \dots\dots\dots 0_{[9 \times 9]} \dots\dots\dots \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{F6} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{x\mu\mu} & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_{y\mu\mu} & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_{z\mu\mu} \\ \dots\dots\dots 0_{[6 \times 3]} \dots\dots\dots \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{G1}_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 3]} \\ 0_{[9 \times 6]} & 0_{[9 \times 6]} & 0_{[9 \times 3]} \\ 0_{[6 \times 6]} & \mathbf{G2}_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 3]} \\ 0_{[18 \times 6]} & 0_{[18 \times 6]} & 0_{[18 \times 3]} \\ 0_{[3 \times 6]} & 0_{[3 \times 6]} & \mathbf{G3}_{[3 \times 3]} \\ 0_{[9 \times 6]} & 0_{[9 \times 6]} & 0_{[9 \times 3]} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G1} = \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{G2} = \begin{pmatrix} \sigma_{x\omega} \sqrt{2\mu_{x\omega}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y\omega} \sqrt{2\mu_{y\omega}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z\omega} \sqrt{2\mu_{z\omega}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{xn} \sqrt{2\mu_{xn}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{yn} \sqrt{2\mu_{yn}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{zn} \sqrt{2\mu_{zn}} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{G3} = \begin{pmatrix} \sigma_{xдп} \sqrt{2\mu_{xдп}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yдп} \sqrt{2\mu_{yдп}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zдп} \sqrt{2\mu_{zдп}} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{w} = (\Delta\omega_{x \text{ бш}}, \Delta\omega_{y \text{ бш}}, \Delta\omega_{z \text{ бш}}, \Delta n_{x \text{ бш}}, \Delta n_{y \text{ бш}}, \Delta n_{z \text{ бш}}, u_{\phi\omega 1}, u_{\phi\omega 2}, u_{\phi\omega 3}, u_{\phi n 1}, u_{\phi n 2}, u_{\phi n 3}, u_{\phi дп 1}, u_{\phi дп 2}, u_{\phi дп 3})^T.$$

Для более простого случая, соответствующего МИИБ1:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F1}_{[15 \times 9]} & \mathbf{F2}_{[15 \times 12]} & \mathbf{F4}_{[15 \times 6]} & \mathbf{F5}_{[15 \times 9]} & 0_{[15 \times 3]} \\ 0_{[6 \times 9]} & \mathbf{F3}_{[6 \times 12]} & 0_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 9]} & 0_{[15 \times 3]} \\ 0_{[15 \times 9]} & 0_{[15 \times 12]} & 0_{[15 \times 6]} & 0_{[15 \times 9]} & 0_{[15 \times 3]} \\ 0_{[3 \times 9]} & 0_{[3 \times 12]} & 0_{[3 \times 6]} & 0_{[3 \times 9]} & 0_{[3 \times 3]} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{G1}_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 6]} \\ 0_{[9 \times 6]} & 0_{[9 \times 6]} \\ 0_{[6 \times 6]} & \mathbf{G2}_{[6 \times 6]} \\ 0_{[18 \times 6]} & 0_{[18 \times 6]} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{w} = (\Delta\omega_{x \text{ бш}}, \Delta\omega_{y \text{ бш}}, \Delta\omega_{z \text{ бш}}, \Delta n_{x \text{ бш}}, \Delta n_{y \text{ бш}}, \Delta n_{z \text{ бш}}, u_{\phi\omega 1}, u_{\phi\omega 2}, u_{\phi\omega 3}, u_{\phi n 1}, u_{\phi n 2}, u_{\phi n 3})^T.$$

Для ОФК, отвечающего МИИБ2, использующего измерения ДП, НК и ИН, можно с учетом (2.57) написать уравнение измерения:

$$\mathbf{z}_2 = \delta \mathbf{R}_{M2} - \mathbf{A}_{O/EB} (\delta \mathbf{R}_{K2O} + \delta \mathbf{R}_{K1O}) - \delta \mathbf{R}_{Л} \quad (2.66)$$

$$\text{где } \mathbf{A}_{O/EB} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix} - \text{вычисленная НК матрица } \mathbf{A}_{O/E}.$$

Уравнения измерений можно переписать в скалярной форме:



$$\left. \begin{aligned}
z_{\delta R_{\xi}} &= \delta R_{\xi} - (\alpha_{11}(\delta R_{Kx \text{ сист}} + \delta R_{Kx \text{ сл}} + \delta k_x^{\text{ан}} R_{Kx} + \Theta_{xy}^{\text{ан}} R_{Ky} + \Theta_{xz}^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + \alpha_{12}(\delta R_{Ky \text{ сист}} + \delta R_{Ky \text{ сл}} + \Theta_{yx}^{\text{ан}} R_{Kx} + \delta k_y^{\text{ан}} R_{Ky} + \Theta_{yz}^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + \alpha_{13}(\delta R_{Kz \text{ сист}} + \delta R_{Kz \text{ сл}} + \Theta_{zx}^{\text{ан}} R_{Kx} + \Theta_{zy}^{\text{ан}} R_{Ky} + \delta k_z^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{z \text{ бш}})) - \delta R_{J\xi}; \\
z_{\delta R_{\eta}} &= \delta R_{\eta} - (\alpha_{21}(\delta R_{Kx \text{ сист}} + \delta R_{Kx \text{ сл}} + \delta k_x^{\text{ан}} R_{Kx} + \Theta_{xy}^{\text{ан}} R_{Ky} + \Theta_{xz}^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + \alpha_{22}(\delta R_{Ky \text{ сист}} + \delta R_{Ky \text{ сл}} + \Theta_{yx}^{\text{ан}} R_{Kx} + \delta k_y^{\text{ан}} R_{Ky} + \Theta_{yz}^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + \alpha_{23}(\delta R_{Kz \text{ сист}} + \delta R_{Kz \text{ сл}} + \Theta_{zx}^{\text{ан}} R_{Kx} + \Theta_{zy}^{\text{ан}} R_{Ky} + \delta k_z^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{z \text{ бш}})) - \delta R_{J\eta}; \\
z_{\delta R_{\zeta}} &= \delta R_{\zeta} - (\alpha_{31}(\delta R_{Kx \text{ сист}} + \delta R_{Kx \text{ сл}} + \delta k_x^{\text{ан}} R_{Kx} + \Theta_{xy}^{\text{ан}} R_{Ky} + \Theta_{xz}^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{x \text{ бш}}) + \\
&\quad + \alpha_{32}(\delta R_{Ky \text{ сист}} + \delta R_{Ky \text{ сл}} + \Theta_{yx}^{\text{ан}} R_{Kx} + \delta k_y^{\text{ан}} R_{Ky} + \Theta_{yz}^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{y \text{ бш}}) + \\
&\quad + \alpha_{33}(\delta R_{Kz \text{ сист}} + \delta R_{Kz \text{ сл}} + \Theta_{zx}^{\text{ан}} R_{Kx} + \Theta_{zy}^{\text{ан}} R_{Ky} + \delta k_z^{\text{ан}} R_{Kz} + \delta R_{z \text{ бш}})) - \delta R_{J\zeta}.
\end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

Тогда матрица измерений будет иметь вид:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{H1} \quad \mathbf{H2});$$

$$\mathbf{H1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha_{11} & -\alpha_{12} & -\alpha_{13} & -\alpha_{11} & -\alpha_{12} & -\alpha_{13} \\ 0_{[3 \times 6]} & 0 & 1 & 0 & 0_{[3 \times 27]} & -\alpha_{21} & -\alpha_{22} & -\alpha_{23} & -\alpha_{21} & -\alpha_{22} & -\alpha_{23} \\ 0 & 0 & 1 & -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & -\alpha_{33} & -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & -\alpha_{33} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{H2} = \begin{pmatrix} -\alpha_{11} R_{Kx} & -\alpha_{12} R_{Ky} & -\alpha_{13} R_{Kz} & -\alpha_{11} R_{Ky} & -\alpha_{11} R_{Kz} & -\alpha_{12} R_{Kx} & -\alpha_{12} R_{Kz} & -\alpha_{13} R_{Kx} & -\alpha_{13} R_{Ky} \\ -\alpha_{21} R_{Kx} & -\alpha_{22} R_{Ky} & -\alpha_{23} R_{Kz} & -\alpha_{21} R_{Ky} & -\alpha_{21} R_{Kz} & -\alpha_{22} R_{Kx} & -\alpha_{22} R_{Kz} & -\alpha_{23} R_{Kx} & -\alpha_{23} R_{Ky} \\ -\alpha_{31} R_{Kx} & -\alpha_{32} R_{Ky} & -\alpha_{33} R_{Kz} & -\alpha_{31} R_{Ky} & -\alpha_{31} R_{Kz} & -\alpha_{32} R_{Kx} & -\alpha_{32} R_{Kz} & -\alpha_{33} R_{Kx} & -\alpha_{33} R_{Ky} \end{pmatrix}.$$

При этом вектор шумов измерений выглядит следующим образом:

$$\mathbf{v} = - \begin{pmatrix} \alpha_{11} \delta R_{x \text{ бш}} + \alpha_{12} \delta R_{y \text{ бш}} + \alpha_{13} \delta R_{z \text{ бш}} + \delta R_{J\xi} \\ \alpha_{21} \delta R_{x \text{ бш}} + \alpha_{22} \delta R_{y \text{ бш}} + \alpha_{23} \delta R_{z \text{ бш}} + \delta R_{J\eta} \\ \alpha_{31} \delta R_{x \text{ бш}} + \alpha_{32} \delta R_{y \text{ бш}} + \alpha_{33} \delta R_{z \text{ бш}} + \delta R_{J\zeta} \end{pmatrix}. \quad (2.68)$$

Для ОФК, отвечающего МИИБ1, использующего измерения НК и ИН, с учетом (2.58) также можно написать уравнение измерения:

$$\mathbf{z}_1 = \delta \mathbf{R}_{M1} - \mathbf{A}_{O/EB} \delta \mathbf{R}_{K1O} - \delta \mathbf{R}_{J1} \quad (2.69)$$

Уравнение измерений в скалярном виде:

$$\left. \begin{aligned}
z_{\delta R_{\xi}} &= \delta R_{\xi} - (\alpha_{11} \delta R_{Kx \text{ сист}} + \alpha_{12} \delta R_{Ky \text{ сист}} + \alpha_{13} \delta R_{Kz \text{ сист}}) - \delta R_{J\xi}; \\
z_{\delta R_{\eta}} &= \delta R_{\eta} - (\alpha_{21} \delta R_{Kx \text{ сист}} + \alpha_{22} \delta R_{Ky \text{ сист}} + \alpha_{23} \delta R_{Kz \text{ сист}}) - \delta R_{J\eta}; \\
z_{\delta R_{\zeta}} &= \delta R_{\zeta} - (\alpha_{31} \delta R_{Kx \text{ сист}} + \alpha_{32} \delta R_{Ky \text{ сист}} + \alpha_{33} \delta R_{Kz \text{ сист}}) - \delta R_{J\zeta},
\end{aligned} \right\} \quad (2.70)$$

тогда

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha_{11} & -\alpha_{12} & -\alpha_{13} \\ 0_{[3 \times 6]} & 0 & 1 & 0 & -\alpha_{21} & -\alpha_{22} & -\alpha_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & -\alpha_{33} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v} = - \begin{pmatrix} \delta R_{\text{л}\xi} \\ \delta R_{\text{л}\eta} \\ \delta R_{\text{л}\zeta} \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Глядя на (2.68) и (2.71) видно, что в двух случаях шумы измерений содержат составляющие вида  $(-\delta R_{\text{л}\xi} - \delta R_{\text{л}\eta} - \delta R_{\text{л}\zeta})^T$  представляющие собой относительно небольшие погрешности НК, не являющиеся белыми шумами. Очевидно, что в этом случае шумы измерений двух ОФК не будут центрированными и на их выходах будут иметь место дополнительные ошибки оценивания, порожденные погрешностями НК.

В общем случае эти ошибки могут быть представлен следующим образом. Предположим, что погрешности НК  $(-\delta R_{\text{л}\xi} - \delta R_{\text{л}\eta} - \delta R_{\text{л}\zeta})^T$  являются детерминированными величинами, например, для простаты – небольшими постоянными или медленно меняющимися значениями, тогда на основании свойств ОФК можно написать соотношения для следующих математических ожиданий (МО):

$$\mathbf{M}[\boldsymbol{\varepsilon}] = \mathbf{M}[\delta \mathbf{X}] - \mathbf{M}[\delta \hat{\mathbf{X}}], \quad (2.72)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – ошибка оценивания  $\delta \mathbf{X}$ . При условиях несмещенности белого шума измерения, т.е. когда  $\mathbf{M}[\mathbf{v}] = 0$  получим

$$\mathbf{M}[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0, \quad (2.73)$$

следовательно

$$\mathbf{M}[\hat{\mathbf{X}}] = \mathbf{M}[\mathbf{X}]. \quad (2.74)$$

В предполагаемом случае  $\mathbf{M}[\mathbf{v}] \neq 0$ , тогда можно написать соотношение:

$$\mathbf{M}[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}] = (\mathbf{F} - \mathbf{KH})\mathbf{M}[\boldsymbol{\varepsilon}] - \mathbf{K} \mathbf{M}[\mathbf{v}]. \quad (2.75)$$

Если система устойчива, для установившегося режима, где  $\mathbf{M}[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}] = 0$ , соотношение можно переписать следующим образом:

$$M[\varepsilon] = (F - KH)^{-1} K M[v]. \quad (2.76)$$

Следовательно, МО итоговой ошибки оценивания вектора состояния окажется пропорционально МО шума измерения. Причем соответствующая связь, очевидно, будет определяться матрицами динамики и измерения, а также матрицей коэффициентов усиления ОФК.

Аналогичную связь можно получить и непосредственно анализируя особенности уравнений динамики и измерения в рассматриваемом случае:

$$\left. \begin{aligned} \delta \dot{X}_1 &= F\delta X_1 + Gw; \\ z &= H\delta X_1 + v_1 = H\delta X_1 + v + M, \end{aligned} \right\} \quad (2.77)$$

где  $v_1$  – нецентрированный шум измерения с МО  $M$ , в свою очередь шум  $v$  – центрированный, с нулевым МО;  $\delta X_1$  – соответствующий вектор состояния.

Введем другой вектор состояния  $\delta X_2$ , который связан с  $\delta X_1$  следующим образом:

$$H\delta X_2 = H\delta X_1 + M. \quad (2.78)$$

Тогда,

$$\delta X_2 = \delta X_1 + CM \quad (2.79)$$

или

$$\delta X_1 = \delta X_2 - CM, \quad (2.80)$$

где  $C$  – некоторая матрица, причем

$$HCM = M. \quad (2.81)$$

Кроме того,

$$\delta \dot{X}_1 = \delta \dot{X}_2 - \dot{C}M - C\dot{M}. \quad (2.82)$$

Тогда с учетом приведенных соотношений уравнения динамики и измерения можно переписать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \delta \dot{X}_2 &= F\delta X_2 + Gw - FC\dot{M} + \dot{C}M + C\dot{M}; \\ z &= H\delta X_2 - HCM + v + M = H\delta X_2 + v. \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

В приведенном уравнении измерения шум измерения – центрирован, при этом в правой части уравнения динамики добавилось управляющее воздействие. Тогда уравнение для оптимальной оценки  $\delta X_2$  примет вид:

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{F}\delta\hat{\mathbf{X}}_2 + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\delta\hat{\mathbf{X}}_2) - \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{M} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{M} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{M}}. \quad (2.84)$$

И, очевидно, на основании оптимальной оценки  $\delta\mathbf{X}_2$  легко получить оптимальную оценку  $\delta\mathbf{X}_1$ :

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_1 = \delta\hat{\mathbf{X}}_2 - \mathbf{C}\mathbf{M}. \quad (2.85)$$

Тогда на основании двух предыдущих соотношений уравнение для оптимальной оценки  $\delta\mathbf{X}_1$  примет вид:

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_1 + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{M} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{F}\delta\hat{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{M} + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\delta\hat{\mathbf{X}}_1 - \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{M}) - \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{M} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{M} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{M}}; \quad (2.86)$$

или

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{F}\delta\hat{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\delta\hat{\mathbf{X}}_1 - \mathbf{M}). \quad (2.87)$$

Такое же уравнение для оптимальной оценки можно непосредственно получить на основании исходных уравнений динамики и измерения, вычитая из вектора измерения  $\mathbf{M}$ , тем самым, фактически, сводя шум измерения к центрированному.

При этом оптимальная ошибка оценивания имеет вид

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \delta\mathbf{X}_1 - \delta\hat{\mathbf{X}}_1. \quad (2.88)$$

Решение дифференциального уравнения для  $\delta\hat{\mathbf{X}}_1$  можно представить следующим образом:

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_1 = \delta\hat{\mathbf{X}}_{11} + \delta\hat{\mathbf{X}}_{12}; \quad (2.89)$$

где  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{11}$  – неоптимальная оценка  $\delta\mathbf{X}_1$ , а  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{12}$  – поправка, обеспечивающая оптимальность итоговой оценки. При этом

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_1 = (\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{H})\delta\hat{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{K}\mathbf{z} - \mathbf{K}\mathbf{M}; \quad (2.90)$$

где:

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_{11} = (\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{H})\delta\hat{\mathbf{X}}_{11} + \mathbf{K}\mathbf{z}; \quad (2.91)$$

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_{12} = (\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{H})\delta\hat{\mathbf{X}}_{12} - \mathbf{K}\mathbf{M}. \quad (2.92)$$

Фактически,  $\mathbf{M}$  – неизвестно, поэтому реально может быть определена лишь  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{11}$  – неоптимальная оценка для  $\delta\mathbf{X}_1$ .

В свою очередь, в устойчивом случае, в установившемся режиме можно считать, что  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{12} \rightarrow 0$ , тогда

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_{12} = (\mathbf{F} - \mathbf{KH})^{-1} \mathbf{KM}. \quad (2.93)$$

Тогда, оценив  $\delta\mathbf{X}_1$ , посредством  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{11}$ , будем иметь неоптимальную ошибку оценивания, описываемую следующим образом:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{11} = \delta\mathbf{X}_1 - \delta\hat{\mathbf{X}}_{11} = \delta\mathbf{X}_1 - \delta\hat{\mathbf{X}}_{11} - \delta\hat{\mathbf{X}}_{12} + \delta\hat{\mathbf{X}}_{12} = \delta\mathbf{X}_1 - \delta\hat{\mathbf{X}}_{11} + \delta\hat{\mathbf{X}}_{12} = \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \delta\hat{\mathbf{X}}_{12}; \quad (2.94)$$

или

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{11} = \boldsymbol{\varepsilon}_1 + (\mathbf{F} - \mathbf{KH})^{-1} \mathbf{KM}. \quad (2.95)$$

Таким образом, наличие нецентрированного шума измерения с неизвестным и соответственно неучтенным  $\mathbf{M}$  будет приводить к появлению дополнительной ошибки оценивания, равной  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{12}$ . Полученное в итоге выражение соответствует полученному ранее выражению для МО  $\boldsymbol{\varepsilon}$  и подтверждает правильность сделанных ранее выводов о влиянии нецентрированного шума измерения на итоговую точность оценивания.

Возвращаясь к анализу влияния погрешности НК  $(-\delta R_{\text{Л}\xi} - \delta R_{\text{Л}\eta} - \delta R_{\text{Л}\zeta})^T$ , проявляющих себя как ненулевые МО шумов измерения, можно предположить, что поскольку эти воздействия для двух ОФК, отвечающих МИИБ1, МИИБ2, одинаковые, а параметры и структуры уравнений динамики и измерений, статистические характеристики систем близки, то и соответствующие выходные ошибки оценивания, порожденные ими, также будут близки между собой. Оценки ошибок алгоритмов определения параметров ориентации и навигации, полученных на основании показаний МИИБ2 и МИИБ1 можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \delta\hat{\mathbf{X}}_{\text{M}2} &= \delta\mathbf{X}_{\text{M}2} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}21}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}22}}; \\ \delta\hat{\mathbf{X}}_{\text{M}1} &= \delta\mathbf{X}_{\text{M}1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}11}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}12}}; \end{aligned} \right\} \quad (2.96)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}22}}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}12}}$  – ошибки оценивания  $\delta\mathbf{X}_{\text{M}2}$ ,  $\delta\mathbf{X}_{\text{M}1}$ , порожденные влиянием ошибок НК соответственно;  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}21}}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{X}_{\text{M}11}}$  – соответственно ошибки оценивания  $\delta\mathbf{X}_{\text{M}2}$ ,  $\delta\mathbf{X}_{\text{M}1}$ , обусловленные другими источниками, включая собственные погрешности МИИБ, ДП, ИН.

Тогда, в рамках СИПВ (см. рис. 2.4) при вычислении параметров вибрации, полагая, что  $\varepsilon \mathbf{X}_{M22} \approx \varepsilon \mathbf{X}_{M12}$ , например, для  $\delta \hat{\mathbf{R}}_{K2}$  (аналогично для  $\delta \hat{\mathbf{U}}_{K2}$  и  $\delta \hat{\dot{\mathbf{U}}}_{K2}$ ) будем иметь:

$$\begin{aligned} \delta \hat{\mathbf{R}}_{K2} &= \mathbf{R}_{M2} + \delta \mathbf{R}_{M2} - \delta \hat{\mathbf{R}}_{M2} - (\mathbf{R}_{M1} + \delta \mathbf{R}_{M1} - \delta \hat{\mathbf{R}}_{M1}) = \\ &= \mathbf{R}_{M2} - \mathbf{R}_{M1} - \varepsilon \mathbf{R}_{M21} - \varepsilon \mathbf{R}_{M22} + \varepsilon \mathbf{R}_{M11} + \varepsilon \mathbf{R}_{M12} \approx \mathbf{R}_{M2} - \mathbf{R}_{M1} - \varepsilon \mathbf{R}_{M21} + \varepsilon \mathbf{R}_{M11}. \end{aligned} \quad (2.97)$$

Следовательно, ошибки НК не должны оказывать существенного влияния на измерение параметров вибрации СИПВ. Однако, достоверно подтвердить это предположения позволяют лишь результаты имитационного моделирования и экспериментальных исследований, результаты которых предоставлены в следующих главах работы.

Кроме того, в полученном шуме измерения (2.71) нет составляющей типа белого шума, которая должна присутствовать для нормальной работы ОФК традиционного вида [118]. Однако эту сложность легко устранить, трансформируя алгоритм ОФК в форму соответствующую данному случаю отсутствия белого шума измерения или используя широко известный метод фиктивного белого шума [119].

При условии некоррелированных между собой соответствующих погрешностей матрицы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{L}$  являются симметричными неотрицательно-определенной и положительно-определенной.

Для рассматриваемого случая МИИБ2 матрицы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{L}$  имеют следующий вид:

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \{ \sigma_{\Delta \omega_x \text{ бш}}^2 \quad \sigma_{\Delta \omega_y \text{ бш}}^2 \quad \sigma_{\Delta \omega_z \text{ бш}}^2 \quad \sigma_{\Delta n_x \text{ бш}}^2 \quad \sigma_{\Delta n_y \text{ бш}}^2 \quad \sigma_{\Delta n_z \text{ бш}}^2 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \}$$

где  $\sigma_{\Delta \omega_{x,y,z} \text{ бш}}$ ,  $\sigma_{\Delta n_{x,y,z} \text{ бш}}$  – СКО случайных составляющих погрешностей гироскопов и акселерометров, описываемых белыми шумами,

$$\mathbf{L} = \text{diag} \{ \sigma_{\delta R_x \text{ дп бш}}^2 \quad \sigma_{\delta R_y \text{ дп бш}}^2 \quad \sigma_{\delta R_z \text{ дп бш}}^2 \},$$

где  $\sigma_{\delta R_{x,y,z} \text{ дп бш}}$  – СКО случайных составляющих погрешностей ДП, описываемых белыми шумами.

Для реализации алгоритма ОФК для случая МИИБ2 необходимо также задаться начальными условиями для матрицы ковариации и вектора оценок ошибок. Начальный вектор оценок рационально выбрать нулевым, а начальная матрица ковариации:

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag} \{ \sigma_{\theta_\xi}^2, \sigma_{\theta_\eta}^2, \sigma_{\theta_\zeta}^2, \sigma_{\delta U_\xi}^2, \sigma_{\delta U_\eta}^2, \sigma_{\delta U_\zeta}^2, \sigma_{\delta R_\xi}^2, \sigma_{\delta R_\eta}^2, \sigma_{\delta R_\zeta}^2, \\ \sigma_{\Delta\omega_x \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta\omega_y \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta\omega_z \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta n_x \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta n_y \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta n_z \text{ сист}}^2, \\ \sigma_{\Delta\omega_x \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta\omega_y \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta\omega_z \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta n_x \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta n_y \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta n_z \text{ сл}}^2, \\ \sigma_{\delta k_x^\omega}^2, \sigma_{\delta k_y^\omega}^2, \sigma_{\delta k_z^\omega}^2, \sigma_{\delta k_x^n}^2, \sigma_{\delta k_y^n}^2, \sigma_{\delta k_z^n}^2, \\ \sigma_{\Theta_{xy}^\omega}^2, \sigma_{\Theta_{xz}^\omega}^2, \sigma_{\Theta_{yx}^\omega}^2, \sigma_{\Theta_{yz}^\omega}^2, \sigma_{\Theta_{zx}^\omega}^2, \sigma_{\Theta_{zy}^\omega}^2, \sigma_{\Theta_{xy}^n}^2, \sigma_{\Theta_{zx}^n}^2, \sigma_{\Theta_{zy}^n}^2, \\ \sigma_{\delta R_x \text{ дп сист}}^2 + \sigma_{\delta R_x \text{ ин сист}}^2, \sigma_{\delta R_y \text{ дп сист}}^2 + \sigma_{\delta R_y \text{ ин сист}}^2, \sigma_{\delta R_z \text{ дп сист}}^2 + \sigma_{\delta R_z \text{ ин сист}}^2, \\ \sigma_{\delta R_x \text{ дп сл}}^2, \sigma_{\delta R_y \text{ дп сл}}^2, \sigma_{\delta R_z \text{ дп сл}}^2, \sigma_{\delta k_x^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\delta k_y^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\delta k_z^{\text{дп}}}^2, \\ \sigma_{\Theta_{xy}^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\Theta_{xz}^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\Theta_{yx}^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\Theta_{yz}^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\Theta_{zx}^{\text{дп}}}^2, \sigma_{\Theta_{zy}^{\text{дп}}}^2 \},$$

где  $\sigma_{\theta_{\xi,\eta,\zeta}}$  – СКО ошибок начальной выставки по параметрам ориентации;  $\sigma_{\delta U_{\xi,\eta,\zeta}}$  – СКО ошибок начальной выставки по определению относительной скорости;  $\sigma_{\delta R_{\xi,\eta,\zeta}}$  – СКО ошибок начальной выставки по определению местоположения;  $\sigma_{\Delta\omega_{x,y,z} \text{ сист}}$ ,  $\sigma_{\Delta n_{x,y,z} \text{ сист}}$  – СКО реализаций систематических погрешностей гироскопов и акселерометров;  $\sigma_{\Delta\omega_{x,y,z} \text{ сл}}$ ,  $\sigma_{\Delta n_{x,y,z} \text{ сл}}$  – СКО случайных погрешностей гироскопов и акселерометров;  $\sigma_{\delta k_{x,y,z}^\omega}$ ,  $\sigma_{\delta k_{x,y,z}^n}$  – СКО реализаций погрешностей масштабных коэффициентов гироскопов и акселерометров;  $\sigma_{\Theta_{xy,xz,yx,yz,zx,zy}^\omega}$ ,  $\sigma_{\Theta_{xy,zx,zy}^n}$  – СКО реализаций погрешностей отклонений измерительных осей гироскопов и акселерометров;  $\sigma_{\delta R_{x,y,z} \text{ дп сист}}$ ,  $\sigma_{\delta R_{x,y,z} \text{ ин сист}}$  – СКО реализаций систематических погрешностей ДП и ИН;  $\sigma_{\delta R_{x,y,z} \text{ дп сл}}$  – СКО случайных погрешностей ДП;  $\sigma_{\delta k_{x,y,z}^{\text{дп}}}$  – СКО реализаций погрешностей масштабных коэффициентов ДП;  $\sigma_{\Theta_{xy,xz,yx,yz,zx,zy}^{\text{дп}}}$  – СКО реализаций погрешностей отклонений измерительных осей ДП.

Для случая МИИБ1 матрицы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{L}$  имеют следующий вид:

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \{ \sigma_{\Delta\omega_x \text{ бш}}^2, \sigma_{\Delta\omega_y \text{ бш}}^2, \sigma_{\Delta\omega_z \text{ бш}}^2, \sigma_{\Delta n_x \text{ бш}}^2, \sigma_{\Delta n_y \text{ бш}}^2, \sigma_{\Delta n_z \text{ бш}}^2, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \},$$

$$\mathbf{L} = \text{diag} \{ \sigma_{\text{вбш}}^2, \sigma_{\text{вбш}}^2, \sigma_{\text{вбш}}^2 \},$$

где  $\sigma_{\text{вбш}}$  – СКО малых искусственно формируемых виртуальных белых шумов в случае применения метода фиктивного белого шума [118].

При этом начальный вектор оценок рационально выбрать нулевым, а начальная матрица ковариации:

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}\left\{\sigma_{\theta_\xi}^2, \sigma_{\theta_\eta}^2, \sigma_{\theta_\zeta}^2, \sigma_{\delta U_\xi}^2, \sigma_{\delta U_\eta}^2, \sigma_{\delta U_\zeta}^2, \sigma_{\delta R_\xi}^2, \sigma_{\delta R_\eta}^2, \sigma_{\delta R_\zeta}^2, \right. \\ \left. \sigma_{\Delta\omega_x \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta\omega_y \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta\omega_z \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta n_x \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta n_y \text{ сист}}^2, \sigma_{\Delta n_z \text{ сист}}^2, \right. \\ \left. \sigma_{\Delta\omega_x \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta\omega_y \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta\omega_z \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta n_x \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta n_y \text{ сл}}^2, \sigma_{\Delta n_z \text{ сл}}^2, \right. \\ \left. \sigma_{\delta k_x^\omega}^2, \sigma_{\delta k_y^\omega}^2, \sigma_{\delta k_z^\omega}^2, \sigma_{\delta k_x^n}^2, \sigma_{\delta k_y^n}^2, \sigma_{\delta k_z^n}^2, \right. \\ \left. \sigma_{\theta_{xy}^\omega}^2, \sigma_{\theta_{xz}^\omega}^2, \sigma_{\theta_{yx}^\omega}^2, \sigma_{\theta_{yz}^\omega}^2, \sigma_{\theta_{zx}^\omega}^2, \sigma_{\theta_{zy}^\omega}^2, \sigma_{\theta_{xy}^n}^2, \sigma_{\theta_{xz}^n}^2, \sigma_{\theta_{yx}^n}^2, \right. \\ \left. \sigma_{\delta R_x \text{ ИН сист}}^2, \sigma_{\delta R_y \text{ ИН сист}}^2, \sigma_{\delta R_z \text{ ИН сист}}^2\right\}.$$

Для того, чтобы определить параметры вибрации точки  $O_2$  (место расположения МИИБ2) относительно точки  $O_1$  (место расположения МИИБ1) (виброускорение, виброскорость, виброперемещение в ССК), в БВПВ используются откорректированные векторы  $\hat{\mathbf{X}}_{M2}$ ,  $\hat{\mathbf{X}}_{M1}$ , где

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{M2} &= \mathbf{X}_{M2} + \delta\mathbf{X}_{M2} - \delta\hat{\mathbf{X}}_{M2}; \\ \hat{\mathbf{X}}_{M1} &= \mathbf{X}_{M1} + \delta\mathbf{X}_{M1} - \delta\hat{\mathbf{X}}_{M1}. \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

При этом коррекция конкретных параметров происходит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} &= \mathbf{U}_B - \delta\hat{\mathbf{U}}; \\ \hat{\mathbf{R}} &= \mathbf{R}_B - \delta\hat{\mathbf{R}}; \\ \hat{\boldsymbol{\omega}}_O &= \boldsymbol{\omega}_{OB} - (\Delta\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\text{сист}} + \Delta\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\text{сл}} + \Delta\hat{\mathbf{k}}_{M\omega}\boldsymbol{\omega}_{OB}) = \boldsymbol{\omega}_{OB} - \delta\hat{\boldsymbol{\omega}}_O; \\ \hat{\mathbf{n}}_O &= \mathbf{n}_{OB} - (\Delta\hat{\mathbf{n}}_{\text{сист}} + \Delta\hat{\mathbf{n}}_{\text{сл}} + \Delta\hat{\mathbf{k}}_{Mn}\mathbf{n}_{OB}) = \mathbf{n}_{OB} - \delta\hat{\mathbf{n}}_O; \\ \hat{\mathbf{A}}_{O/E} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{E/B}^T \mathbf{A}_{O/E}; \\ \hat{\mathbf{U}} &= \dot{\mathbf{U}}_B + 2\mathbf{u} \times \delta\hat{\mathbf{U}} - \hat{\mathbf{A}}_{O/E} \delta\hat{\mathbf{n}}_O + \hat{\boldsymbol{\theta}} \times (\hat{\mathbf{A}}_{O/E}^T \hat{\mathbf{n}}_O) + \omega_0^2 (\delta\hat{\mathbf{R}} - 3(\delta\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{1}}_R) \hat{\mathbf{1}}_R), \end{aligned} \right\} \quad (2.99)$$

где  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{E/B}^T = \mathbf{E} + \mathbf{K}_\theta$ ;  $\mathbf{K}_\theta = \begin{pmatrix} 0 & -\hat{\theta}_\zeta & \hat{\theta}_\eta \\ \hat{\theta}_\zeta & 0 & -\hat{\theta}_\xi \\ -\hat{\theta}_\eta & \hat{\theta}_\xi & 0 \end{pmatrix}$ , а  $\boldsymbol{\varepsilon}_{E/B}$  это матрица рассогласования

ориентации истинного и вычисленного с ошибкой положений ЭСК.

По аналогии с [88] для доказательства выражения для определения  $\boldsymbol{\varepsilon}_{E/B}$  рассмотрим рис. 2.2.



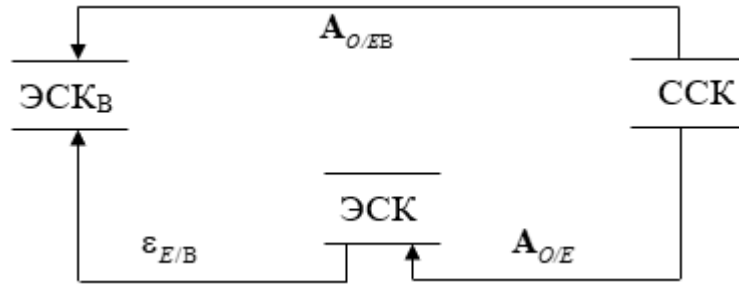


Рис. 2.5 Связь взаимной ориентации ССК, истинного и вычисленного положений ЭСК

В соответствии с рис. 2.5 матрицу  $\epsilon_{E/B}$  можно представить в виде:

$$\epsilon_{E/B}^T = \mathbf{A}_{O/E} \mathbf{A}_{O/EB}^T. \quad (2.100)$$

Взаимная связь орт вычисленного и идеального положений ЭСК такова:

$$\left. \begin{aligned} \xi_B &= \xi + \boldsymbol{\theta} \times \xi; \\ \eta_B &= \eta + \boldsymbol{\theta} \times \eta; \\ \zeta_B &= \zeta + \boldsymbol{\theta} \times \zeta. \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

Можно переписать в матричной форме:

$$[\xi_B, \eta_B, \zeta_B] = [\xi + \boldsymbol{\theta} \times \xi, \eta + \boldsymbol{\theta} \times \eta, \zeta + \boldsymbol{\theta} \times \zeta]. \quad (2.102)$$

Согласно свойства кососимметрической матрицы, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \xi_B &= \xi + \mathbf{K}_\theta \xi; \\ \eta_B &= \eta + \mathbf{K}_\theta \eta; \\ \zeta_B &= \zeta + \mathbf{K}_\theta \zeta \end{aligned} \right\} \quad (2.103)$$

или

$$[\xi_B, \eta_B, \zeta_B] = [\xi, \eta, \zeta] + \mathbf{K}_\theta [\xi, \eta, \zeta] = (\mathbf{E} + \mathbf{K}_\theta) [\xi, \eta, \zeta], \quad (2.104)$$

где  $\mathbf{K}_\theta = \begin{pmatrix} 0 & -\theta_\zeta & \theta_\eta \\ \theta_\zeta & 0 & -\theta_\xi \\ -\theta_\eta & \theta_\xi & 0 \end{pmatrix}$  – кососимметрическая матрица, составленная из

проекции  $\boldsymbol{\theta}$  на оси ЭСК.

С другой стороны орты истинной ЭСК и повернутой на  $\boldsymbol{\theta}$  вычисленной ЭСК (см. рис. 2.5) связаны так

$$[\xi_B, \eta_B, \zeta_B] = \epsilon_{E/B}^T [\xi, \eta, \zeta], \quad (2.105)$$

следовательно

$$(\mathbf{E} + \mathbf{K}_\theta)[\xi, \eta, \zeta] = \varepsilon_{E/B}^T [\xi, \eta, \zeta] \quad (2.106)$$

и тогда окончательно получим выражение для  $\varepsilon_{E/B}$

$$\varepsilon_{E/B}^T = \mathbf{E} + \mathbf{K}_\theta. \quad (2.107)$$

Таким образом, для определения оценок соответствующих параметров поступательной вибрации (виброперемещения, виброскорости и виброускорения) в БВПВ используются следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_{K2O} &= \hat{\mathbf{A}}_{O/EM1}^T (\hat{\mathbf{R}}_{M2B} - \hat{\mathbf{R}}_{M1B}); \\ \hat{\mathbf{U}}_{K2O} &= \hat{\mathbf{A}}_{O/EM1}^T (\hat{\mathbf{U}}_{M2B} - \hat{\mathbf{U}}_{M1B}); \\ \hat{\dot{\mathbf{U}}}_{K2O} &= \hat{\mathbf{A}}_{O/EM1}^T (\hat{\dot{\mathbf{U}}}_{M2B} - \hat{\dot{\mathbf{U}}}_{M1B}). \end{aligned} \right\} \quad (2.108)$$

Кроме того, предлагаемая СИПВ позволяет определять параметры угловой вибрации конца балки с МИИБ2 относительно основания с МИИБ1 (см. рис. 1.4): определяются проекции угловой скорости ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ ), а также матрица и углы ориентации ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ ) (см. рис. 2.6, 2.7).

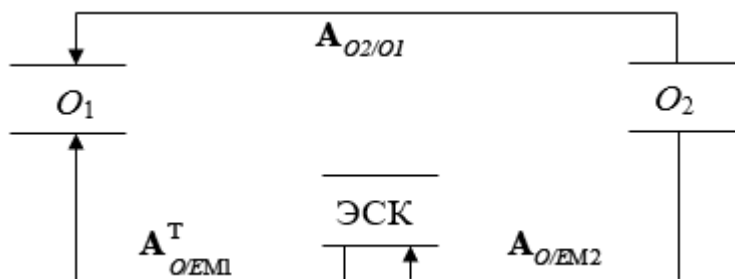


Рис. 2.6 Связь взаимной ориентации ССК ( $O_2$ ), ЭСК и ССК ( $O_1$ )

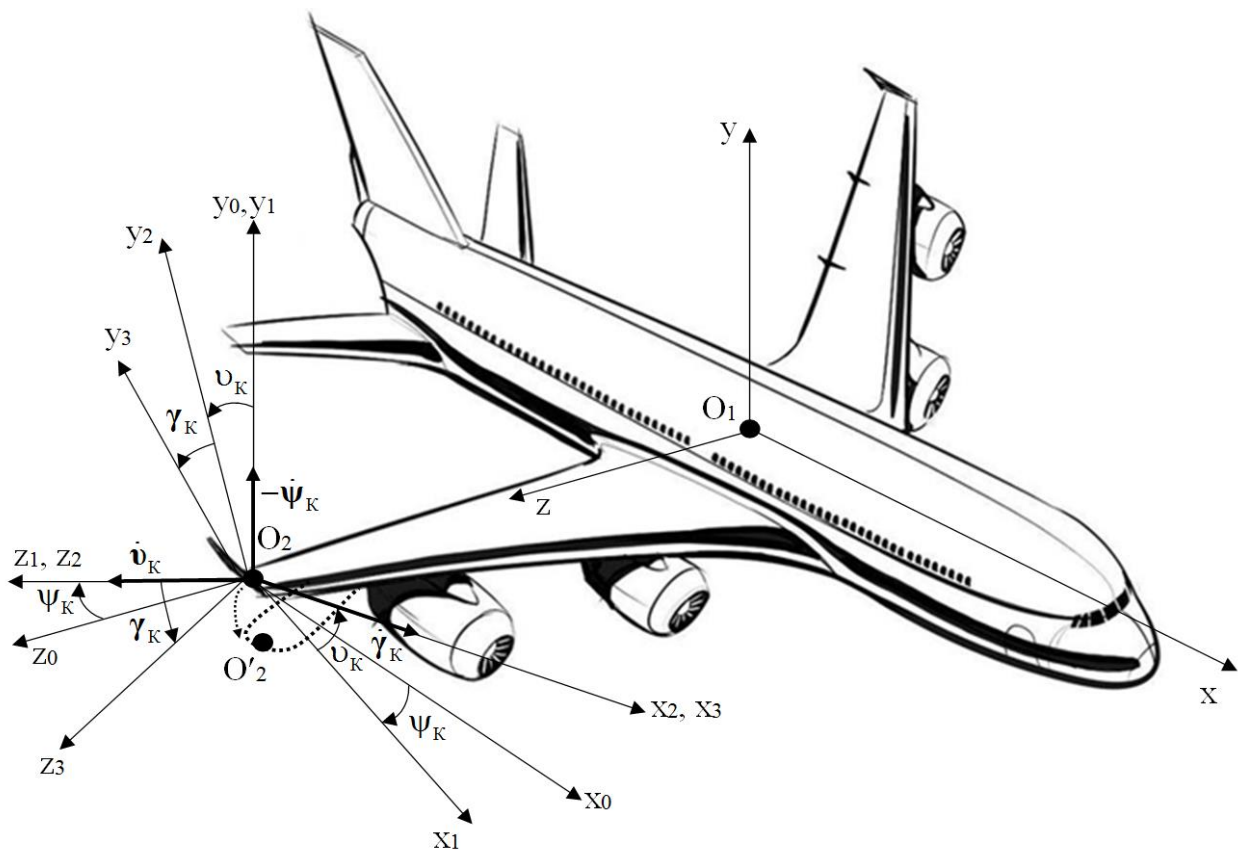


Рис. 2.7 Углы ориентации ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ ), демонстрирующие пример изгиба конца крыла самолета

На рис. 2.7 показаны:  $\psi_k, \nu_k, \gamma_k$  – углы ориентации ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ ) аналогичные углам Крылова; ССК ( $O_1$ ) – оси  $x, y, z$ ; для ССК ( $O_2$ ) оси  $x_0, y_0, z_0$  – характеризуют исходное положение,  $x_{1,2}, y_{1,2}, z_{1,2}$  – промежуточное положение, оси  $x_3, y_3, z_3$  – конечное положение после последовательных поворотов на  $\psi_k, \nu_k, \gamma_k$ ;  $O'_2$  – конечное положение  $O_2$ , демонстрирующее изгиб конца балки (крыла самолета) с МИИБ2.

Исходя из связи, показанной на рис. 2.6, матрицу ориентации ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ ) можно вычислить на основании полученных

$$\hat{\mathbf{A}}_{O/EM1}, \hat{\mathbf{A}}_{O/EM2} :$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{O2/O1} = \hat{\mathbf{A}}_{O/EM1}^T \hat{\mathbf{A}}_{O/EM2}. \quad (2.109)$$

Угловую скорость ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ )  $\omega_{O2/O1}$  можно определить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{2\text{отн}} &= \mathbf{A}_{O/EM2} \boldsymbol{\omega}_{O2} - \mathbf{u}; \\ \boldsymbol{\omega}_{1\text{отн}} &= \mathbf{A}_{O/EM1} \boldsymbol{\omega}_{O1} - \mathbf{u}, \end{aligned} \right\} \quad (2.110)$$

где  $\boldsymbol{\omega}_{2,1\text{отн}}$  – скорости вращения ССК ( $O_2$ ) и ССК ( $O_1$ ) относительно ЭСК соответственно. Тогда с учётом связи взаимных ориентаций систем координат (рис. 2.6) можно написать конечное выражение для определения  $\boldsymbol{\omega}_{O2/O1}$ :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{O2/O1} &= \mathbf{A}_{O/EM1}^T (\boldsymbol{\omega}_{2\text{отн}} - \boldsymbol{\omega}_{1\text{отн}}) = \\ &= \mathbf{A}_{O/EM1}^T \mathbf{A}_{O/EM2} \boldsymbol{\omega}_{O2} - \boldsymbol{\omega}_{O1} = \mathbf{A}_{O2/O1} \boldsymbol{\omega}_{O2} - \boldsymbol{\omega}_{O1}. \end{aligned} \quad (2.111)$$

Используя в (2.110) полученные оценки соответствующих параметров, можно вычислить искомую угловую скорость:

$$\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{O2/O1} = \widehat{\mathbf{A}}_{O2/O1} \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{O2} - \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{O1}. \quad (2.112)$$

Вычислив  $\widehat{\mathbf{A}}_{O2/O1}$ , можно определять углы ориентации ССК ( $O_2$ ) относительно ССК ( $O_1$ ), используя, например, известные соотношения, представленные в [121].

Матрица  $\mathbf{A}_{O2/O1}$  перехода из ССК ( $O_2$ ) в ССК ( $O_1$ ) вычисляется в соответствии с рис. 2.7 следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{O2/O1} &= \begin{pmatrix} \cos \psi_K & 0 & -\sin \psi_K \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi_K & 0 & \cos \psi_K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \nu_K & -\sin \nu_K & 0 \\ \sin \nu_K & \cos \nu_K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_K & -\sin \gamma_K \\ 0 & \sin \gamma_K & \cos \gamma_K \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \psi_K \cos \nu_K & -\cos \psi_K \sin \nu_K \cos \gamma_K - \sin \psi_K \sin \gamma_K & \cos \psi_K \sin \nu_K \sin \gamma_K - \sin \psi_K \cos \gamma_K \\ \sin \nu_K & \cos \nu_K \cos \gamma_K & -\cos \nu_K \sin \gamma_K \\ \sin \psi_K \cos \nu_K & -\sin \psi_K \sin \nu_K \cos \gamma_K + \cos \psi_K \sin \gamma_K & \sin \psi_K \sin \nu_K \sin \gamma_K + \cos \psi_K \cos \gamma_K \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

Пусть

$$\widehat{\mathbf{A}}_{O2/O1} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{pmatrix}$$

тогда:

$$\widehat{\psi}_K = \arctan \frac{\beta_{31}}{\beta_{11}}; \quad \widehat{\nu}_K = \arcsin \beta_{21}; \quad \widehat{\gamma}_K = \arctan \frac{-\beta_{23}}{\beta_{22}}. \quad (2.113)$$

При этом в практически важных случаях эти углы относительно малы и обычно

не превышают по модулю  $10^\circ$ .

Итак, в разделе предложена методика проведения оценивания параметров и коррекции каналов ориентации и навигации МИИБ1, МИИБ2 посредством использования сигналов ДП, ИН и НК, разработаны оригинальные схемы и алгоритмы работы СИПВ.

### 2.6.2 Анализ наблюдаемости элементов вектора состояния АКОИ

Для исследования возможностей алгоритмов АКОИ1, 2 целесообразно провести анализ наблюдаемости элементов их векторов состояния. Для АКОИ2 вектор состояния имеет вид (2.60) и размерность 51, для АКОИ1 он имеет меньшую размерность – 39 и выглядит так:

$$\delta \mathbf{X} = (\theta_\xi, \theta_\eta, \theta_\zeta, \delta U_\xi, \delta U_\eta, \delta U_\zeta, \delta R_\xi, \delta R_\eta, \delta R_\zeta, \Delta \omega_{x \text{ сист}}, \Delta \omega_{y \text{ сист}}, \Delta \omega_{z \text{ сист}}, \Delta n_{x \text{ сист}}, \Delta n_{y \text{ сист}}, \Delta n_{z \text{ сист}}, \Delta \omega_{x \text{ сл}}, \Delta \omega_{y \text{ сл}}, \Delta \omega_{z \text{ сл}}, \Delta n_{x \text{ сл}}, \Delta n_{y \text{ сл}}, \Delta n_{z \text{ сл}}, \delta k_x^\omega, \delta k_y^\omega, \delta k_z^\omega, \delta k_x^n, \delta k_y^n, \delta k_z^n, \Theta_{xy}^\omega, \Theta_{xz}^\omega, \Theta_{yx}^\omega, \Theta_{yz}^\omega, \Theta_{zx}^\omega, \Theta_{zy}^\omega, \Theta_{xy}^n, \Theta_{zx}^n, \Theta_{zy}^n, \delta R_{Kx \text{ сист}}, \delta R_{Ky \text{ сист}}, \delta R_{Kz \text{ сист}})^T.$$

Для анализа наблюдаемости элементов вектора состояния в рамках АКОИ, использующего дискретный вариант ОФК (2.59), целесообразно исследовать матрицу наблюдаемости второго рода [120, 125], которую применительно к  $k$ -му шагу работы алгоритма можно записать в виде:

$$\mathbf{M}_k = \left( \mathbf{H}_k \quad \mathbf{H}_{k+1} \Phi_k \quad \mathbf{H}_{k+2} \prod_{j=k+1}^k \Phi_j \quad \dots \quad \mathbf{H}_{k+N-1} \prod_{j=k+N-2}^k \Phi_j \right)^T.$$

При анализе наблюдаемости системы вычислялся ранг данной матрицы в условиях стоянки и различных видов движения ЛА с учетом вибрации конца крыла. Исследование показало, что точное определение ранга матрицы представляет собой сложную задачу, поскольку подобные вычисления с высокой точностью для матрицы такой высокой размерности оказываются проблематичными даже для современных высокопроизводительных компьютеров снабженных такими эффективными средами моделирования как MathCad и Matlab, где вычисления ограничены использованием 16-18 значащих цифр и в большинстве случаев, за исключением стационарных, результат оказывался некорректным, как правило заниженным. Исследование наблюдаемости,

выполненное в среде Maple с возможностью выбора большего требуемого числа значащих цифр (20-30 и более) подтвердило результаты вычислений в упомянутых средах моделирования для случая стоянки без вибрации и показало более корректные результаты в случаях анализа нестационарных систем – в различных условиях движения.

Итак, анализ наблюдаемости выявил, что в условиях стоянки в отсутствии вибрации ранг матрицы наблюдаемости второго рода для случаев АКОИ1, 2 равен 15, следовательно, система является не вполне наблюдаемой. При этом к наблюдаемым параметрам с хорошей оцениваемостью (как показали результаты выполненного имитационного моделирования – см. гл. 3) относятся ошибки определения трех координат и трех проекций скорости. При этом в комбинации с ошибками координат крайне плохо оценивается вся совокупность ошибок ИН или ДП и ИН для АКОИ1, 2 соответственно. Также к наблюдаемым и оцениваемым в комбинациях относятся погрешности трех акселерометров, включая систематические, случайные коррелированные погрешности, погрешности их масштабных коэффициентов и углы отклонения измерительных осей. Аналогичная картина имеет место в отношении всей совокупности погрешностей гироскопов, с которыми в сложной комбинации имеет место наблюдаемость и оцениваемость углов ухода БСК. При этом, как показало моделирование (гл. 3), оцениваемость погрешностей акселерометров и гироскопов, расположенных по-разному относительно плоскости горизонта и в азимуте – различная, значительно лучше других оцениваются погрешности вертикального акселерометра и горизонтальных гироскопов, углы ухода БСК вокруг горизонтальных осей оцениваются лучше, чем вокруг вертикальной.

В случаях стоянки с вибрацией конца крыла, движения ЛА по маршруту с постоянной высотой и путевой скоростью, с неизменной ориентацией относительно ГСК, а также в случае маневренного полета с переменной вертикальной и путевой скоростью, переменной ориентацией относительно ГСК, в том числе, с учетом вибрации конца крыла наблюдаемость системы для случаев АКОИ1, 2 улучшается. Ранг матрицы наблюдаемости увеличивался до минимум

18, максимум 39 или 51 – полная наблюдаемость для системы того и другого вида. При этом случае медленного полета по маршруту для АКОИ1 соответствовало минимальное приращение ранга, но наличие вибрации даже с низкой частотой и малой амплитудой для АКОИ2 приводило к резкому росту ранга до 24-27, а с ростом частоты, а особенно амплитуды и путевой скорости – вплоть до 39. В случае относительно плавного, медленного маневренного полета для АКОИ1, 2 ранг матрицы наблюдаемости возрастал до 24-27, а с ростом частоты, а главное амплитуды переменных и постоянных составляющих путевой и вертикальной скорости, а также углов ориентации относительно ГСК – ранг увеличивался вплоть до 39, 51 соответственно, наблюдаемость улучшалась – до полной. Аналогично случаям стоянки и полета по маршруту в случае маневренного полета наличие вибрации также резко повышало наблюдаемость системы для АКОИ2 вплоть до полной, в большинстве случаев ранг матрицы достигал величин 30-51. Таким образом, в всех рассмотренных случаях с движением анализируемые системы оказывалось или не вполне наблюдаемыми или наблюдаемыми.

Анализ случая движения выявил, что к наблюдаемым параметрам с хорошей оцениваемостью (см. гл. 3) по-прежнему относятся ошибки определения трех координат и трех проекций скорости. При этом, как правило, в комбинации с ошибками координат по-прежнему относительно плохо оценивается вся совокупность ошибок ИН или ДП и ИН для АКОИ1, 2 соответственно. Однако в случае наличия движения того или иного вида эти ошибки оцениваются лучше, чем в стационарном случае, особенно это касается погрешностей ДП, включая систематические, случайные коррелированные погрешности, погрешности их масштабных коэффициентов и углы отклонений измерительных осей. Также к наблюдаемым и оцениваемым, как правило, в комбинациях относятся погрешности трех акселерометров, включая систематические, случайные коррелированные погрешности, погрешности их масштабных коэффициентов и отклонений измерительных осей. Аналогичная картина имеет место в отношении всей совокупности погрешностей гироскопов, с которыми в некоторых случаях в

сложной комбинации имеет место наблюдаемость и оцениваемость углов ухода БСК. При этом, как показало моделирование (гл. 3), оцениваемость погрешностей акселерометров, гироскопов и углов ухода БСК как правило вполне удовлетворительная, значительно лучше стационарного случая.

### 2.6.3 Алгоритмы формирования оценок и коррекции СИПВ при замкнуто-разомкнутой схеме включения ОФК в систему

Разомкнутая схема включения ОФК в комплексную систему дает приемлемый результат в течение ограниченного промежутка времени [119], после чего начинается существенный рост ошибок оценивания по ряду параметров. Одной из причин этого является ограниченная точность моделей ошибок МИИБ, каналов ориентации и навигации на их основе, а также ДП, что проявляется особенно остро при их больших собственных погрешностях, возникающих вследствие длительной работы. Одним из способов решения этой проблемы является так называемое «замыкание» схемы включения ОФК, при котором в определенные точки системы вносятся соответствующие корректирующие сигналы, снижающие собственные ошибки МИИБ и ДП, каналов ориентации и навигации до уровня, обеспечиваемого возможностями оптимального оценивания в ОФК. Корректирующий сигнал в этой схеме формируется в виде произведения вектора измерения на матрицу оптимальных коэффициентов усиления фильтра  $\mathbf{K}$ . Особенностью такого способа формирования сигналов коррекции является то, что в данном случае нет необходимости вычислять оценки ошибок, что существенно снижает объем вычислений.

Алгоритм вычисления параметров ориентации и навигации (2.8) включает систему 10 дифференциальных уравнений относительно  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, U_\xi, U_\eta, U_\zeta, R_\xi, R_\eta, R_\zeta$  и 9 алгебраических уравнений относительно элементов  $\mathbf{A}_{O/E}$ . При этом, соответствующее уравнение динамики для замкнутой схемы включения ОФК имеет вид [119]:

$$\delta\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\delta\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w} - \mathbf{K}\mathbf{z}. \quad (2.114)$$



Поэтому для реализации замкнутой схемы необходимо в алгоритме вычисления параметров ориентации и навигации осуществить его коррекцию посредством ввода в соответствующие точки системы корректирующего сигнала  $\mathbf{Kz}$ .

В рассматриваемой системе по ряду параметров физически или технически сложно или невозможно осуществить «замыкание», в связи с этим для реализации системы с остаточными ошибками, идентичными погрешностям полностью замкнутой системы, можно осуществлять коррекцию этих параметров их оценками. Таким образом получается смешенная (замкнуто-разомкнутая) схема включения ОФК в систему [114, 122] (рис. 2.8).

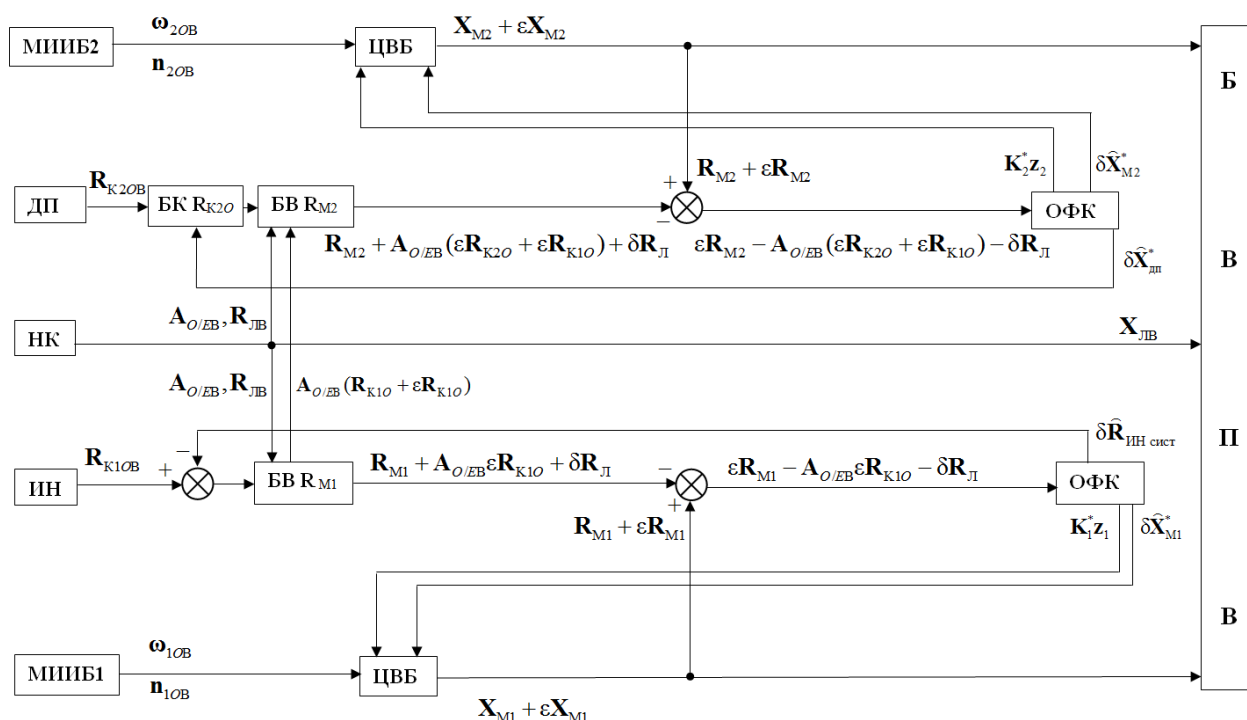


Рис. 2.8 Смешенная (замкнуто-разомкнутая) схема оценивания параметров и коррекции каналов ориентации и навигации СИПВ

На рис. 2.8 обозначено:  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{M1}^*$ ,  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{M2}^*$ ,  $\delta\hat{\mathbf{X}}_{ДП}^*$  – оценки параметров МИИБ1, МИИБ2, ДП соответственно, по которым не проводится замыкание;  $\mathbf{K}_{1,2}^*$  – матрицы, образованные строками матриц коэффициентов усиления ОФК, соответствующими параметрам, по которым осуществляется замыкание;  $\varepsilon$  – остаточная ошибка, соответствующая ошибке оценивания разомкнутой схемы ОФК; БК  $\mathbf{R}_{K2O}$  – блок для коррекции  $\mathbf{R}_{K2OB}$  в соответствии с уравнением измерения в составе (2.115).

С учетом особенностей используемой смешенной схемы (рис. 2.8) алгоритм определения параметров ориентации и навигации (2.8) для АКОИ2, включая способ формирования вектора измерения  $\mathbf{z}_2$  преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \dot{\Lambda} &= 0,5 \mathbf{M}_{(\omega_O - \hat{\Delta}\omega_{\text{сист}} - \hat{\Delta}\omega_{\text{сл}} - \hat{\Delta}\mathbf{k}_{\text{м}\omega}\omega_O + \mathbf{A}_{O/E}^T \mathbf{K}^{<0-2>} \mathbf{z})} \Lambda; \\
 \mathbf{A}_{O/E} &= \begin{pmatrix} \cos(u_0 t) & \sin(u_0 t) & 0 \\ -\sin(u_0 t) & \cos(u_0 t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left[ (2\lambda_0^2 - 1)\mathbf{E} + 2[\lambda\lambda^T] - 2\lambda_0 \mathbf{K}_\lambda \right]; \\
 \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} (\mathbf{n}_O - \hat{\Delta}\mathbf{n}_{\text{сист}} - \hat{\Delta}\mathbf{n}_{\text{сл}} - \hat{\Delta}\mathbf{k}_{\text{мн}}\mathbf{n}_O) + \mathbf{g}_{\text{ТН}} - \mathbf{K}^{<3-5>} \mathbf{z}; \quad \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{U} - \mathbf{K}^{<6-8>} \mathbf{z}; \\
 \hat{\Delta}\dot{\omega}_{\text{сист}} &= \mathbf{K}^{<9-11>} \mathbf{z}; \quad \hat{\Delta}\dot{\mathbf{n}}_{\text{сист}} = \mathbf{K}^{<12-14>} \mathbf{z}; \\
 \hat{\Delta}\dot{\omega}_{\text{сл}} &= -\boldsymbol{\mu}_\omega \hat{\Delta}\omega_{\text{сл}} + \mathbf{K}^{<15-17>} \mathbf{z}; \quad \hat{\Delta}\dot{\mathbf{n}}_{\text{сл}} = -\boldsymbol{\mu}_n \hat{\Delta}\mathbf{n}_{\text{сл}} + \mathbf{K}^{<18-20>} \mathbf{z}; \\
 \hat{\delta}\dot{\mathbf{k}}_{\text{м}\omega} &= \mathbf{K}^{<21-23>} \mathbf{z}; \quad \hat{\delta}\dot{\mathbf{k}}_{\text{мн}} = \mathbf{K}^{<24-26>} \mathbf{z}; \quad \hat{\Theta}^\omega = \mathbf{K}^{<27-32>} \mathbf{z}; \quad \hat{\Theta}^n = \mathbf{K}^{<33-35>} \mathbf{z}; \\
 \hat{\delta}\dot{\mathbf{R}}_{\text{Ксист}} &= \mathbf{K}^{<36-38>} \mathbf{z}; \quad \hat{\delta}\dot{\mathbf{R}}_{\text{Ксл}} = -\boldsymbol{\mu}_{\text{ДП}} \hat{\delta}\mathbf{R}_{\text{Ксл}} + \mathbf{K}^{<39-41>} \mathbf{z}; \\
 \hat{\delta}\dot{\mathbf{k}}_{\text{мДП}} &= \mathbf{K}^{<42-44>} \mathbf{z}; \quad \hat{\Theta}^{\text{ДП}} = \mathbf{K}^{<45-50>} \mathbf{z}; \\
 \mathbf{z} &= \mathbf{R} - (\mathbf{R}_{\text{ЛВ}} + \mathbf{A}_{O/E\text{В}} (\mathbf{R}_{\text{К2ОВ}} + \mathbf{R}_{\text{К1О}\epsilon} - \hat{\delta}\mathbf{R}_{\text{Ксист}} - \hat{\delta}\mathbf{R}_{\text{Ксл}} - \hat{\delta}\mathbf{k}_{\text{ДП}} \mathbf{R}_{\text{К2ОВ}}))
 \end{aligned} \tag{2.115}$$

где индекс  $\langle i-j \rangle$  показывает, что в матрице  $\mathbf{K}$  сохранены с  $i$ -й по  $j$ -ю строки;

$$\hat{\Delta}\mathbf{k}_{\text{мн}} = \begin{pmatrix} \hat{\delta}k_x^n & \hat{\Theta}^n_{xy} & 0 \\ 0 & \hat{\delta}k_y^n & 0 \\ \hat{\Theta}^n_{zx} & \hat{\Theta}^n_{zy} & \hat{\delta}k_z^n \end{pmatrix}, \quad \hat{\Delta}\mathbf{k}_{\text{м}\omega} = \begin{pmatrix} \hat{\delta}k_x^\omega & \hat{\Theta}^\omega_{xy} & \hat{\Theta}^\omega_{xz} \\ \hat{\Theta}^\omega_{yx} & \hat{\delta}k_y^\omega & \hat{\Theta}^\omega_{yz} \\ \hat{\Theta}^\omega_{zx} & \hat{\Theta}^\omega_{zy} & \hat{\delta}k_z^\omega \end{pmatrix} - \text{матрицы оценок погрешностей}$$

масштабных коэффициентов и малых углов отклонений измерительных осей акселерометров и гироскопов соответственно;  $\hat{\delta}\mathbf{k}_{\text{м}\omega, \text{н}, \text{ДП}}$  – вектор-столбцы, составленные из погрешностей масштабных коэффициентов гироскопов, акселерометров и ДП соответственно;  $\hat{\Theta}^{\omega, \text{н}, \text{ДП}}$  – вектор-столбцы, составленные из малых углов отклонений измерительных осей гироскопов, акселерометров и ДП соответственно;  $\mathbf{R}_{\text{К1О}\epsilon} = (\mathbf{R}_{\text{К1ОВ}} - \hat{\delta}\mathbf{R}_{\text{ИН сист}})$  – сигнал ИН после коррекции оценкой, сформированной ОФК отвечающим МИИБ1.

Для случая АКОИ1 алгоритм определения параметров ориентации и навигации строится по аналогии с (2.115), но уравнения оценок после  $\widehat{\delta \mathbf{R}}_{\text{Ксист}}$  отсутствуют, а уравнение для формирования вектора измерения  $\mathbf{z}_1$  имеет вид:

$$\mathbf{z} = \mathbf{R} - (\mathbf{R}_{\text{ЛВ}} + \mathbf{A}_{\text{О/ЕВ}} (\mathbf{R}_{\text{К1ОВ}} - \widehat{\delta \mathbf{R}}_{\text{Ксист}})). \quad (2.116)$$

В соответствии с общей концепцией СИПВ (см. рис. 1.5) и примененной смешенной схемой включение ОФК предлагается обобщенная структура канала ориентации и навигации АКОИ2 (см. рис. 2.4), обеспечивающая решение задач ориентации и навигации, а также коррекции параметров канала и источников первичной информации с учетом полученных в 2.5 матрично-векторных соотношений. Для АКОИ1 – аналогично.

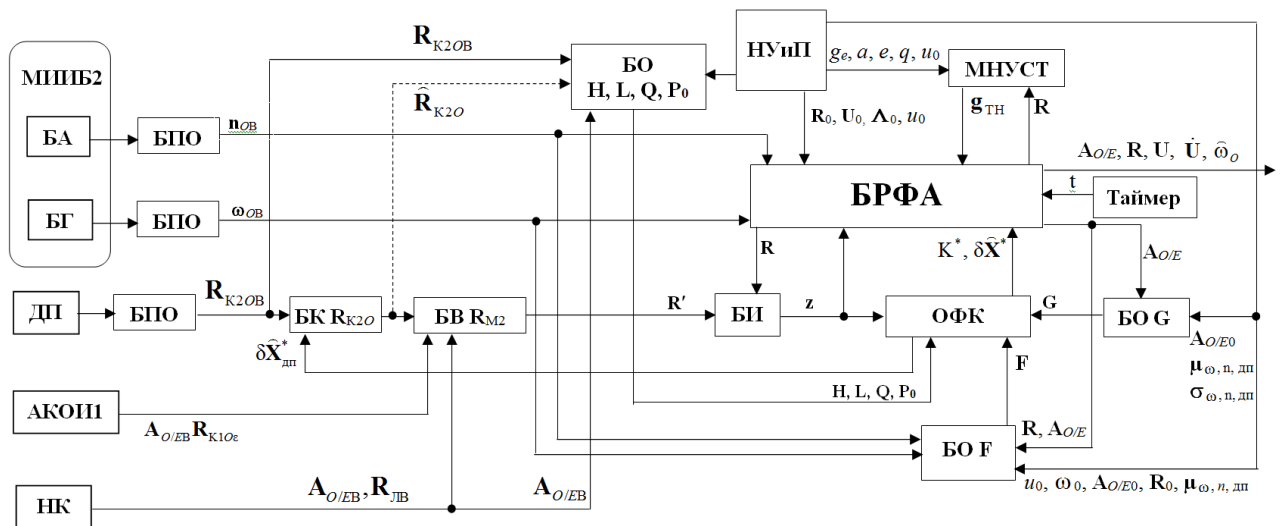


Рис. 2.9 Обобщенная структура канала ориентации и навигации АКОИ2

На рис 2.9 обозначено: БПО – блок предварительной обработки; БО – блок определения; НУиП – блок определения начальных условий и параметров; МНУСТ – модель нормального УСТ; БИ – блок измерений; БРФА – блок реализации функционального алгоритма определения параметров ориентации и навигации, и коррекции параметров; пунктирной линией показана возможность использования в алгоритме оценки  $\mathbf{R}_{\text{К2O}}$  вместо его вычисленного значения при формировании  $\mathbf{H}$ ;  $\mathbf{R}' = (\mathbf{R}_{\text{ЛВ}} + \mathbf{A}_{\text{О/ЕВ}} (\mathbf{R}_{\text{К2ОВ}} + \mathbf{R}_{\text{К1Oe}} - \widehat{\delta \mathbf{R}}_{\text{Ксист}} - \widehat{\delta \mathbf{R}}_{\text{Ксл}} - \widehat{\delta \mathbf{k}}_{\text{ДП}} \mathbf{R}_{\text{К2ОВ}}))$  – альтернативное значение  $\mathbf{R}$ , вычисленное на основании показаний ДП, НК и АКОИ1 для формирования  $\mathbf{z}$ .

Для более простого случая АКОИ1, обобщенная структура канала ориентации и навигации аналогична представленной на рис. 2.9, при этом отсутствует блок АКОИ1, вместо БВ  $\mathbf{R}_{M2}$  используется БВ  $\mathbf{R}_{M1}$ , вместо сложного БК  $\mathbf{R}_{K2OV}$  используется простой формирователь разности  $\mathbf{R}_{K1OV}$  и  $\widehat{\delta\mathbf{R}}_{Kсист}$  (как на рис. 2.8), вместо ДП используется ИН, а для работы БО  $\mathbf{H}, \mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{P}_0$  используются лишь  $\mathbf{A}_{O/EВ}$  НК и данные НУиП.

При этом, для определения параметров вибрации (виброперемещения, виброскорости, виброускорения, углов и угловой скорости вибрации) в БВПВ используются соотношения (2.108), (2.109), (2.112), (2.113), как и в разомкнутом случае, где вместо оценок, вычисляемых по (2.99), непосредственно используются вектора и матрицы, вычисленные в соответствии с (2.115) для замкнуто-разомкнутых АКОИ1, 2.

## 2.7 Заключение

В главе разработан базовый алгоритм каналов определения параметров ориентации и навигации по показаниям МИИБ, а также алгоритм их начальной выставки. Разработаны линейная модель ошибок каналов определения параметров ориентации и навигации, а также линейные модели ошибок ДП и ИН. Показана возможность и целесообразность использования НК для коррекции каналов ориентации и навигации СИПВ. Построены алгоритмы оценивания параметров и коррекции каналов ориентации и навигации СИПВ на основе разомкнутой, а также замкнуто-разомкнутую схемы включения ОФК в систему, обеспечивающей устойчивость ее длительной работы и минимизацию погрешностей. Проведен анализ наблюдаемости и оцениваемости элементов векторов состояния систем высокого порядка каналов определения параметров ориентации и навигации СИПВ. Разработаны алгоритмы определения линейных и угловых параметров вибрации крыла самолета в его ССК, включая виброперемещение, виброскорость, виброускорение, углы вибрации, угловую скорость вибрации для разомкнутой и замкнуто-разомкнутой схем.

### **Глава 3. Имитационное моделирование СИПВ**

В настоящей главе представлены результаты имитационного моделирования СИПВ. Показана структура и состав комплекса программ имитационного моделирования, приведена методика и условия выполненного моделирования. По полученным результатам проведен анализ точностных характеристик СИПВ и ее основных составляющих, в том числе ее источников первичной информации и каналов определения параметров ориентации и навигации при разных условиях их эксплуатации: на стоянке ЛА, при полете по маршруту и манёвренным полете; при измерении вибраций в широком частотном диапазоне: при низких, средних и относительно высоких частотах в пределах долей Гц – первых сотен Гц; при использовании МИИБ разной точности – относительно грубых и точных. Представлены и проанализированы результаты работы имитационных моделей, подтверждающих качество и достоверность выполненных теоретических исследований, приведены итоговые ожидаемые относительно высокие точностные характеристики перспективной СИПВ для определения параметров вибрации крыла самолета.

#### **3.1 Программа имитационного моделирования и методика моделирования работы СИПВ**

Для подтверждения работоспособности СИПВ и анализа ее точностных характеристик при решении задачи измерения параметров вибрации крыла самолета в среде Mathcad разработана комплексная программа, состоящая из трех субпрограмм: две субпрограммы – для имитационного моделирования каналов определения параметров ориентации и навигации начала и конца крыла по показаниям МИИБ1 и МИИБ2 соответственно, одна субпрограмма для вычисления параметров вибрации конца крыла в соответствии с разработанным алгоритмом СИПВ. На рис. 3.1 показана блок-схема работы программы канала ориентации и навигации МИИБ1 и анализа его точностных характеристик, по аналогии на рис. 3.2 – канала МИИБ2. На рис. 3.3 показана блок-схема программы вычисления параметров вибрации и анализа их точности. На рис. 3.4 показана

блок-схема обмена данными между программами.

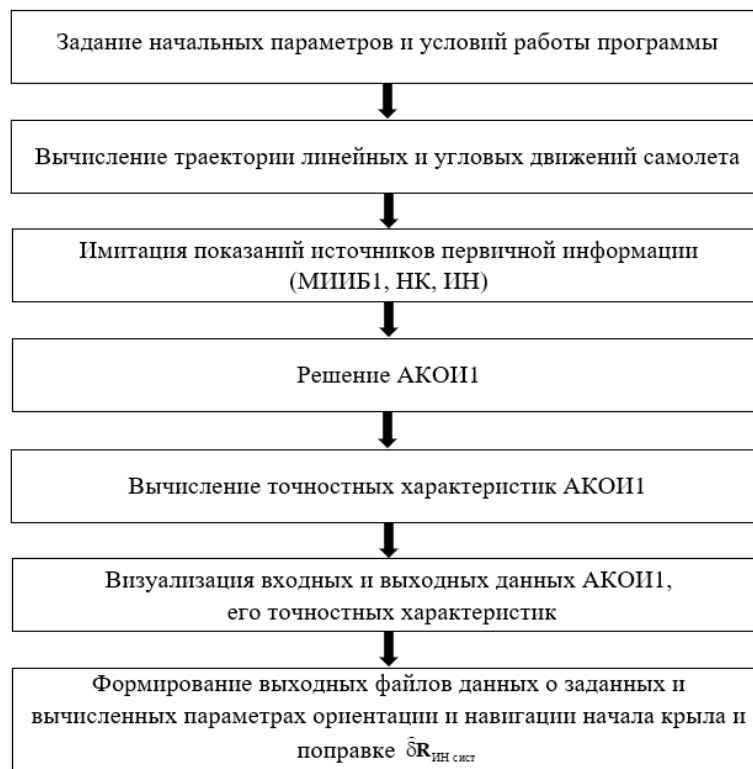


Рис. 3.1 Блок-схема программы имитации работы АКОИ1

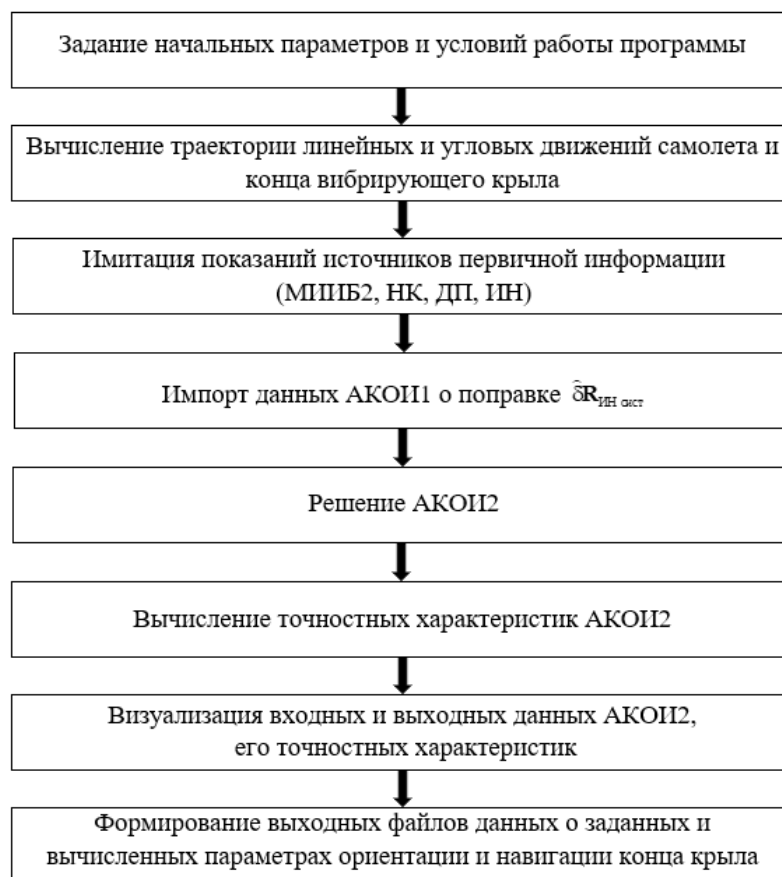


Рис. 3.2 Блок-схема программы имитации работы АКОИ2

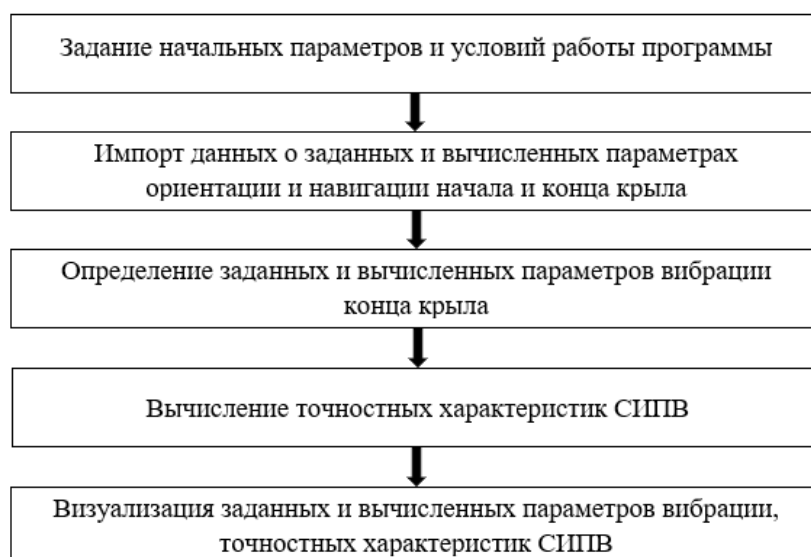


Рис. 3.3 Блок-схема программы вычисления параметров вибрации и анализа точностных характеристик СИПВ

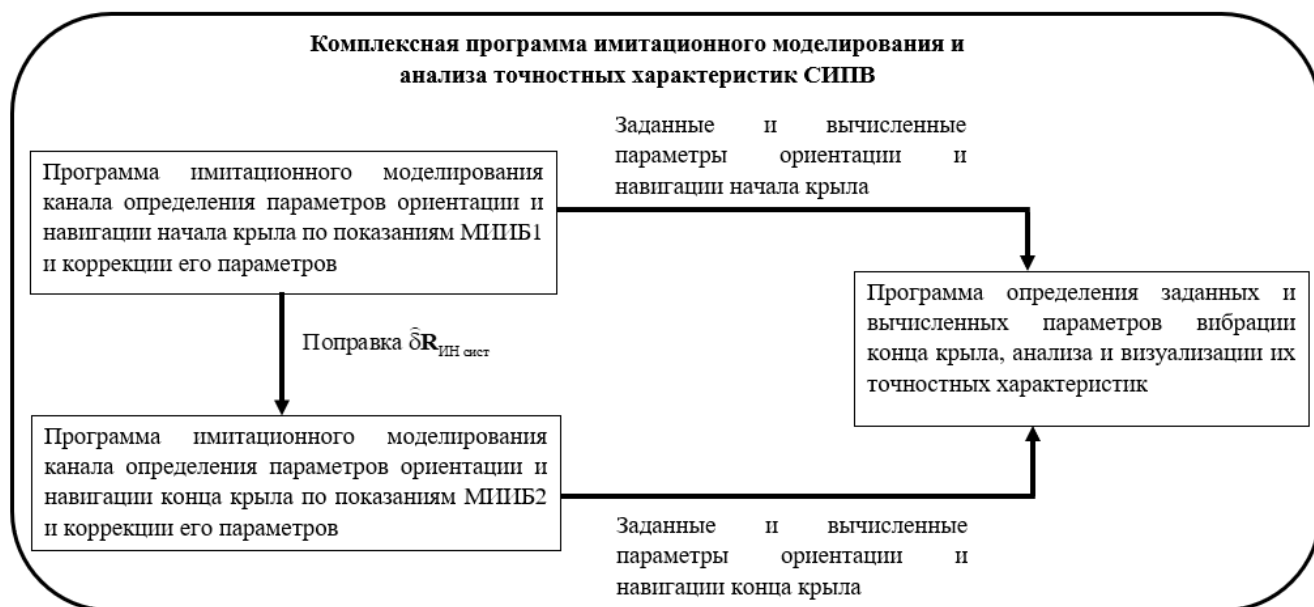


Рис. 3.4 Блок-схема комплексной программы имитационного моделирования работы СИПВ

Программы имитации работы АКОИ1, 2, построенных в соответствии с замкнуто-разомкнутой схемой включения ОФК (см. 2.6.3), функционируют следующим образом (см. рис. 3.1, 3.2, 3.4). Задаются начальные параметры и условия работы программы, включая базовые константы и зависимости, характеристики траектории полета, параметры вибрации, точностные характеристики источников первичной информации, характеристики СИПВ и др. В соответствии со сформированными алгоритмами, аналитически или численно

вычисляются заданные траектории линейных и угловых движений самолета, на основании которых вычисляются идеальные показания источников первичной информации, которые дополняются модельными значениями их погрешностей.

На основании данных этих источников происходит решение АКОИ по всей заданной траектории и вычисляются его погрешности посредством сравнения с параметрами заданной траектории или идеальными показаниями датчиков и подсистем. При этом в соответствии с своими алгоритмами АКОИ1 формирует, а АКОИ2 потребляет данные об оценке систематической ошибки ИН. При решении систем дифференциальных уравнений используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности. ОФК реализуется в традиционном дискретном виде в рекурсивной форме [118, 119]. Результаты работы программы визуализируются в виде графиков и таблиц значений. Выходные данные формируются в виде файлов.

В рамках формирования сигналов источников первичной информации наибольшую сложность вызывает задача вычисления показаний БА и БГ. Для ее решения используется нижеследующий подход, для простоты представленный на примере сигналов ЧЭ НК. При моделировании начальная точка траектории блока ЧЭ НК задается географической широтой, долготой и высотой. При реализации траектории на каждом шаге моделирования задается относительная скорость блока ЧЭ НК ЛА и его ориентация. Параметры ориентации – курс, тангаж, крен задаются в виде сумм постоянных и гармонических функций времени. Проекция относительной скорости в ГСК задаются в виде сумм постоянных, линейно нарастающих и гармонических функций. Тогда географические координаты НК можно получать на каждом шаге, решая известные кинематические уравнения [94]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi} &= \frac{U_N}{\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1.5}} + h}; \quad \dot{\lambda} = \frac{U_E}{\left( \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} + h \right) \cos \varphi}; \\ \dot{h} &= U_r. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$



Далее для вычисления необходимых значений геоцентрической широты, модуля геоцентрического радиус-вектора, экваториальных координат и проекций относительной скорости используются формулы (2.16 – 2.19).

В этом случае на каждом шаге моделирования становятся известны значения величин, на основе которых определяются идеальные показания БГ и БА:

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = (\mathbf{A}_{O/E})^{-1} \begin{pmatrix} (\dot{\lambda} + u) \cos(\varphi) \\ \dot{\phi} \\ (\dot{\lambda} + u) \sin(\varphi) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \upsilon \\ -\dot{\psi} \cos \upsilon \cos \gamma + \dot{\upsilon} \sin \gamma \\ \dot{\psi} \cos \upsilon \sin \gamma + \dot{\upsilon} \cos \gamma \end{pmatrix}; \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = (\mathbf{A}_{O/V})^{-1} \left( \begin{pmatrix} \dot{U}_E \\ \dot{U}_N \\ \dot{h} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\phi} \\ \dot{\lambda} \cos(\varphi) \\ \dot{\lambda} \sin(\varphi) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_E \\ U_N \\ h \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ u \cos(\varphi) \\ u \sin(\varphi) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_E \\ U_N \\ h \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ g_{VN} \\ g_{Vr} \end{pmatrix} \right), \quad (3.3)$$

где  $g_{VN,r}$  – проекции УСТ на оси ГСК, определяемые по (2.20);  $\mathbf{A}_{O/V}$  – заданная матрица ориентации ССК ЛА относительно ГСК вычисляется по соотношению

$$\mathbf{A}_{O/V} = (\mathbf{A}_\gamma \mathbf{A}_\upsilon \mathbf{A}_\psi)^{-1}, \quad (3.4)$$

где  $\mathbf{A}_\gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{A}_\upsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \upsilon & \sin \upsilon \\ 0 & -\sin \upsilon & \cos \upsilon \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{A}_\psi = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , а

заданная матрица  $\mathbf{A}_{O/E}$  вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{A}_{O/E} = \mathbf{A}_{V/E} \mathbf{A}_{O/V}; \quad (3.5)$$

$$\mathbf{A}_{V/E} = \mathbf{A}_0 \mathbf{A}_\lambda \mathbf{A}_\varphi, \quad (3.6)$$

где  $\mathbf{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{A}_\lambda = \begin{pmatrix} \cos \lambda & 0 & \sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Учет влияния погрешностей БА и БГ реализуется добавкой к выражениям (3.2), (3.3) соответствующих моделей (2.47).

Положение МИИБ1 задается в ССК ЛА посредством постоянного вектора  $\mathbf{R}_{K10}$ , а координаты МИИБ2 вычисляются с учетом постоянной заданной составляющей вектора  $\mathbf{R}_{K20}$  и проекций относительной виброскорости, заданных в виде гармонических функций. Углы ориентации МИИБ2 относительно ССК ( $\psi_K$ ,  $\upsilon_K$ ,  $\gamma_K$ ) также заданы как гармонические функции времени, характеризующие его

угловую вибрацию.

Программа вычисления параметров вибрации и анализа точностных характеристик СИПВ функционирует как показано на рис. 3.3, 3.4. Аналогично программам АКОИ, задаются начальные параметры и условия работы, происходит считывание файлов данных о заданных и вычисленных параметрах ориентации и навигации, созданных программами АКОИ1, 2. В соответствии с алгоритмом СИПВ вычисляются параметры вибрации и посредством сравнения с заданными значениями определяются ее точностные характеристики.

Представленным способом в рамках имитационного моделирования исследовались случаи стоянки ЛА, а также случаи полета по маршруту с постоянной путевой скоростью, неизменной высотой и ориентацией ЛА относительно ГСК. Также анализировались важные случаи маневренного полета с переменной ориентацией и переменными проекциями вертикальной и путевой скорости. При этом исследовалось влияние линейных и угловых гармонических вибраций крыла. При моделировании выбирались значения параметров типичные для дозвукового самолета малого-среднего класса.

### **3.2 Типичные формы колебаний крыла самолёта**

Как показано на рис. 3.5 формы колебаний крыла самолёта бывают разными [123, 124] в зависимости от особенностей внешних вынуждающих воздействий, а также конструкции, структуры, материалов крыла, характеризуемых, в том числе, его собственными частотами и формами колебаний. При этом, возможность одновременного измерения параметров поступательных и угловых вибраций является важным преимуществом СИПВ, которая способна измерять виброперемещение, виброскорость, виброускорение, углы вибрации и угловую скорость вибрации по всем трем осям ССК.

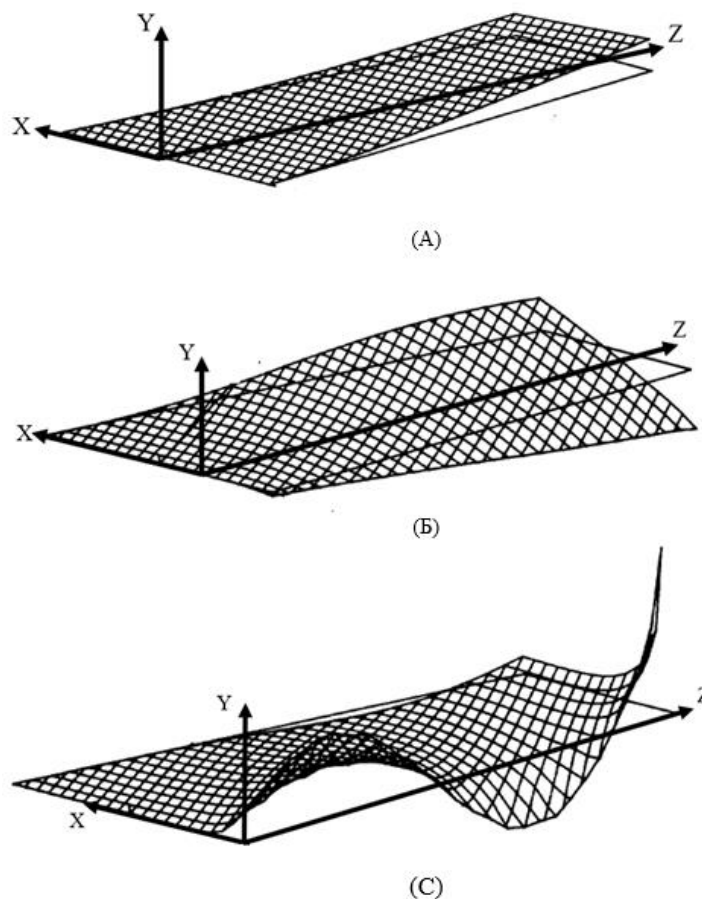


Рис. 3.5 Типичные формы колебаний крыла самолёта: (А) первая форма колебаний; (Б) вторая форма колебаний; (С) комбинированное колебание вдоль и вокруг всех осей ССК

Ниже в соответствии с результатами проведенного имитационного моделирования показаны графики характеризующие параметры вибрации конца крыла вдоль и вокруг всех осей ССК. Следует отметить, что при сложных формах колебаний, когда возникает необходимость измерения параметров вибрации в других точках крыла, кроме его конца, как например в случае (С) на рис. 3.5, нужно использовать дополнительные МИИБ.

### 3.3 Исследование точностных характеристик СИПВ в условиях стоянки при низкочастотной вибрации

Для анализа возможностей СИПВ исследуются точностные характеристики ее каналов определения параметров ориентации и навигации по показаниям МИИБ1, 2 посредством сравнения соответствующих вычисленных и заданных параметров. На основании данных этих каналов вычисляются параметры

вибрации конца крыла и определяется итоговая точность их измерения СИПВ посредством сравнения с заданными значениями вибраций.

В рамках исследования используется программа имитационного моделирования, в которой имитировалась стоянка самолета с включенными двигателями и бортовым оборудованием, порождающими гармоническую линейную и угловую вибрации крыла по всем осям ССК с частотой порядка долей – первых единиц Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости и единиц градусов для углов вибрации. Рассматривались разные значения географических долготы и широты места стоянки, различные значения абсолютной высоты на поверхности Земли, выбирались различные углы ориентации самолета в азимуте, а также небольшие углы крена и тангажа в пределах единиц град. В рассмотрение принимались ДП и ИН с точностью на уровне единиц – долей см, НК с точностью определения координат на уровне единиц м, исследовались случаи использования МИИБ ограниченной точности с погрешностями в диапазонах от более 0,01 м/с<sup>2</sup> до менее 0,001 м/с<sup>2</sup> и от более 1 °/час до менее 0,1 °/час.

В частности, ниже приведены результаты моделирования, соответствующие случаю, когда частота вибраций составляла 1 Гц с амплитудами на уровне 0,6 м/с, 1 м/с, 0,3 м/с для проекций виброскорости на оси ССК и 3°, 2°, 4° для углов вибрации ( $\psi_k$ ,  $\nu_k$ ,  $\gamma_k$ ). Географическая широта 50° и долгота 33°, высота, проекции относительной скорости на оси ГСК, курс, тангаж и крен – нулевые. Рассмотрены два случая использования «точных» и «грубых» МИИБ. Систематическая и СКО случайных составляющих погрешностей БГ и БА точных и грубых МИИБ выбраны на уровне 0,1 °/час, 0,001 м/с<sup>2</sup> и 1 °/час, 0,01 м/с<sup>2</sup> соответственно. Погрешность масштабных коэффициентов как для акселерометров, так и для гироскопов для точных и грубых МИИБ выбраны на уровне 0,001 и 0,01 соответственно. Систематические погрешности НК выбраны на уровне 10 м. Систематическая погрешность ИН – 0,01 м, погрешности ДП (систематическая составляющая и СКО случайной) – 0,01 м, погрешности начальной выставки по параметрам навигации 10 м, 0 м/с. Расстояние от НК до МИИБ1 и МИИБ2 – 1,1 м

и 10,2 м (длина крыла 9,1 м).

### 3.3.1 Исследование точностных характеристик работы АКОИ1, 2 СИПВ

Для исследования точностных характеристик замкнуто-разомкнутых АКОИ1 и АКОИ2 СИПВ в ходе имитационного моделирования строятся графики, отражающие их остаточные ошибки и оценки их СКО при вычислении координат и проекций относительной скорости для случаев точных и грубых МИИБ. Кроме того, приводятся зависимости, отражающие ошибки оценивания погрешностей соответствующих акселерометров и гироскопов, ИН и ДП, а также углы ухода БСК и оценки их СКО.

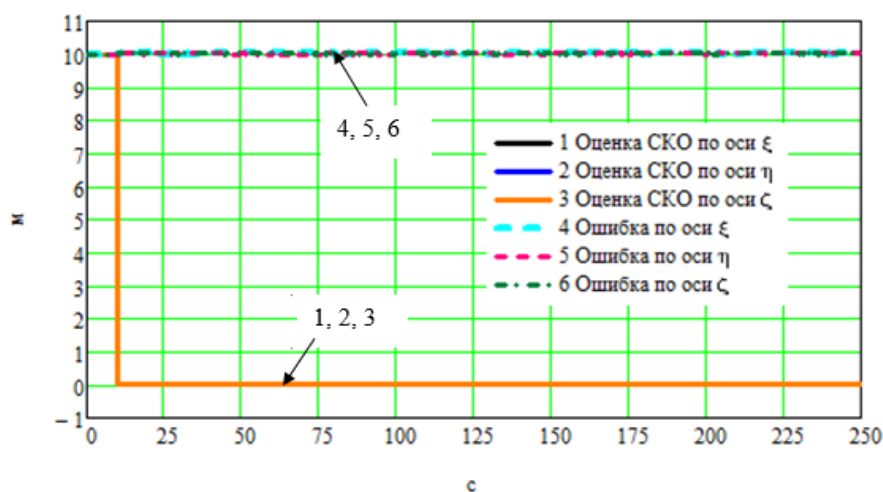


Рис. 3.6 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ1 (точный)

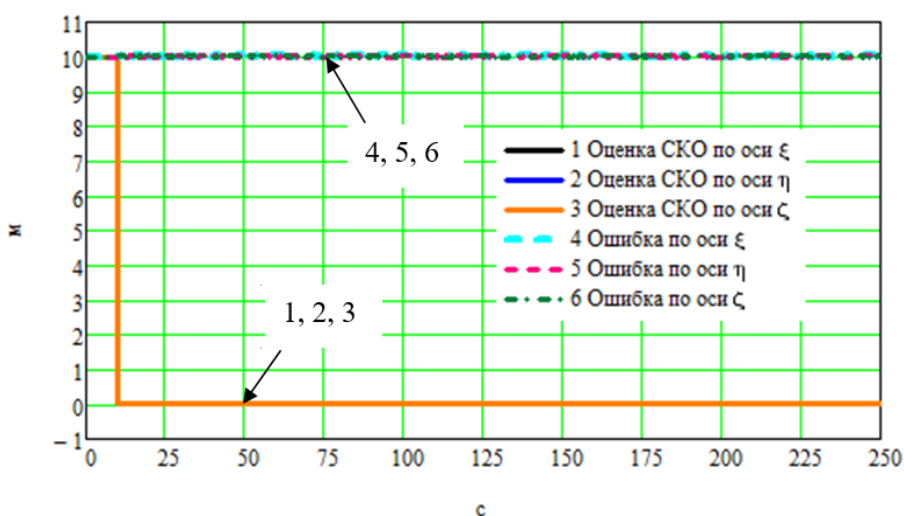


Рис. 3.7 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ1 (грубый)

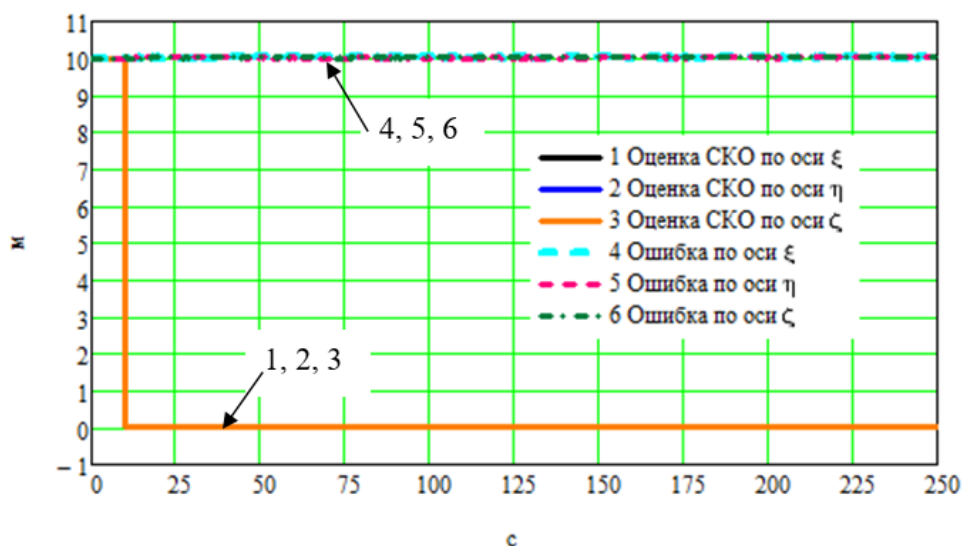


Рис. 3.8 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ2 (точный)

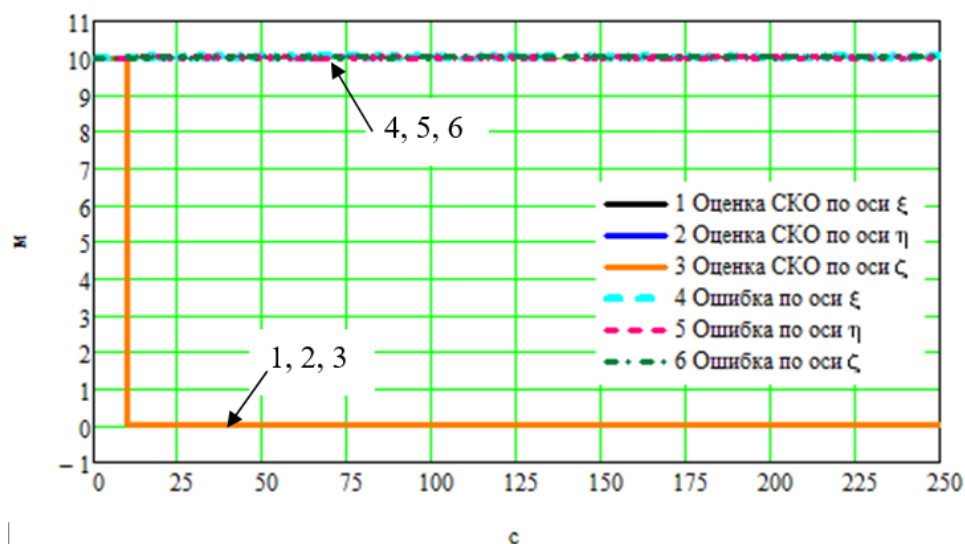


Рис. 3.9 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ2 (грубый)

Как показано на рис. 3.6 – 3.9 остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК для МИИБ1, 2 при использовании как точных, так и грубых МИИБ оказываются очень близкими к уровню систематической погрешности НК – порядка 10 м. Следовательно, при вычислении виброперемещения в БВПВ (рис. 2.4), влияние ошибок НК будет практически полностью взаимно компенсироваться, что в рамках имитационного моделирования подтверждает предложение о несущественном влиянии собственных ошибок НК на вычисление СИПВ параметров вибрации крыла, выдвинутое в разделе 2.6.1.

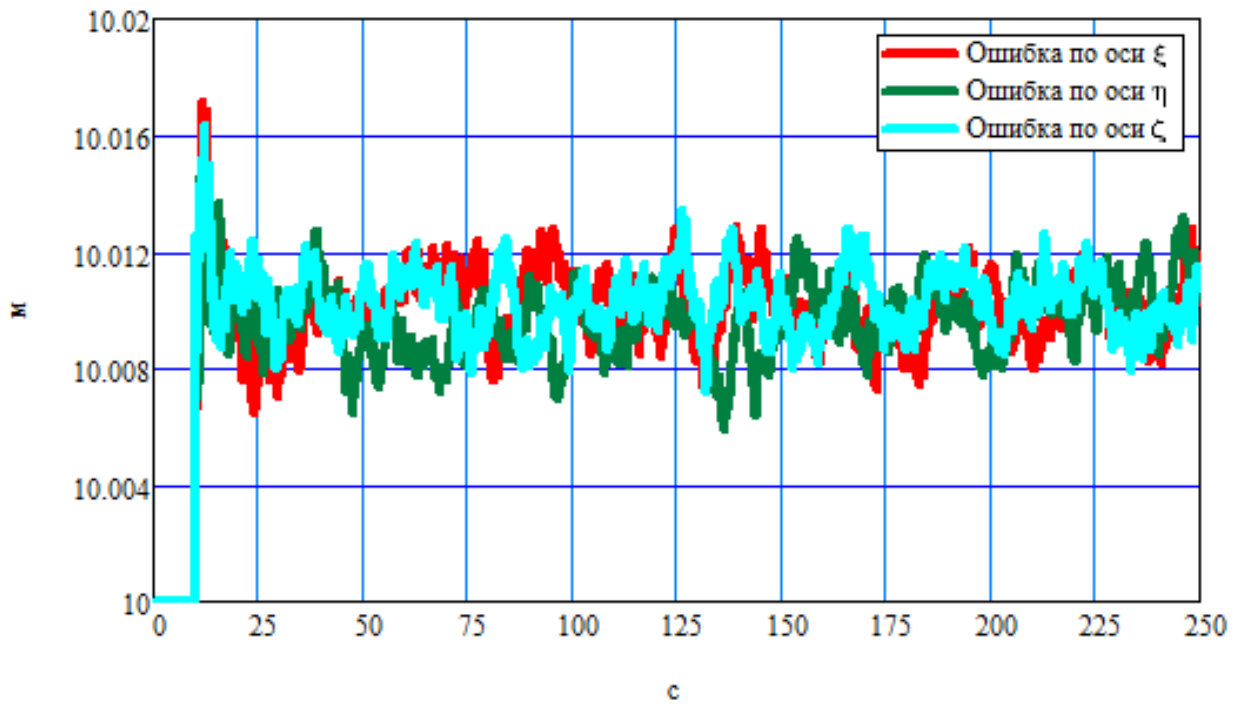


Рис. 3.10 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК для МИИБ1 (точный) в укрупненном масштабе

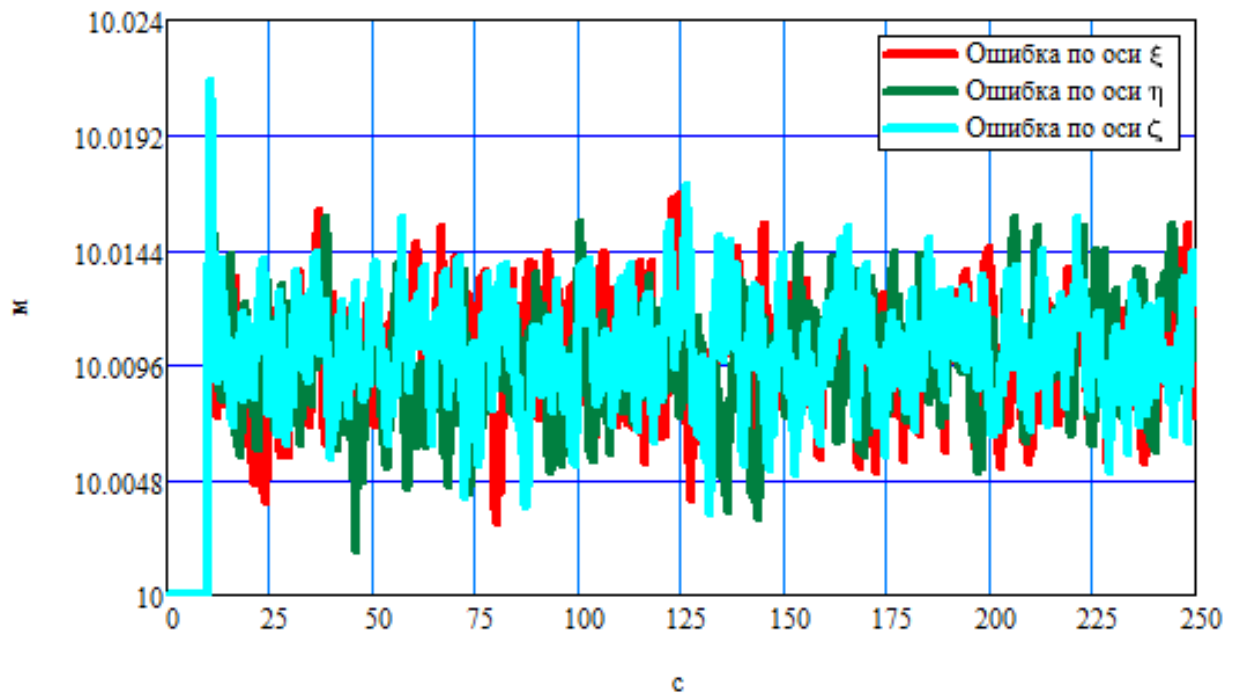


Рис. 3.11 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК для МИИБ1 (грубый) в укрупненном масштабе

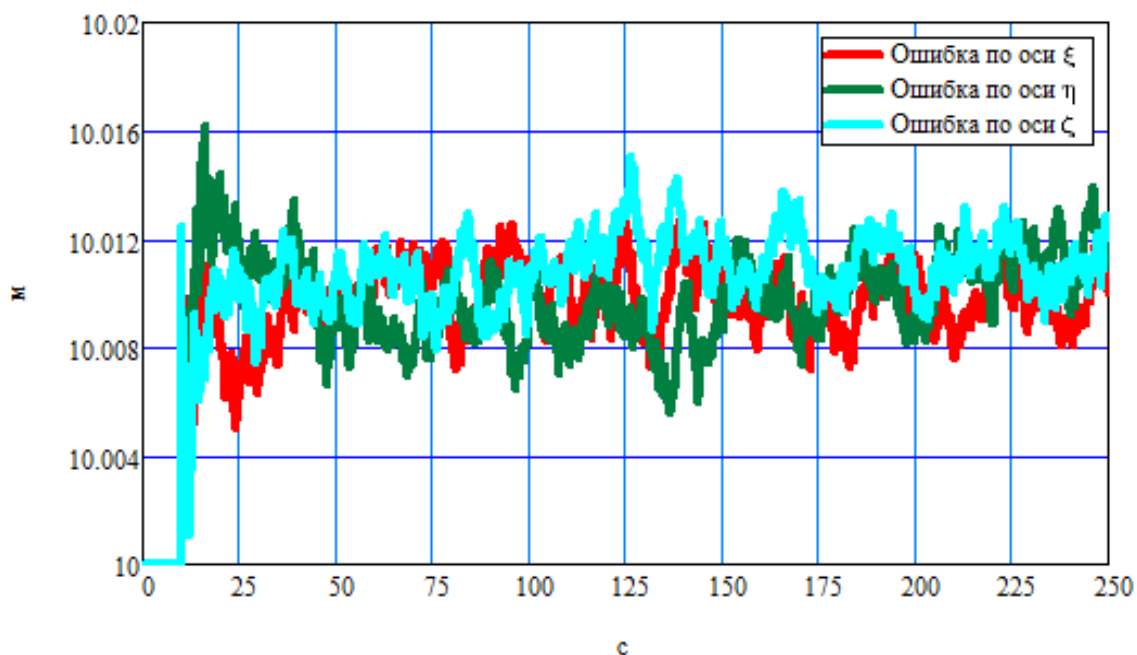


Рис. 3.12 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК для МИИБ2 (точный) в укрупненном масштабе

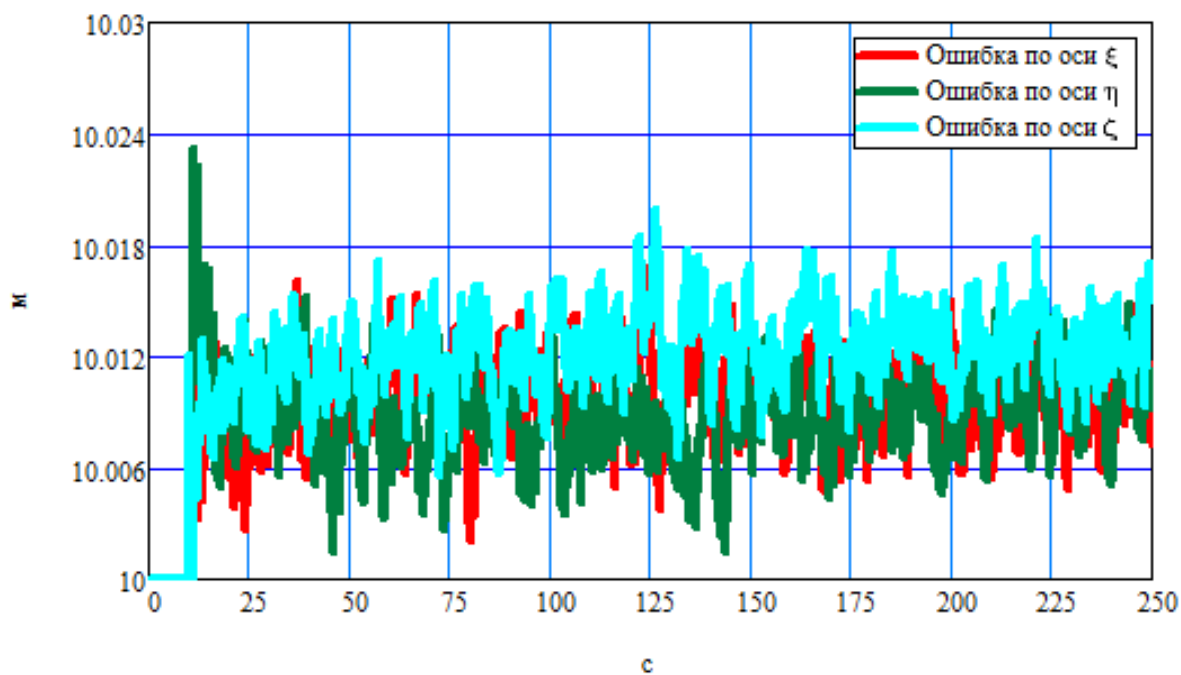


Рис. 3.13 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора в ЭСК для МИИБ2 (грубый) в укрупненном масштабе

Для демонстрации влияния собственной степени точности МИИБ на определение проекций радиус-вектора АКОИ на рис. 3.10 – 3.13 показаны их остаточные ошибки в укрупненном масштабе. Видно, что остаточные ошибки по амплитуде примерно в два раза больше при использовании грубых МИИБ.



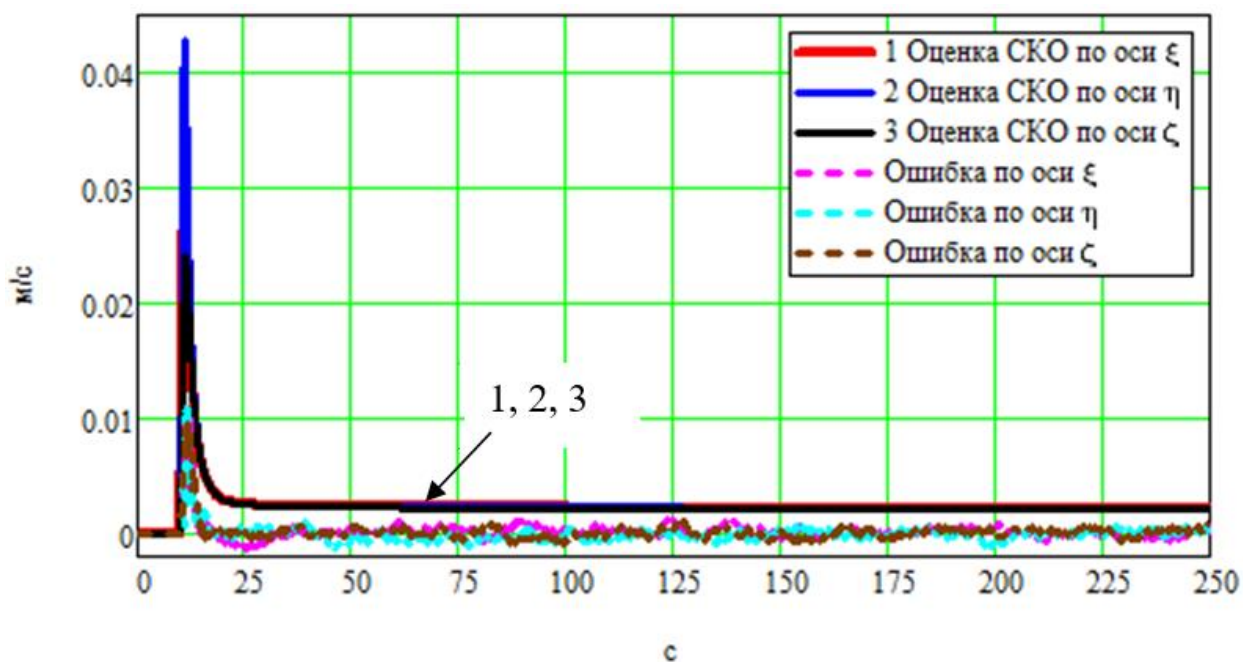


Рис. 3.14 Остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ1 (точный)

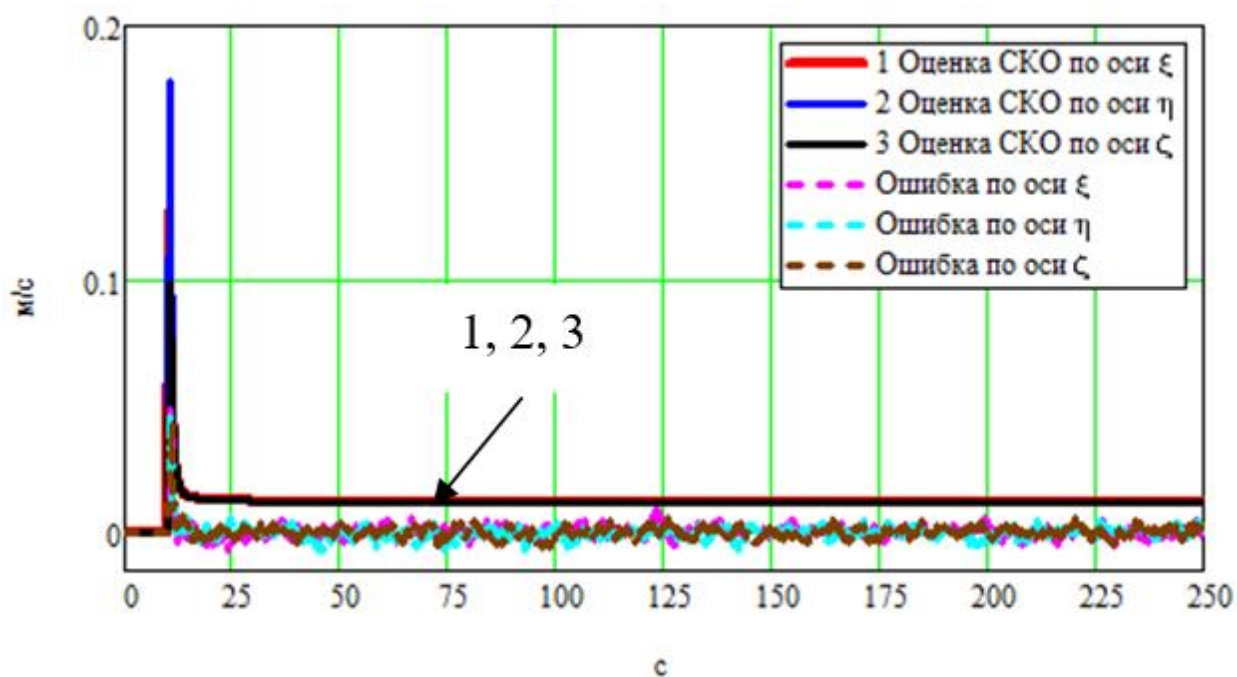


Рис. 3.15 Остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ1 (грубый)

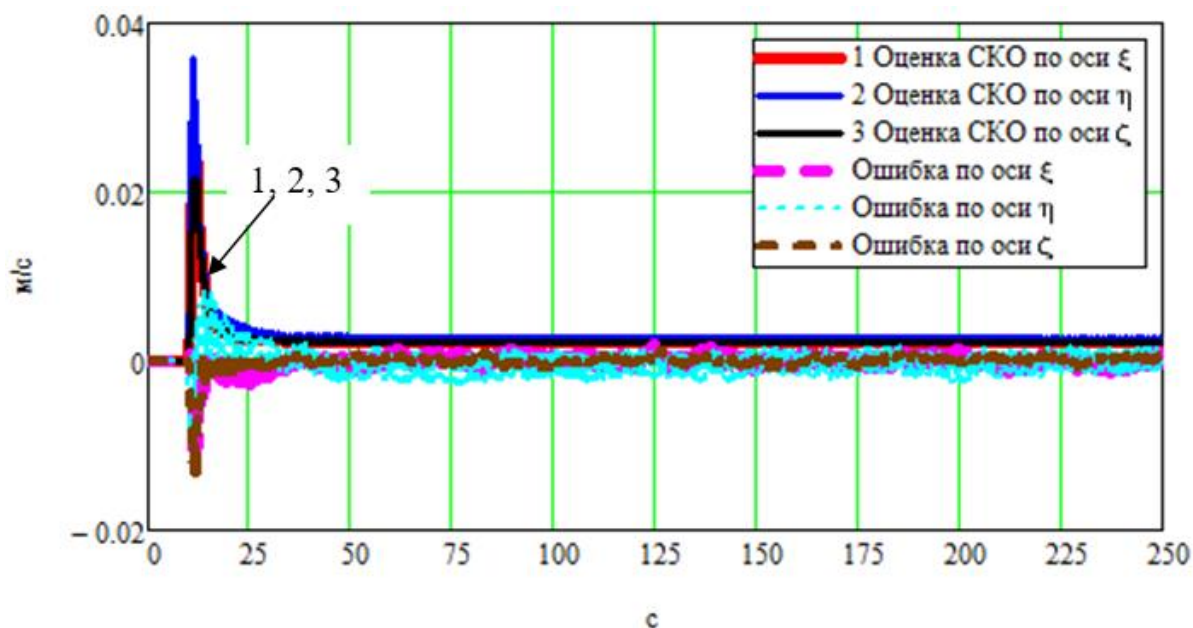


Рис. 3.16 Остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ2 (точный)

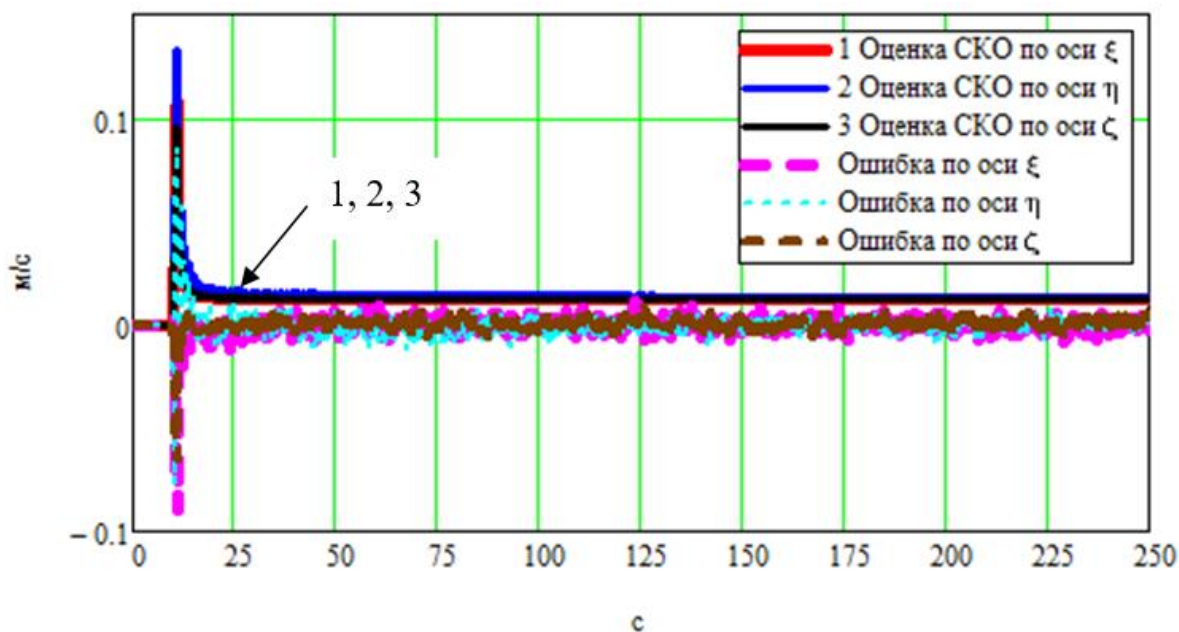


Рис. 3.17 Остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ2 (грубый)

Из рис. 3.14 – 3.17 видно, что остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК при использовании грубых МИИБ примерно в 10 раз больше, чем в случае точных.

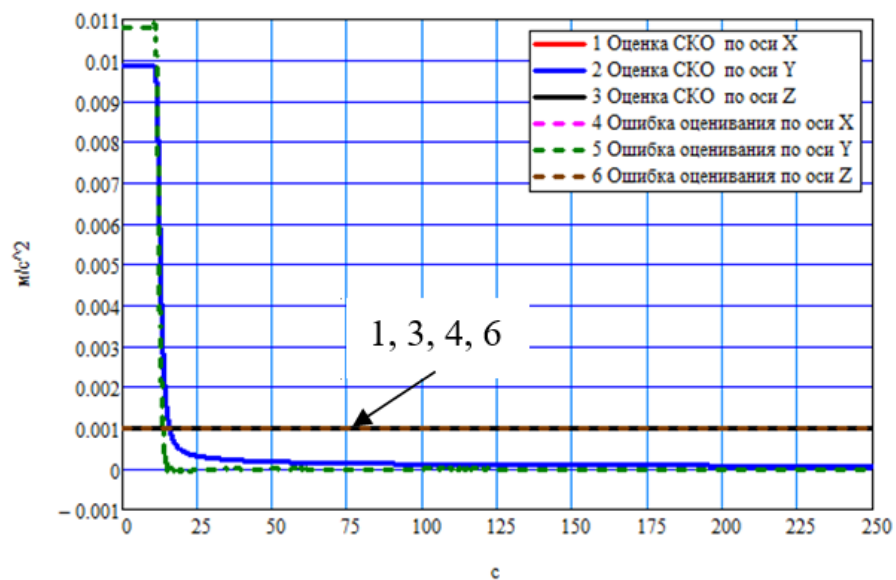


Рис. 3.18 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров МИИБ1 (точный) в ССК и оценки их СКО

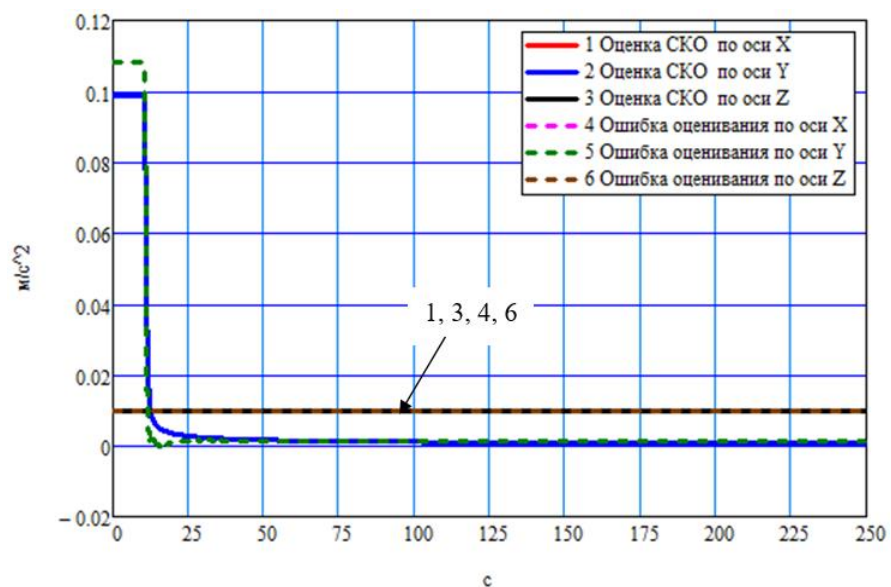


Рис. 3.19 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров МИИБ1 (грубый) в ССК и оценки их СКО

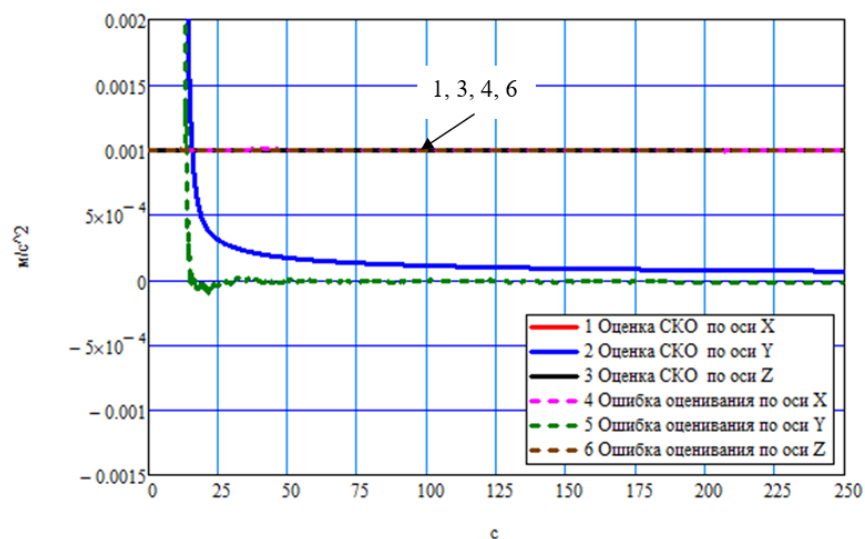


Рис. 3.20 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров МИИБ1 (точный) в ССК и оценки их СКО в укрупненном масштабе

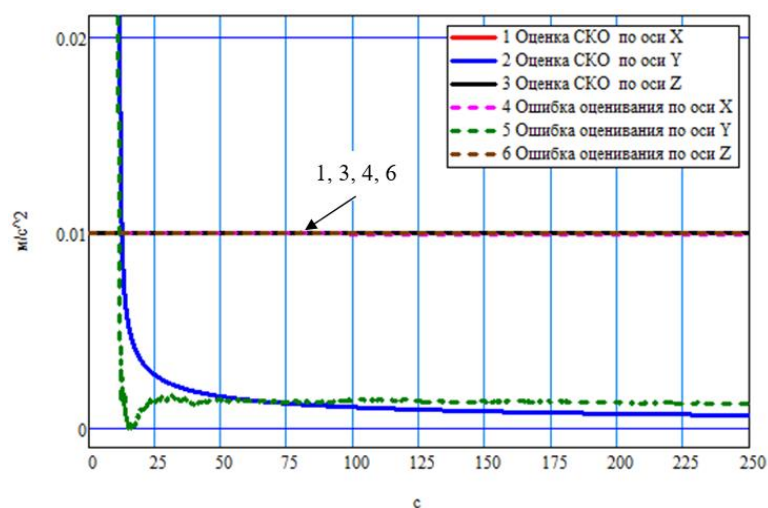


Рис. 3.21 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров МИИБ1 (грубый) в ССК и оценки их СКО в укрупненном масштабе

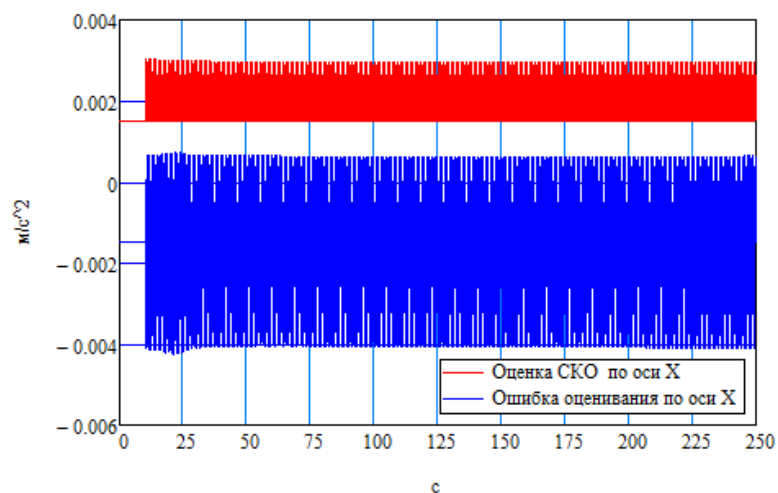


Рис. 3.22 Ошибка оценивания полной систематической погрешности акселерометра X ССК МИИБ2 (точный) и оценка его СКО

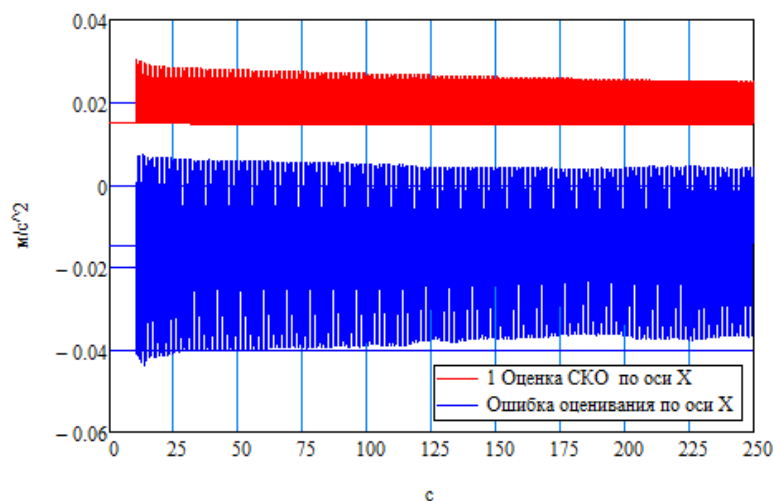


Рис. 3.23 Ошибка оценивания полной систематической погрешности акселерометра X ССК МИИБ2 (грубый) и оценка его СКО

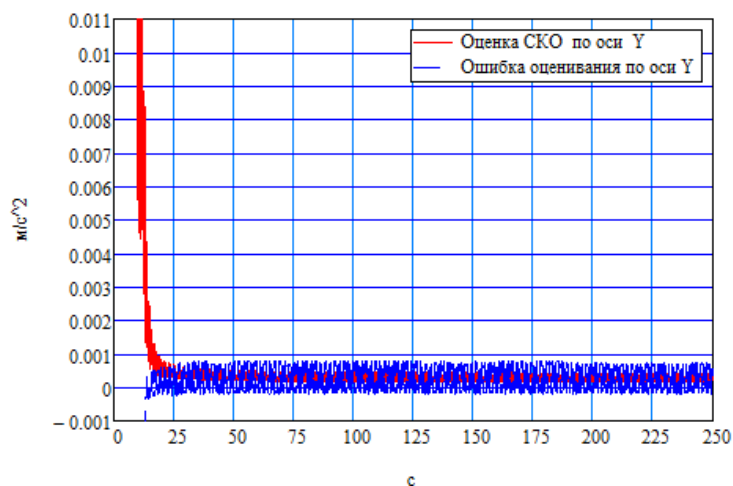


Рис. 3.24 Ошибка оценивания полной систематической погрешности акселерометра Y ССК МИИБ2 (точный) и оценка его СКО

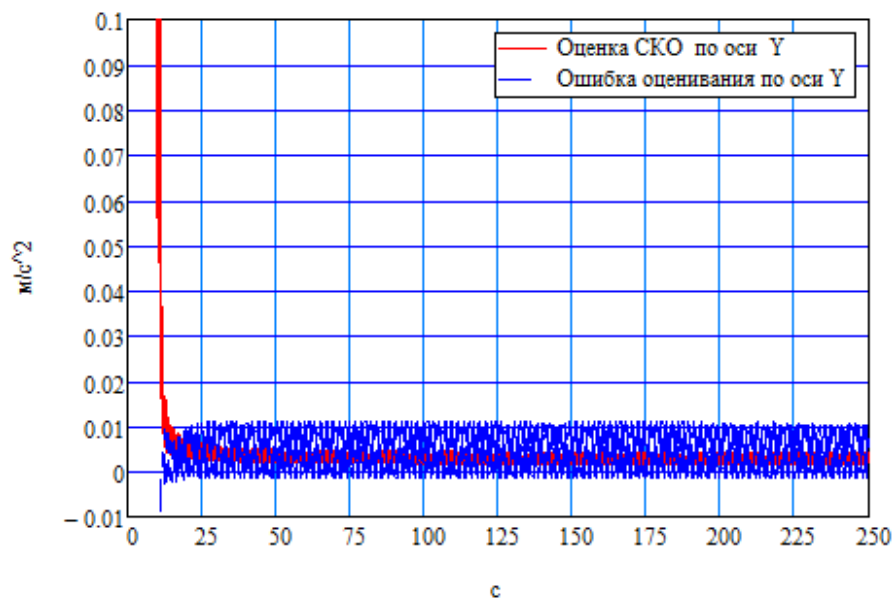


Рис. 3.25 Ошибка оценивания полной систематической погрешности акселерометра Y ССК МИИБ2 (грубый) и оценка его СКО

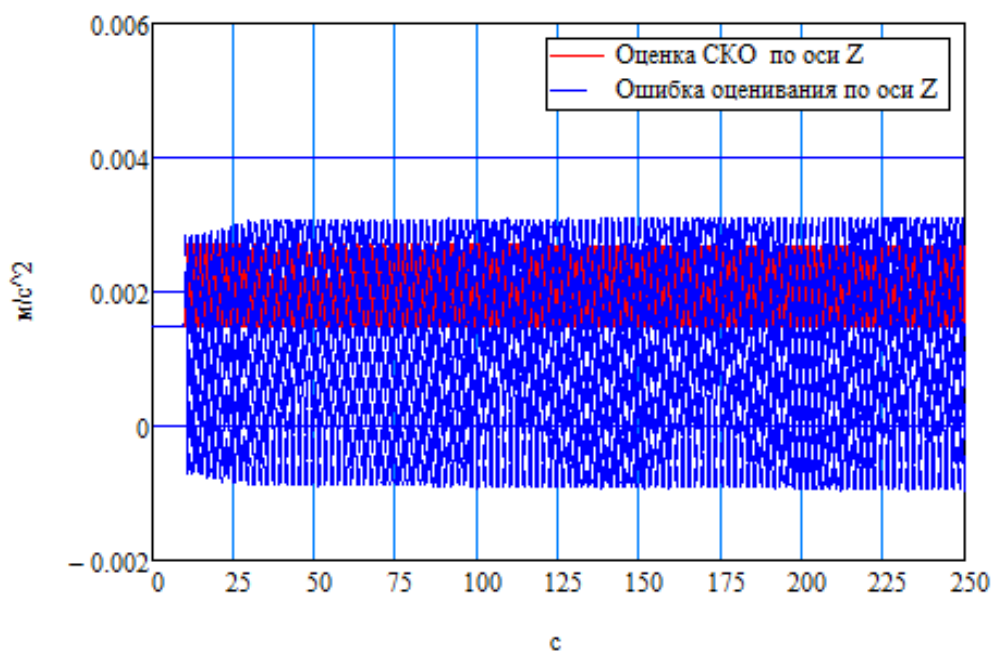


Рис. 3.26 Ошибка оценивания полной систематической погрешности акселерометра Z ССК МИИБ2 (точный) и оценка его СКО

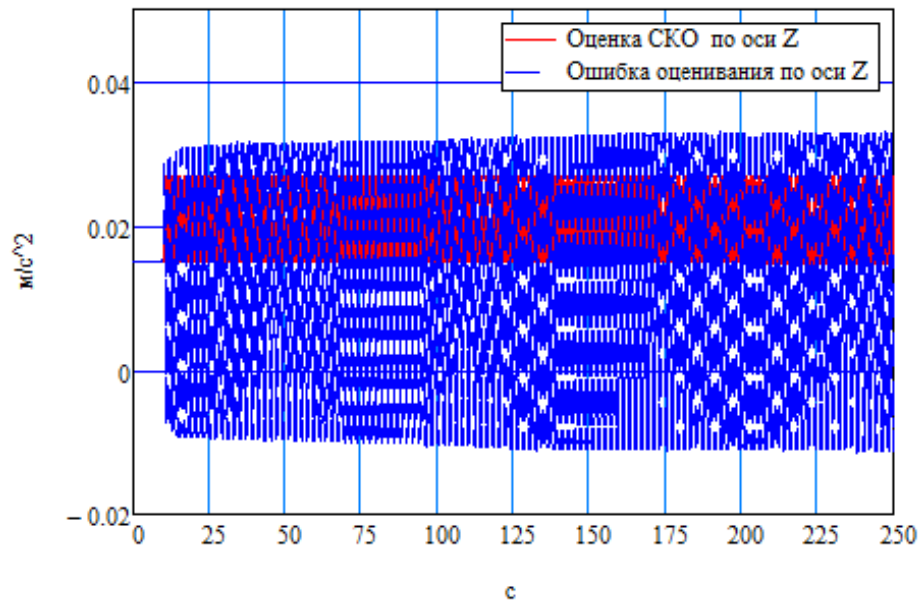


Рис. 3.27 Ошибка оценивания полной систематической погрешности акселерометра Z ССК МИИБ2 (грубый) и оценка его СКО

Рис. 3.18 – 3.27 показывают ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров для точных и грубых МИИБ1, 2 и оценки их СКО. Видно, что ошибка хорошо оценивается только для вертикального акселерометра, что обусловлено влиянием на ММИБ только УСТ и отсутствием горизонтального относительного ускорения. Также заметно, что для грубого МИИБ ошибки оценивания полной систематической погрешности вертикального акселерометра примерно в 10 раз больше, чем для точного МИИБ. На графиках, соответствующих МИИБ2, заметно влияние вибрации, проявляющееся в изменении как ошибок оценивания, так и оценок СКО с частотой, определяемой вибрацией.

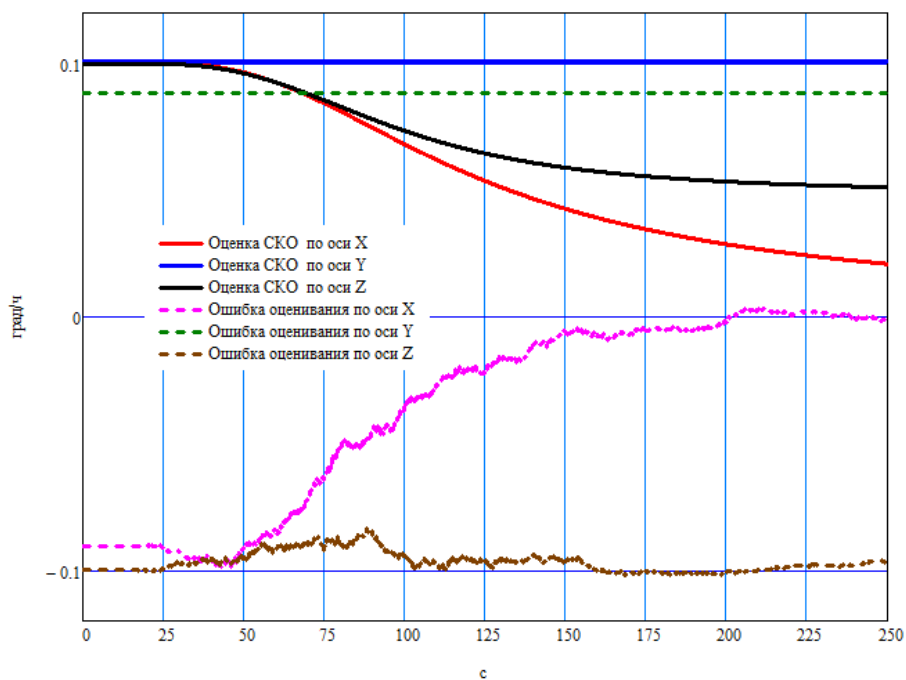


Рис. 3.28 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей гироскопов МИИБ1 (точный) в ССК и оценки их СКО

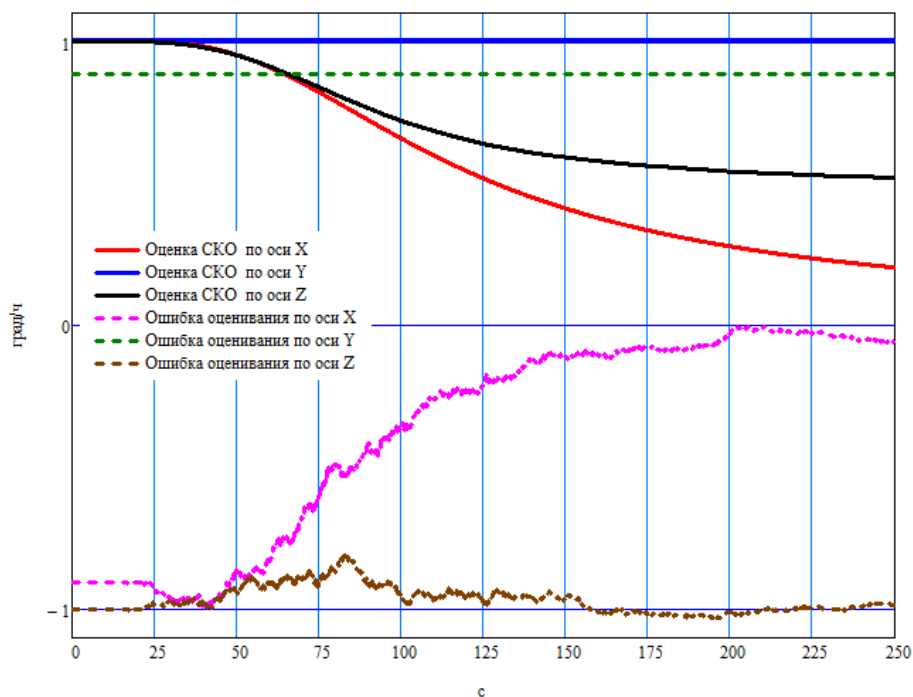


Рис. 3.29 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей гироскопов МИИБ1 (грубый) в ССК и оценки их СКО



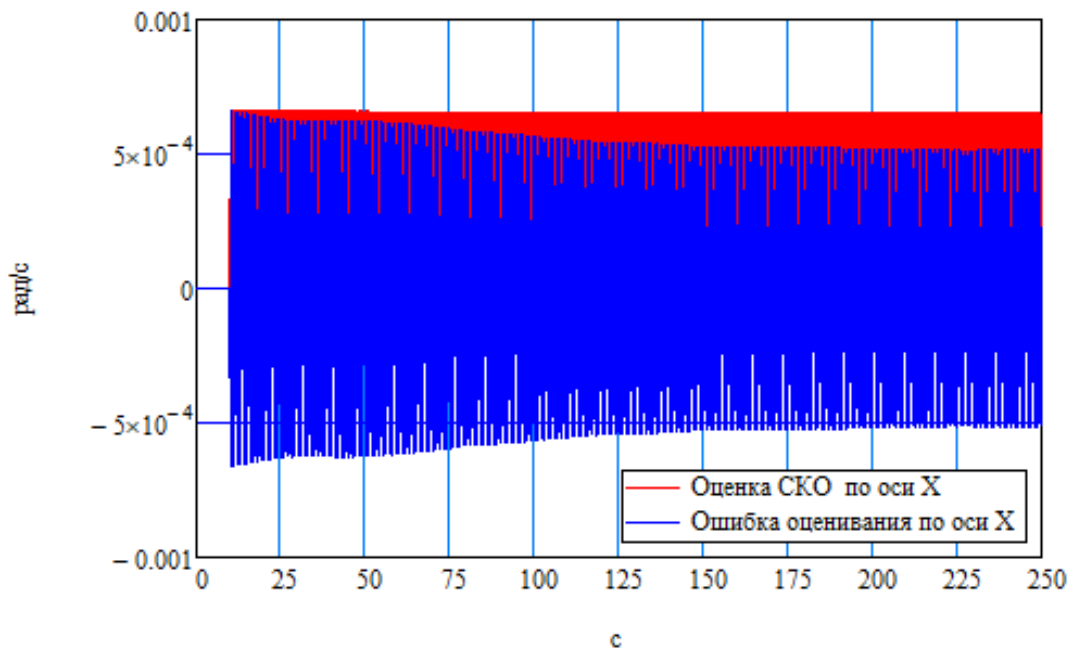


Рис. 3.30 Ошибка оценивания полной систематической погрешности гироскопа X ССК МИИБ2 (точный) и оценка его СКО

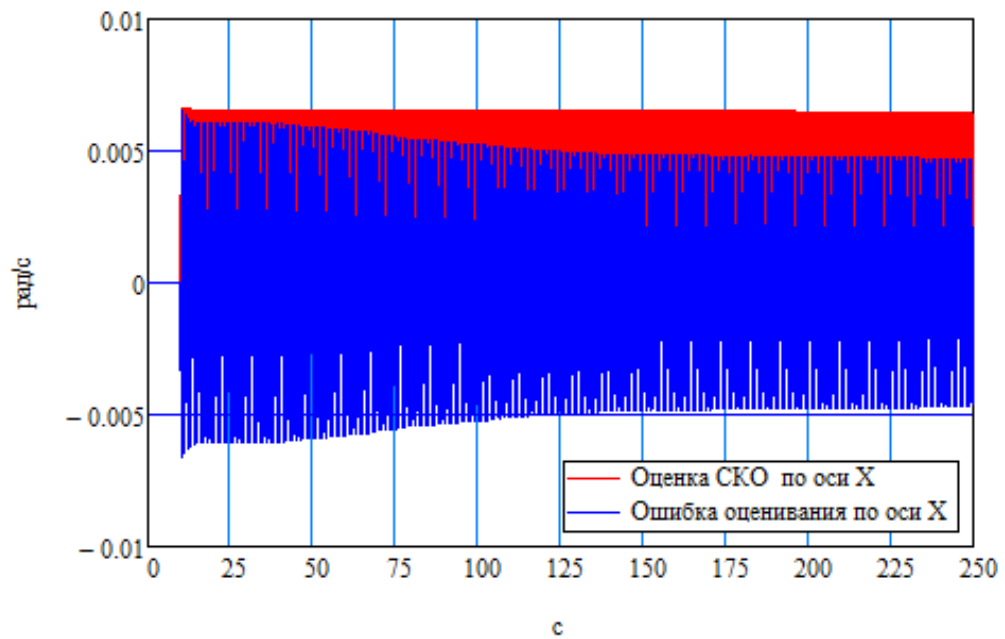


Рис. 3.31 Ошибка оценивания полной систематической погрешности гироскопа X ССК МИИБ2 (грубый) и оценка его СКО

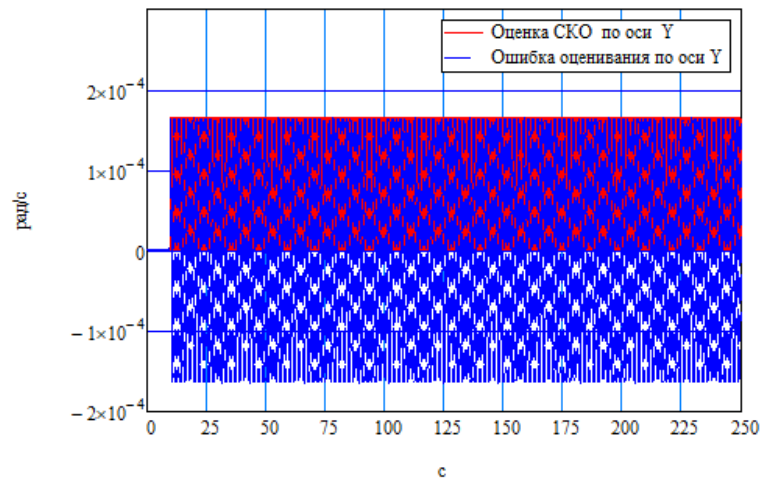


Рис.3.32 Ошибка оценивания полной систематической погрешности гироскопа Y ССК МИИБ2 (точный) и оценка его СКО

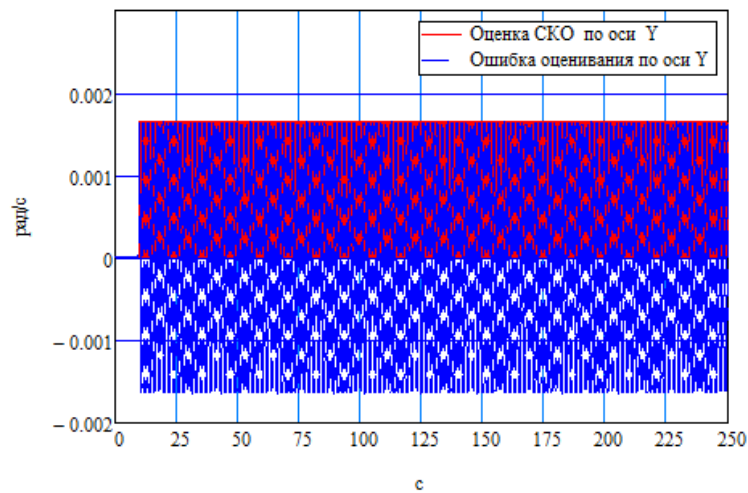


Рис. 3.33 Ошибка оценивания полной систематической погрешности гироскопа Y ССК МИИБ2 (грубый) и оценка его СКО

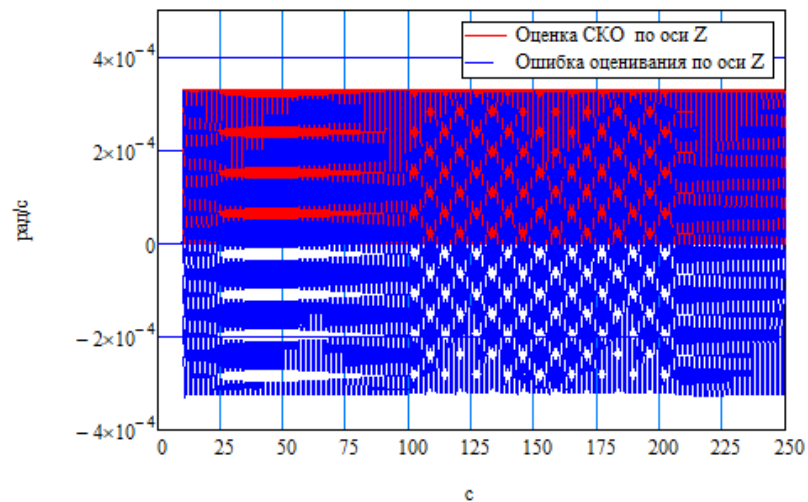


Рис.3.34 Ошибка оценивания полной систематической погрешности гироскопа Z ССК МИИБ2 (точный) и оценка его СКО

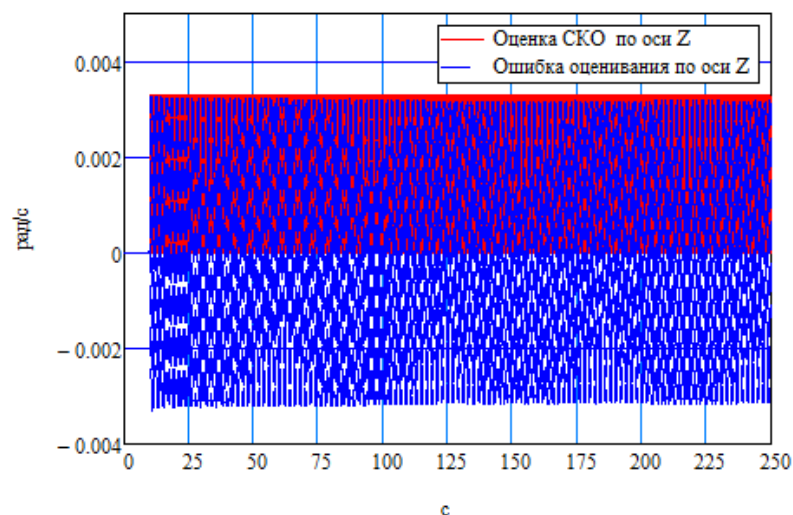


Рис.3.35 Ошибка оценивания полной систематической погрешности гироскопов Z ССК МИИБ2 (грубый) и оценка его СКО

Рис. 3.28 – 3.35 показывают ошибки оценивания полных систематических погрешностей гироскопов для точных и грубых МИИБ1, 2 и оценки их СКО. Видно, что ошибки оцениваются только для горизонтальных гироскопов, особенно для направленного по оси X, что связано с влиянием на МИИБ только УСТ и отсутствием горизонтального относительного ускорения. Также заметно, что для грубого МИИБ ошибки оценивания полной систематической погрешности горизонтальных гироскопов примерно в 10 раз больше, чем для точного МИИБ. На графиках, соответствующих МИИБ2, заметно влияние вибрации, проявляющееся в изменении как ошибок оценивания, так и оценок СКО с частотой, определяемой вибрацией.

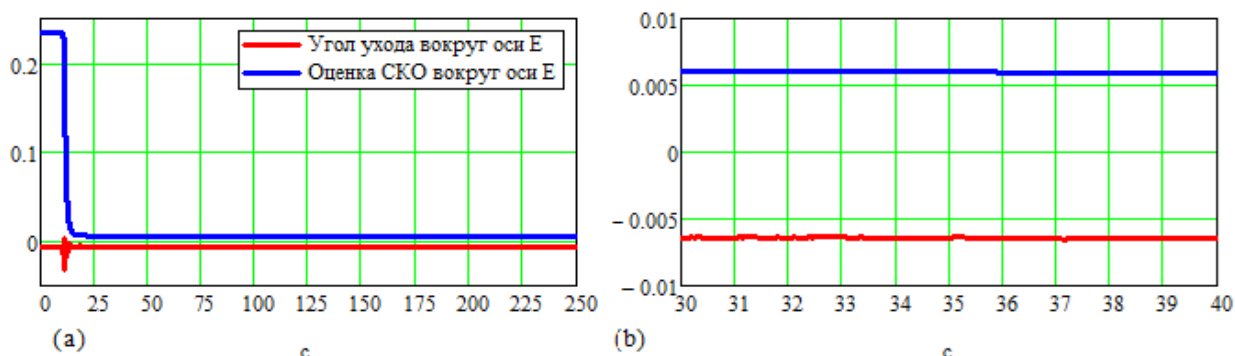


Рис. 3.36 Угол (град) ухода БСК вокруг оси E в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1 (точный): (a) в полном масштабе; (b) в укрупненном масштабе

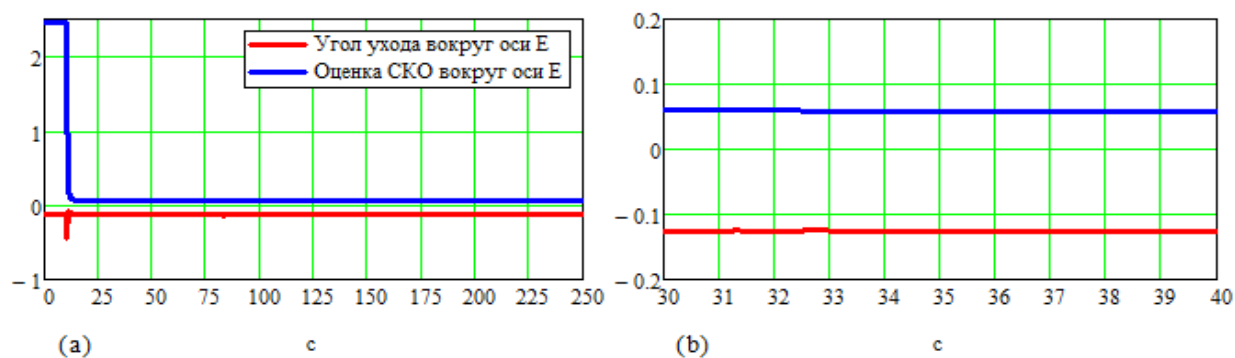


Рис. 3.37 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $E$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1 (грубый): (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

Рис. 3.36, 3.37 показывают угол ухода БСК вокруг оси  $E$  в ГСК и оценку его СКО для точного и грубого МИИБ1 в полном и в укрупненном масштабах. Из них видно, что этот угол хорошо откорректирован, но при использовании грубого МИИБ угол ухода примерно в 10 раз больше, чем для точного.

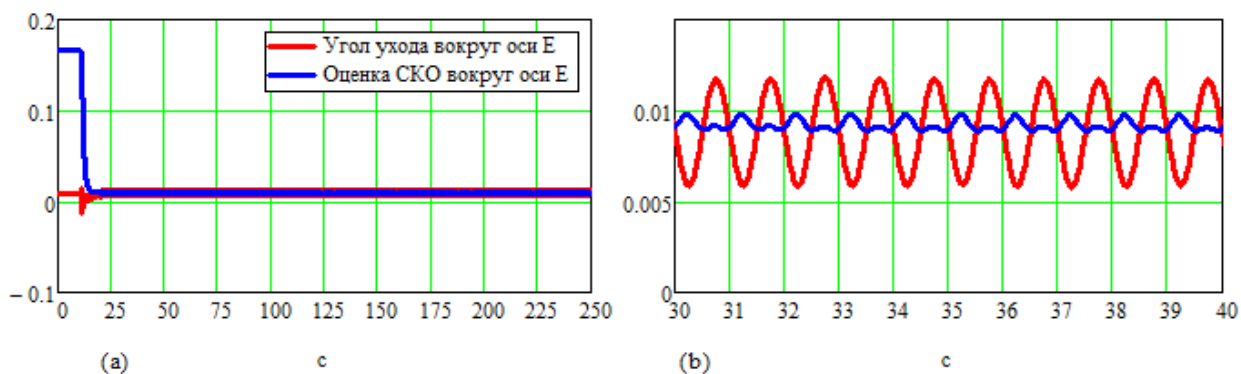


Рис. 3.38 Угол ухода (град) БСК вокруг оси  $E$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2 (точный): (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

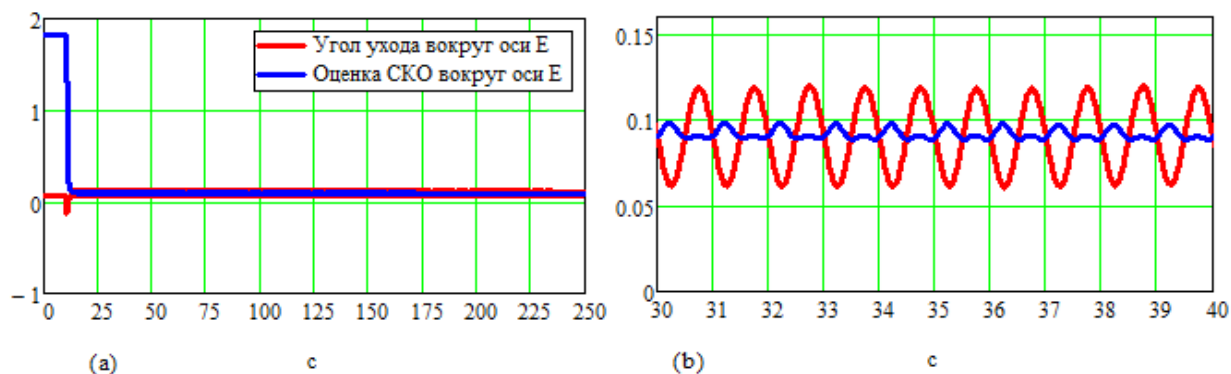


Рис. 3.39 Угол ухода (град) БСК вокруг оси  $E$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2 (грубый): (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

Рис. 3.38, 3.39 показывают угол ухода БСК вокруг оси  $E$  в ГСК и оценку его

СКО для точного и грубого МИИБ2 в полном и в укрупненном масштабах. Из них видно, что этот угол хорошо откорректирован, но при использовании грубого МИИБ угол ухода примерно в 10 раз больше, чем для точного. На графиках, соответствующих МИИБ2, заметно влияние вибрации, проявляющееся в изменении как ошибок оценивания, так и оценок СКО с частотой, определяемой вибрацией.

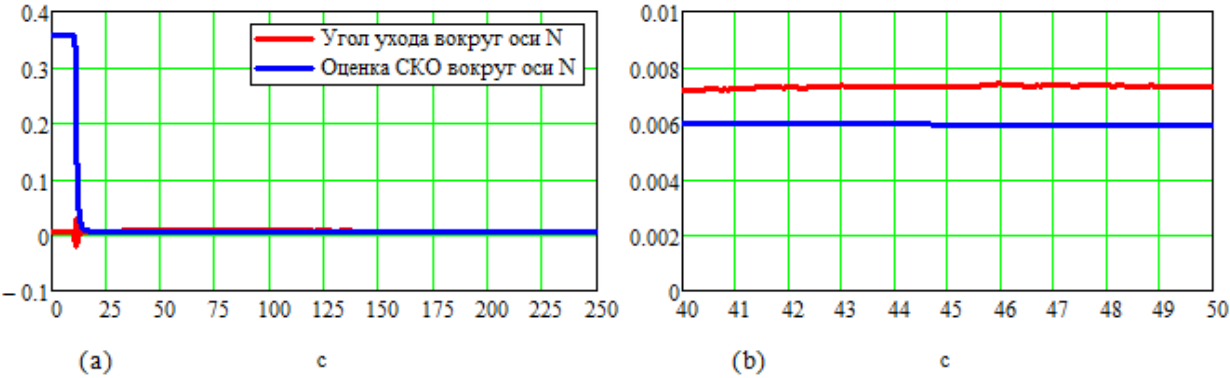


Рис. 3.40 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1 (точный): (a) в полном масштабе; (b) в укрупненном масштабе

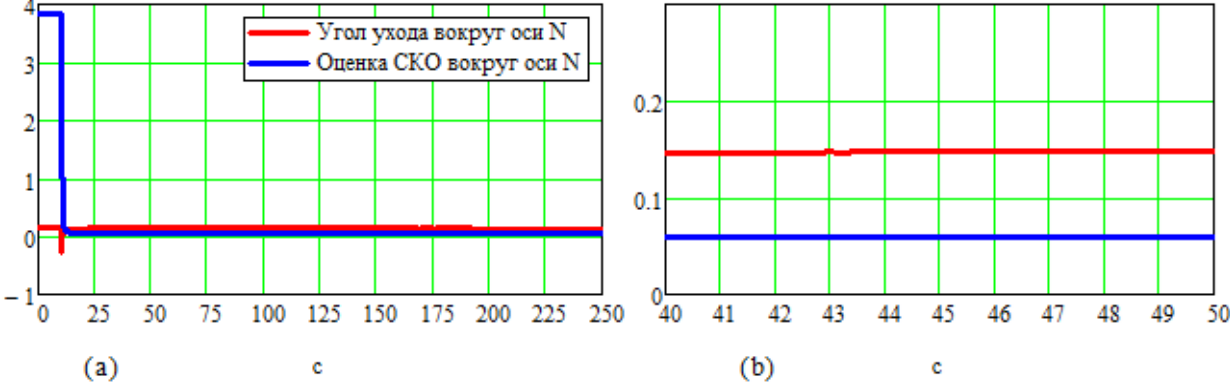


Рис. 3.41 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1(грубый): (a) в полном масштабе; (b) в укрупненном масштабе

Рис. 3.40, 3.41 показывают угол ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценку его СКО для точного и грубого МИИБ1 в полном и в укрупненном масштабах. Из них видно, что этот угол хорошо откорректирован, но при использовании грубого МИИБ угол ухода примерно в 10 раз больше, чем для точного.

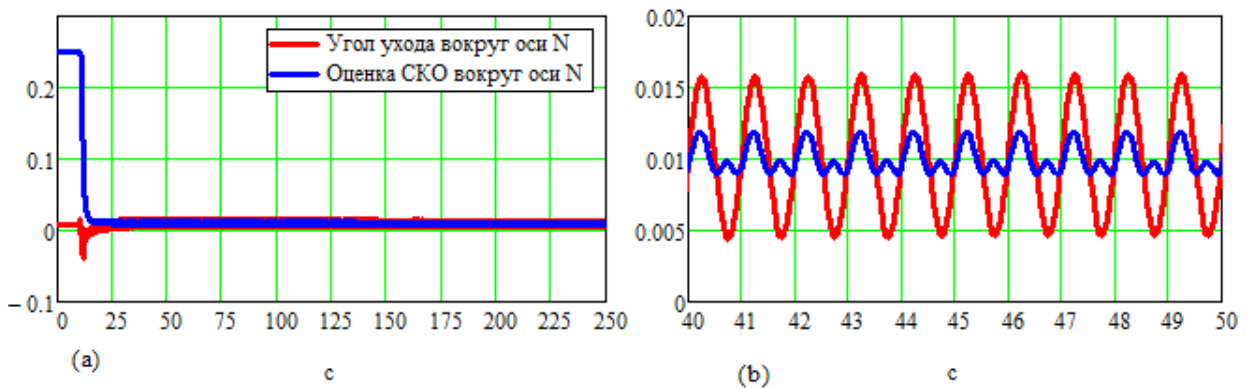


Рис. 3.42 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2 (точный): (a) в полном масштабе; (b) в укрупненном масштабе

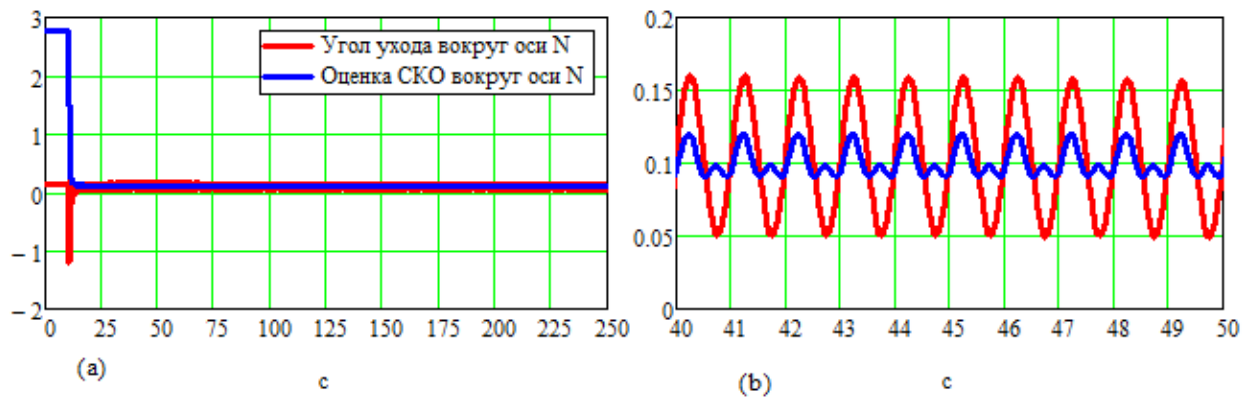


Рис. 3.43 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2 (грубый): (a) в полном масштабе; (b) в укрупненном масштабе

Рис. 3.42, 3.43 показывают угол ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценку его СКО для точного и грубого МИИБ2 в полном и в укрупненном масштабах. Из них видно, что этот угол хорошо откорректирован, но при использовании грубого МИИБ угол ухода примерно в 10 раз больше, чем для точного. На графиках, соответствующих МИИБ2, заметно влияние вибрации, проявляющееся в изменении как ошибок оценивания, так и оценок СКО с частотой, определяемой вибрацией.

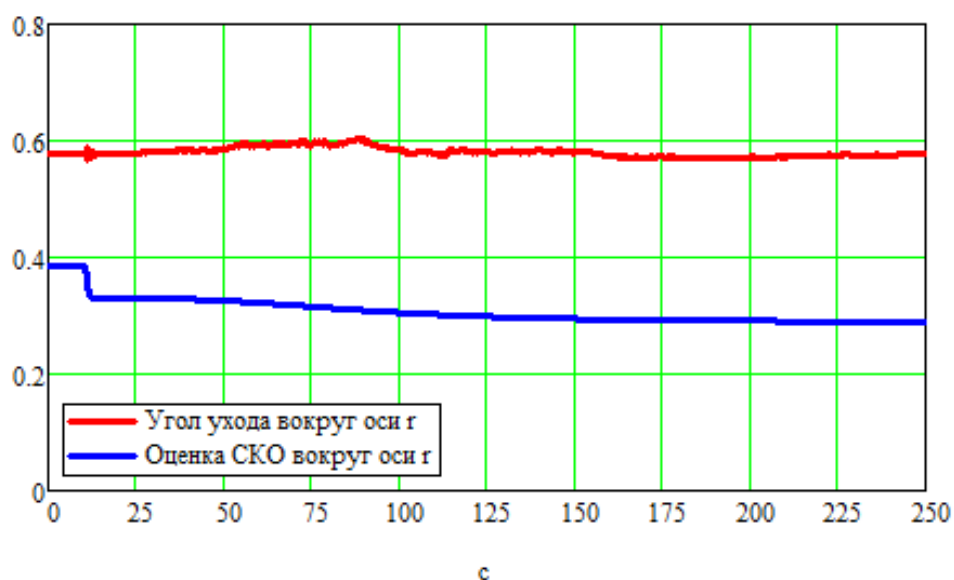


Рис. 3.44 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1 (точный)

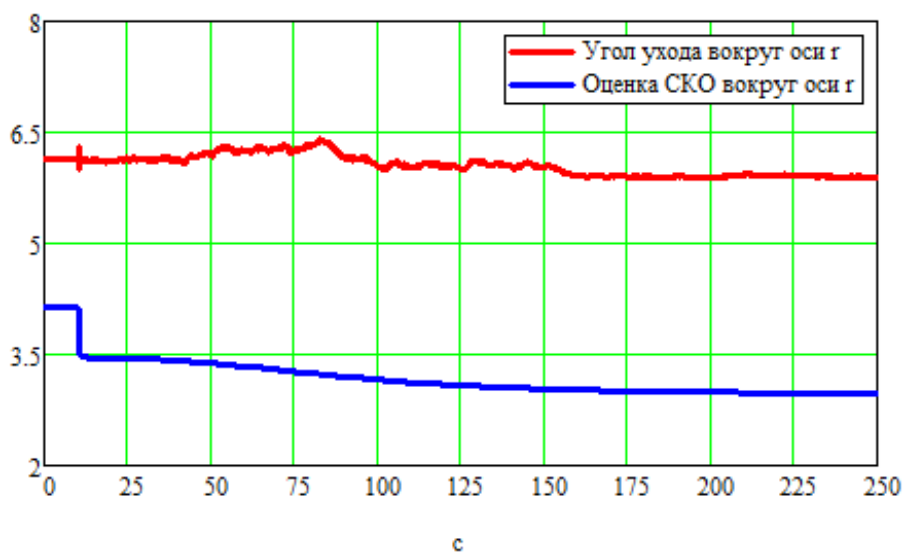


Рис. 3.45 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1 (грубый)

Рис. 3.44, 3.45 показывают угол ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценку его СКО для точного и грубого МИИБ1. Из них видно, что этот угол плохо откорректирован в силу неподвижного положения МИИБ1, а при использовании грубого МИИБ угол ухода примерно в 10 раз больше, чем для точного.

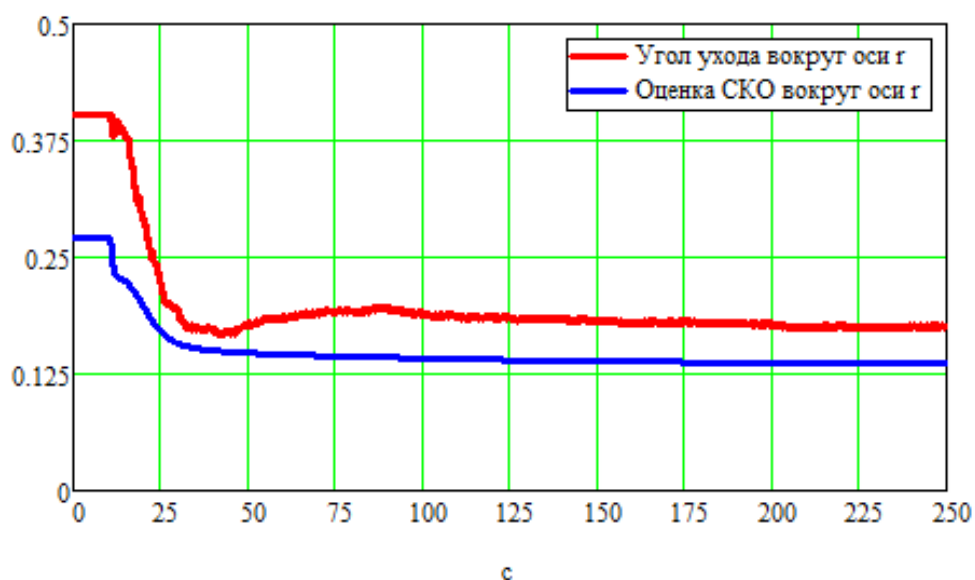


Рис. 3.46 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2 (точный)

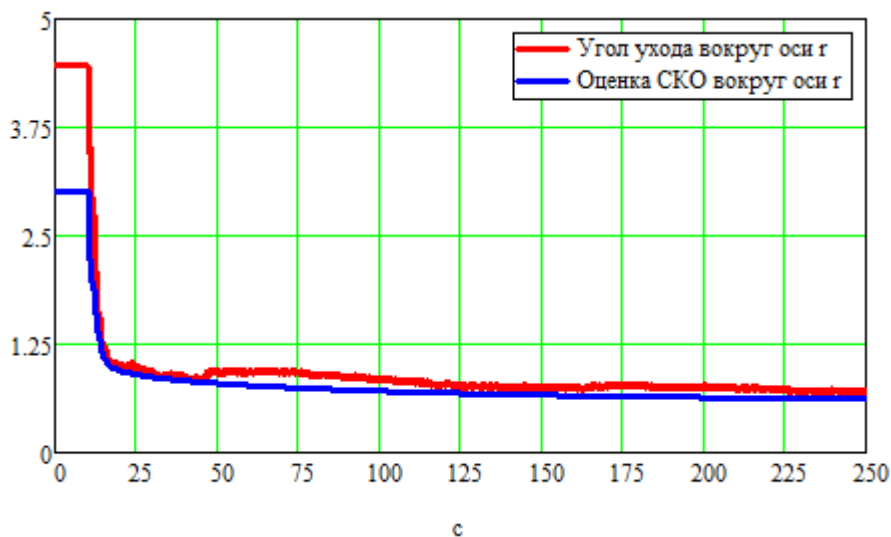


Рис. 3.47 Угол (град) ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2 (грубый)

Рис. 3.46, 3.47 показывают угол ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценку его СКО для точного и грубого МИИБ2. Из них видно, что этот угол хорошо откорректирован, в связи с интенсивными движениями МИИБ2 из-за влияния вибрации. При использовании грубого МИИБ угол ухода оказывается примерно в 10 раз больше, чем для точного.



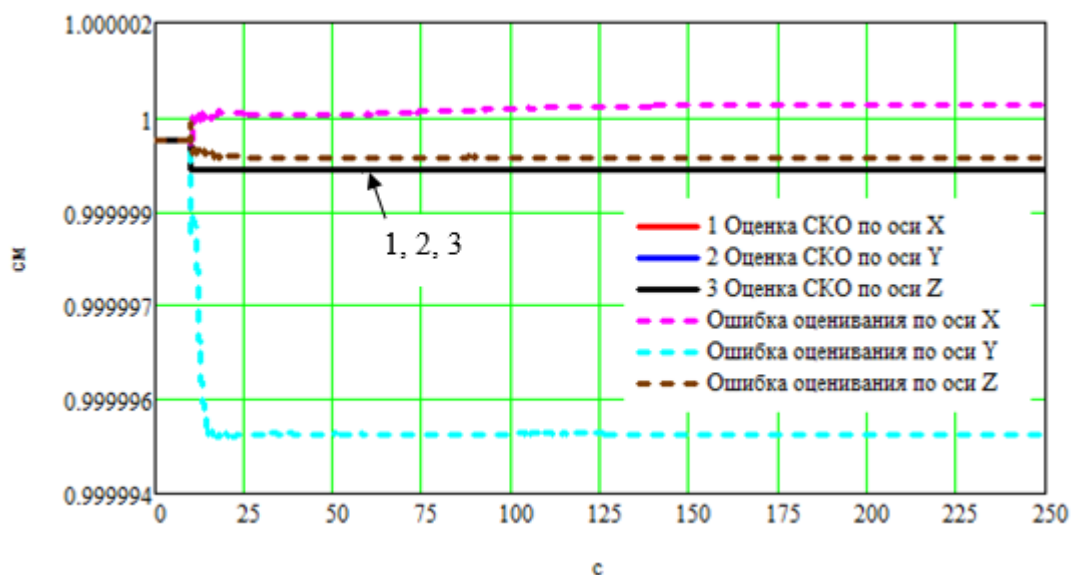


Рис.3.48 Ошибки оценивания систематических погрешностей ИН в ССК и оценки их СКО для МИИБ1 (точный)

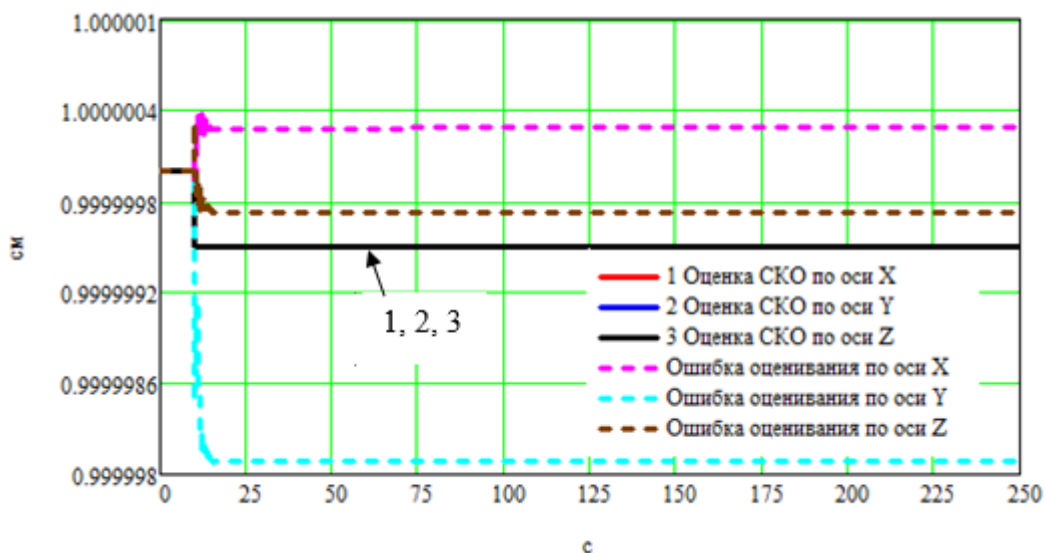


Рис.3.49 Ошибки оценивания систематических погрешностей ИН в ССК и оценки их СКО для МИИБ1 (грубый)

Рис. 3.48, 3.49 показывают ошибки оценивания систематических погрешностей ИН в ССК и оценки их СКО для точного и грубого МИИБ1. Видно, что эти ошибки очень плохо оцениваются независимо от точности МИИБ.

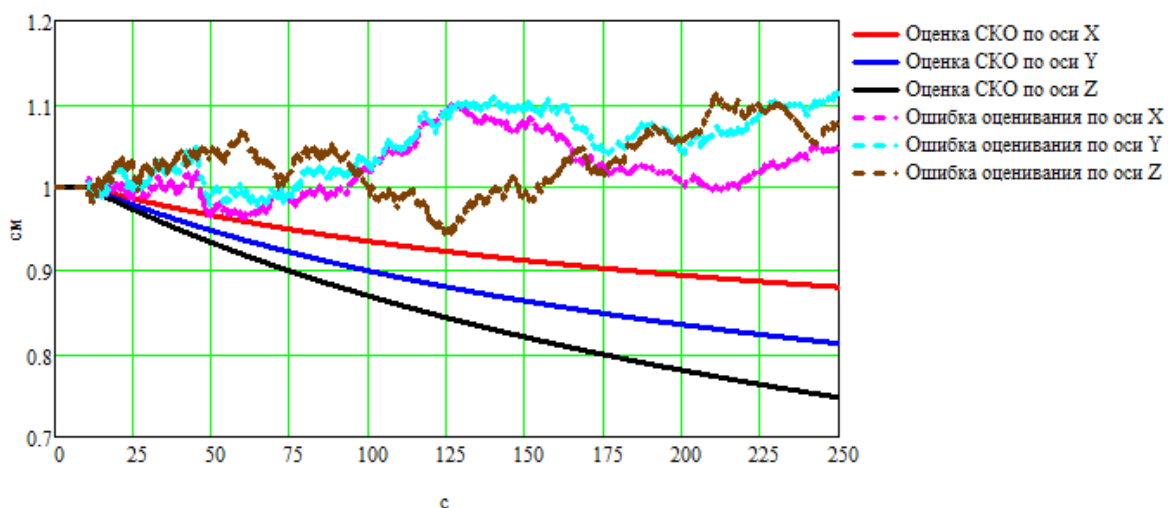


Рис. 3.50 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей ДП в ССК и оценки их СКО для МИИБ2 (точный)

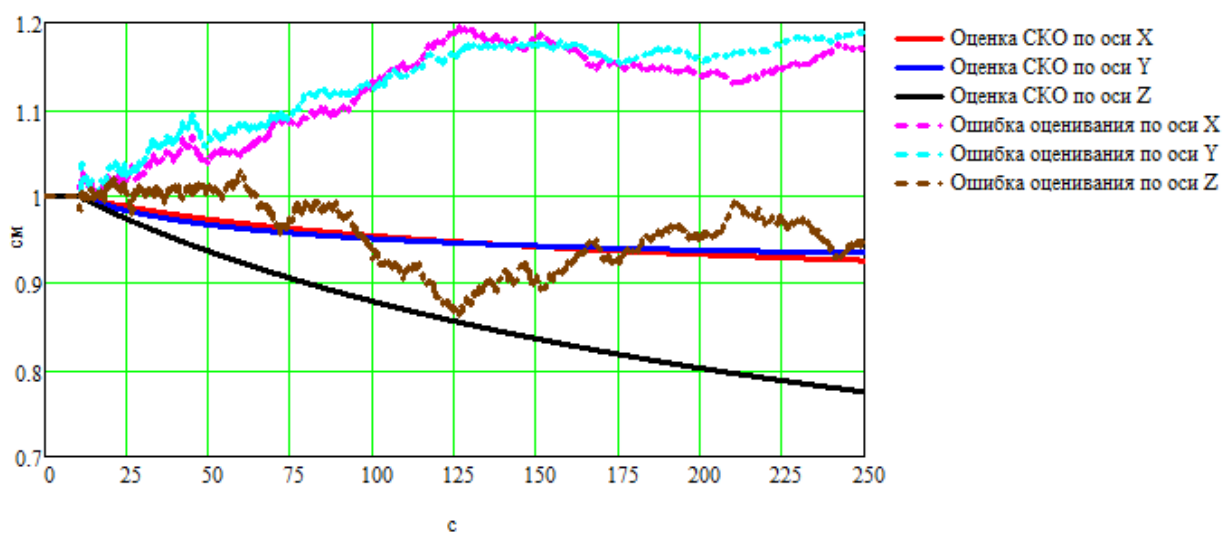


Рис. 3.51 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей ДП в ССК и оценки их СКО для МИИБ2 (грубый)

Рис. 3.50, 3.51 показывают ошибки оценивания полных систематических погрешностей ДП в ССК и оценки их СКО для точного и грубого МИИБ2. Видно, что эти ошибки относительно плохо оцениваются независимо от точности МИИБ.

Таким образом, выполненное в ходе имитационного моделирования исследование точностных характеристик замкнуто-разомкнутых АКОИ1 и АКОИ2 СИПВ в условиях стоянки показало, что в большинстве случаев имеет место относительно хорошая оцениваемость соответствующих параметров, итоговые остаточные ошибки или ошибки оценивания относительно невелики как в случае использования «точных», так и в случае «грубых» МИИБ. При этом в

случае использования «точных» МИИБ эти ошибки существенно меньше, иногда более чем на порядок, чем в случае использования «грубых». Однако некоторые параметры оцениваются и корректируются относительно плохо, к их числу относятся: полные систематические ошибки горизонтальных акселерометров, вертикального гироскопа и гироскопа, ориентированного по боковой оси ( $Z$ ), угол ухода БСК вокруг вертикальной оси, полные систематические погрешности ИН и ДП. У параметров, относящихся к АКОИ2, в некоторых случаях заметно влияние вибрационной составляющей, в особенности это касается ошибок оценивания полных систематических погрешностей акселерометров и гироскопов.

### 3.3.2 Исследование точностных характеристик вычисления параметров вибрации

Также для исследования точностных характеристик СИПВ в ходе имитационного моделирования в рамках описанных выше условий строятся графики, отражающие заданные и вычисленные параметры вибрации, ошибки их определения СИПВ.

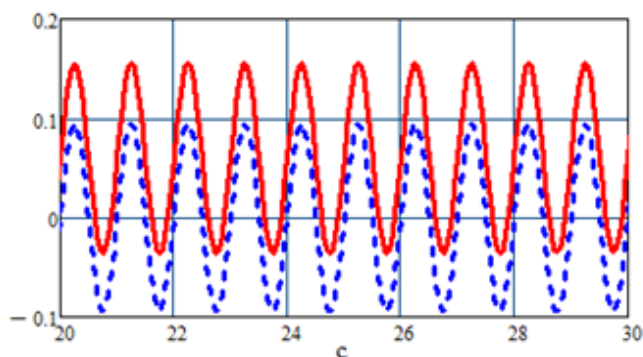


Рис. 3.52 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение (м) по оси  $X$  для точных МИИБ

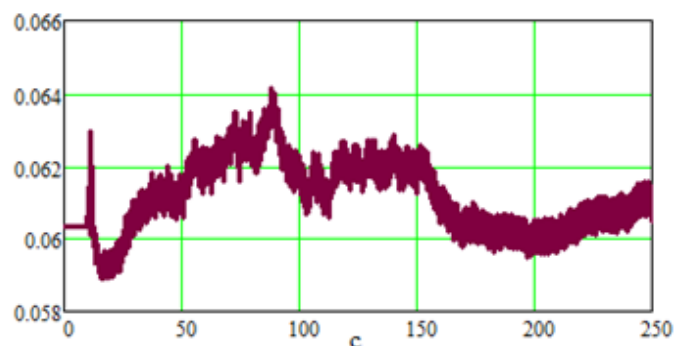


Рис. 3.53 Ошибка определения виброперемещения (м) по оси  $X$  для точных МИИБ

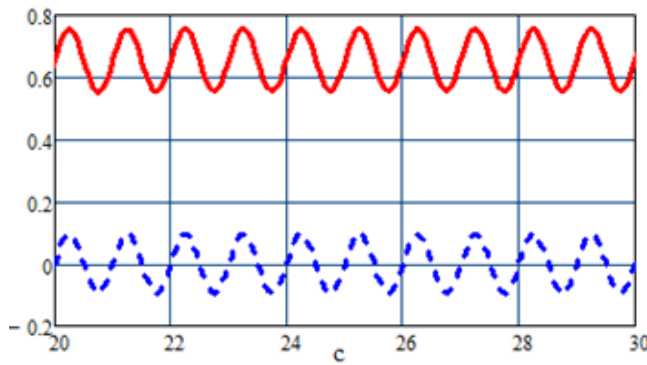


Рис. 3.54 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение (м) по оси X для грубых МИИБ

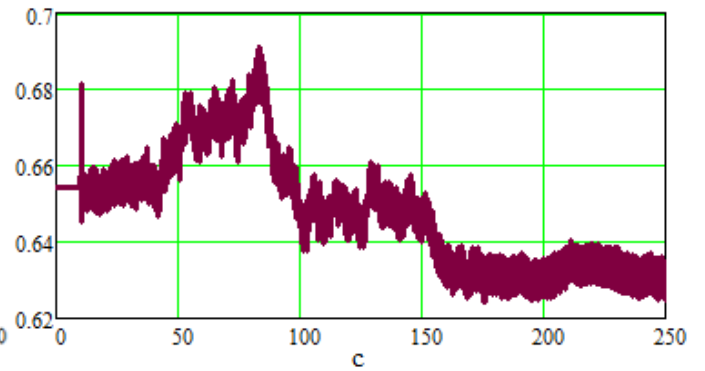


Рис. 3.55 Ошибка определения виброперемещения (м) по оси X для грубых МИИБ

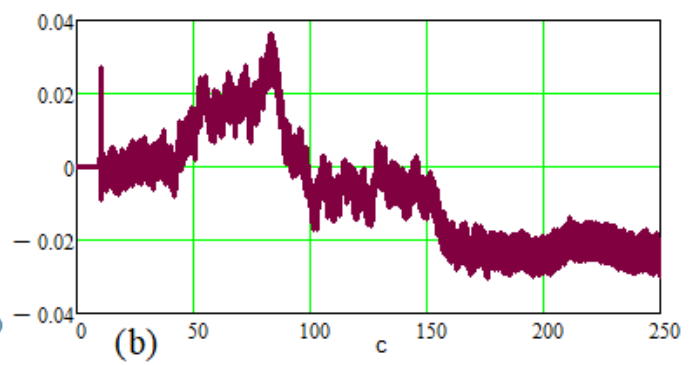
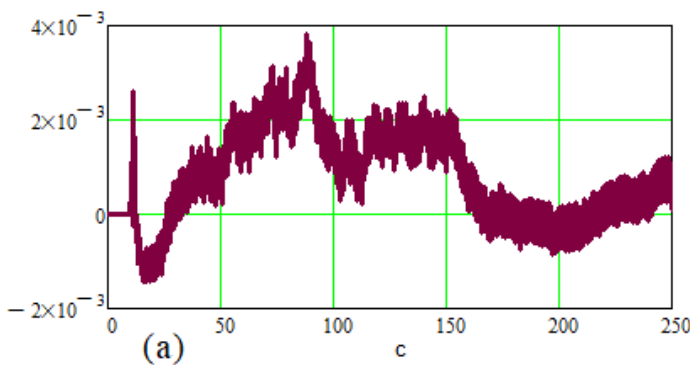


Рис. 3.56 Приращение ошибки определения виброперемещения (м) по оси X для (a) точных и (b) грубых МИИБ

На рис. 3.52 – 3.55 показаны заданные и вычисленные СИПВ виброперемещения по оси X ССК, а также ошибки определения виброперемещения для случаев точных и грубых МИИБ. Видно, что абсолютная величина ошибки относительно велика (единицы см, единицы дм соответственно), однако приращение ошибки относительно значительной начальной величины намного меньше и составляет единицы мм и см соответственно (рис. 3.56). При этом значительная начальная ошибка виброперемещения прежде всего обусловлена существенными ошибками начальной выставки АКОИ1, 2 СИПВ по параметрам ориентации, определяемыми собственными погрешностями БА и БГ МИИБ.

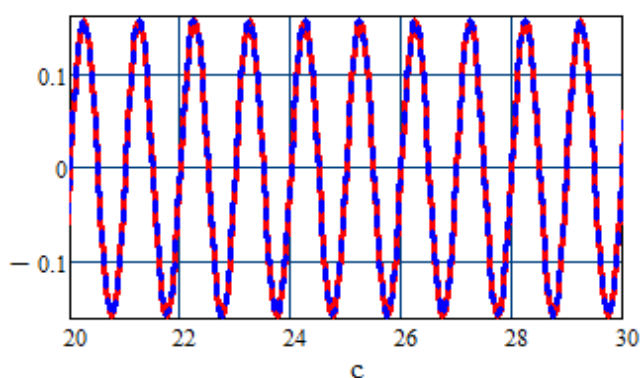


Рис. 3.57 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение (м) по оси  $Y$  для точных МИИБ

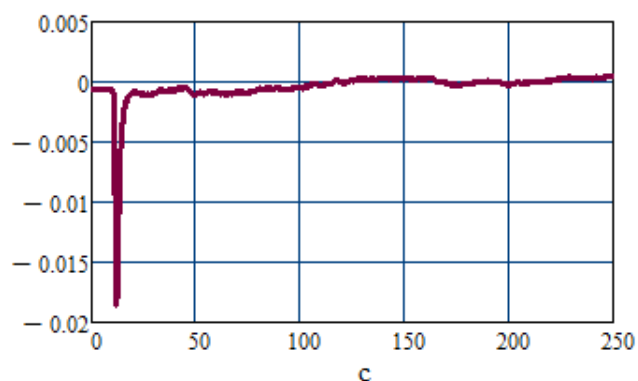


Рис. 3.58 Ошибки определения виброперемещения (м) по оси  $Y$  для точных МИИБ

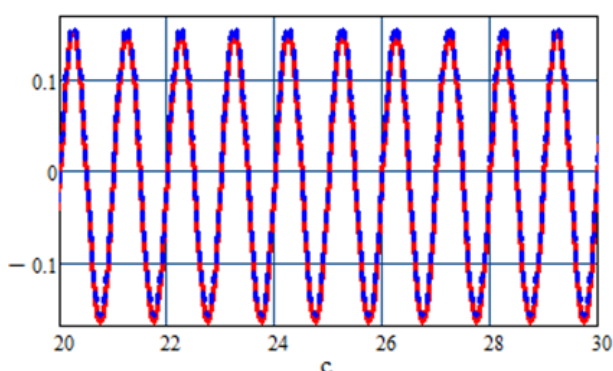


Рис. 3.59 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение (м) по оси  $Y$  для грубых МИИБ

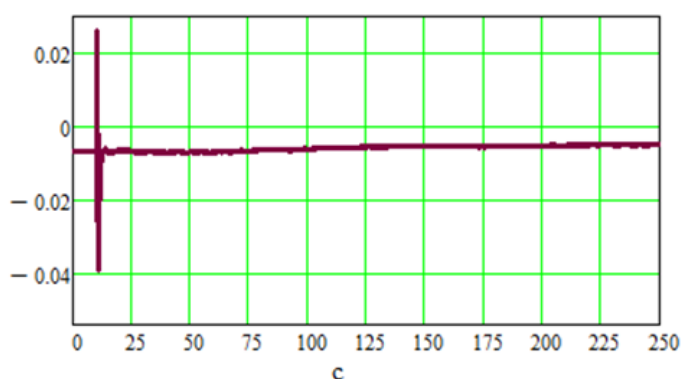


Рис. 3.60 Ошибка определения виброперемещения (м) по оси  $Y$  для грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.57 – 3.60 виброперемещения по оси  $Y$  вычисляются с погрешностью меньше, чем  $\pm 1$  мм для точных МИИБ и -4 мм для грубых МИИБ.

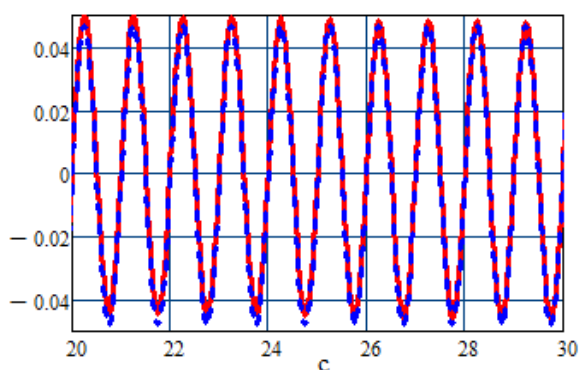


Рис. 3.61 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение (м) по оси  $Z$  для точных МИИБ

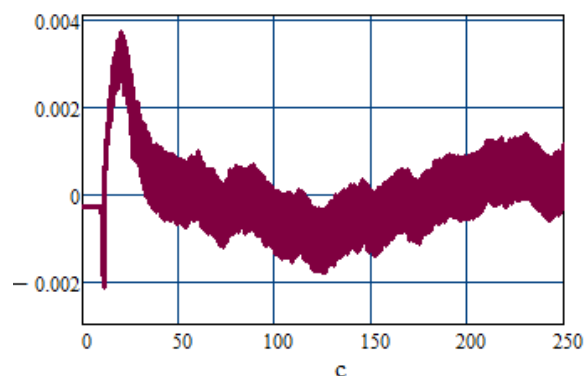


Рис. 3.62 Ошибка определения виброперемещения (м) по оси  $Z$  для точных МИИБ

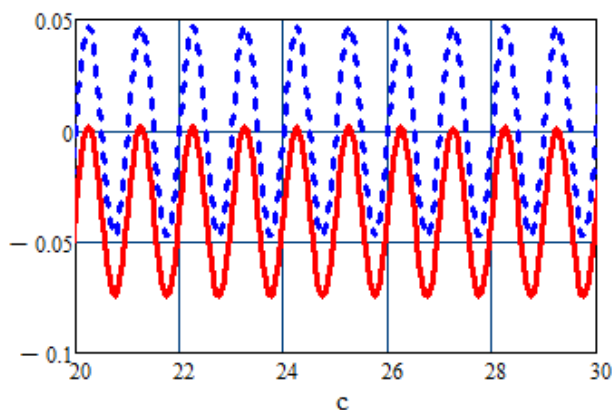


Рис. 3.63 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение (м) по оси  $Z$  для грубых МИИБ

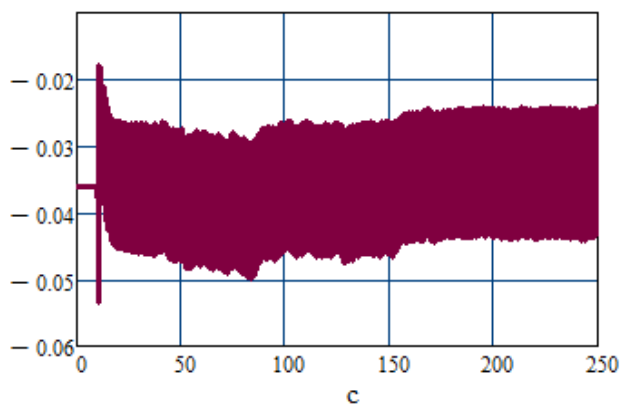


Рис. 3.64 Ошибка определения виброперемещения (м) по оси  $Z$  для грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.61 – 3.64 виброперемещения по оси  $Z$  вычисляются с погрешностью до  $\pm 2$  мм для точных МИИБ и  $-5$  см для грубых МИИБ. При вычислении виброперемещения по оси  $Z$  здесь и далее статическая составляющая длины крыла была исключена.

Поскольку внешний вид большинства графиков заданных и вычисленных параметров вибрации для СИПВ с точными и грубыми МИИБ практически совпадает, то ниже в таких случаях показаны графики для заданных и вычисленных параметров только для точных МИИБ.

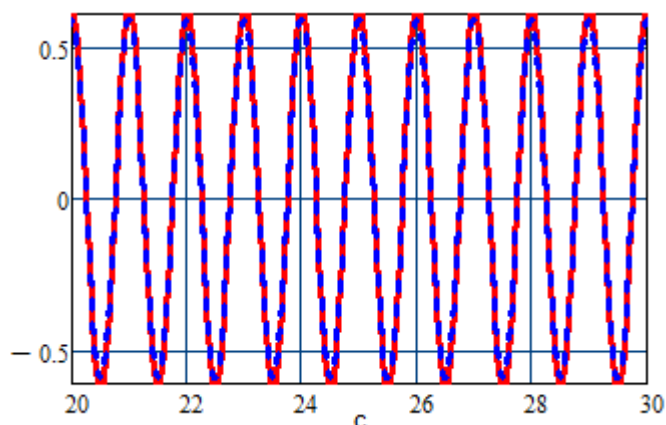


Рис. 3.65 Заданная (--) и вычисленная (—) виброскорость (м/с) по оси  $X$

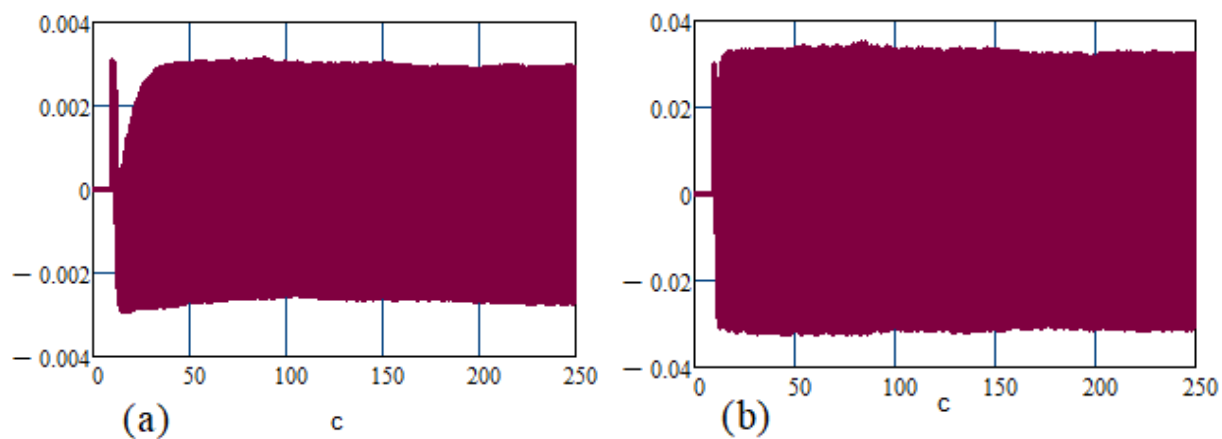


Рис. 3.66 Ошибки определения виброскорости (м/с) по оси  $X$  для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.65 – 3.66 виброскорость по оси  $X$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,003$  м/с для точных МИИБ и  $\pm 0,035$  м/с для грубых МИИБ, т.е. более чем в 10 раз хуже, чем в случае точных.

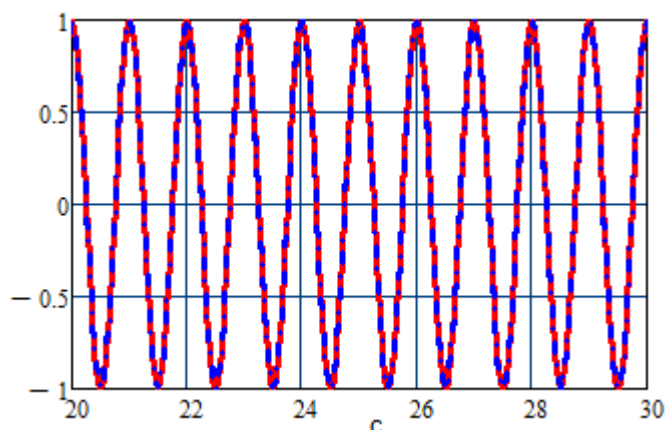


Рис. 3.67 Заданная (---) и вычисленная (—) виброскорость (м/с) по оси  $Y$

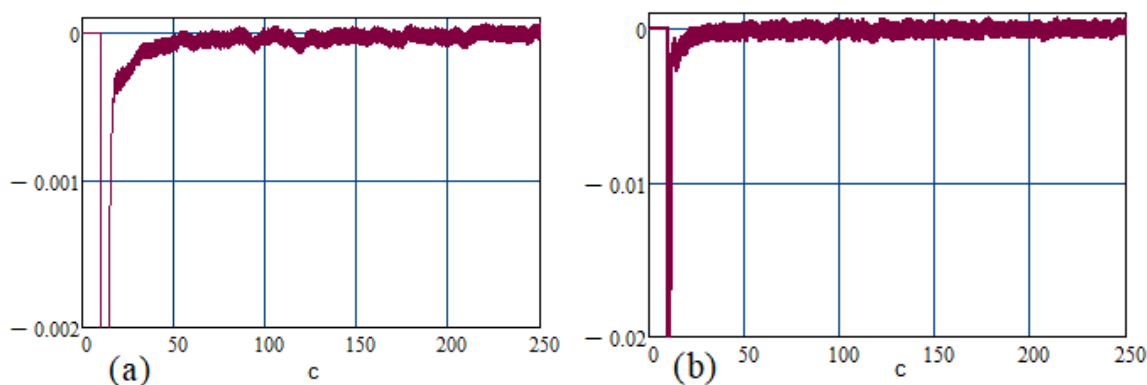


Рис. 3.68 Ошибки определения виброскорости (м/с) по оси  $Y$  для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.67 – 3.68 виброскорость по оси  $Y$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,0001$  м/с для точных МИИБ и  $\pm 0,001$  м/с для грубых МИИБ, т.е. примерно в 10 раз хуже, чем в случае точных.

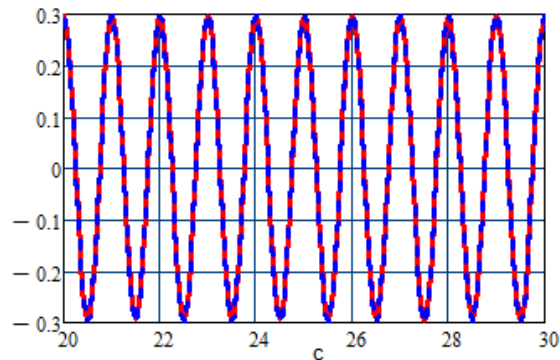


Рис. 3.69 Заданная (---) и вычисленная (—) виброскорость (м/с) по оси  $Z$

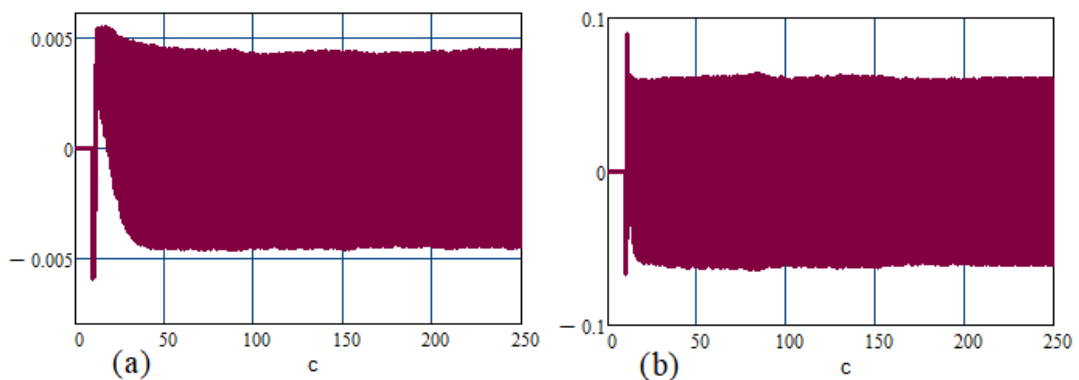


Рис. 3.70 Ошибки определения виброскорости (м/с) по оси  $Z$  для (а) точных МИИБ и (b) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.69 – 3.70 виброскорость по оси  $Z$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,005$  м/с для точных МИИБ и  $\pm 0,06$  м/с для грубых МИИБ, т.е. более чем в 10 раз хуже, чем в случае точных.

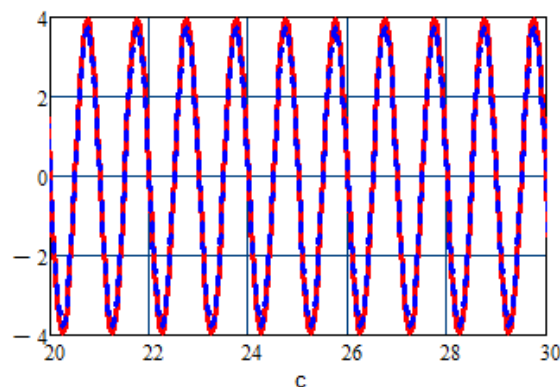


Рис. 3.71 Заданное (---) и вычисленное (—) виброускорение (м/с<sup>2</sup>) по оси  $X$



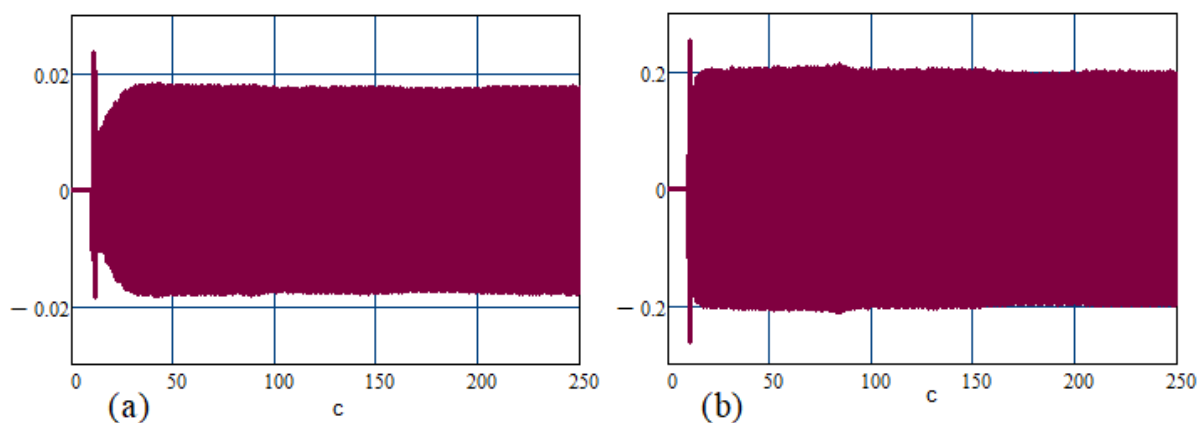


Рис. 3.72 Ошибки определения виброускорения ( $\text{м/с}^2$ ) по оси  $X$  для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.71 – 3.72 виброускорение по оси  $X$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,018 \text{ м/с}^2$  для точных МИИБ и  $\pm 0,21 \text{ м/с}^2$  для грубых МИИБ, т.е. более чем в 10 раз хуже, чем в случае точных.

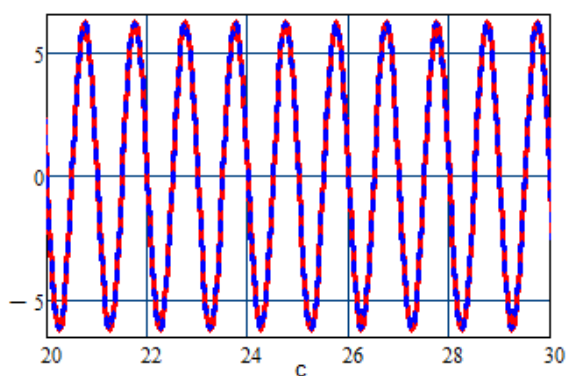


Рис. 3.73 Заданное (--) и вычисленное (—) виброускорение ( $\text{м/с}^2$ ) по оси  $Y$

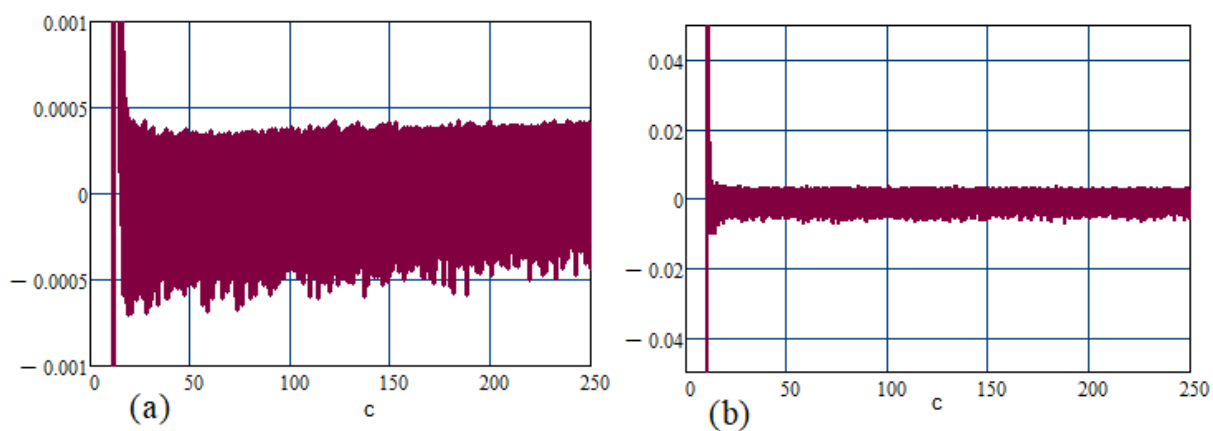


Рис. 3.74 Ошибки определения в виброускорения ( $\text{м/с}^2$ ) по оси  $Y$  для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.73 – 3.74 виброускорение по оси  $Y$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,0006 \text{ м/с}^2$  для точных МИИБ и  $0,01 \text{ м/с}^2$  для грубых МИИБ, т.е. примерно в 16 раз хуже, чем в случае точных.

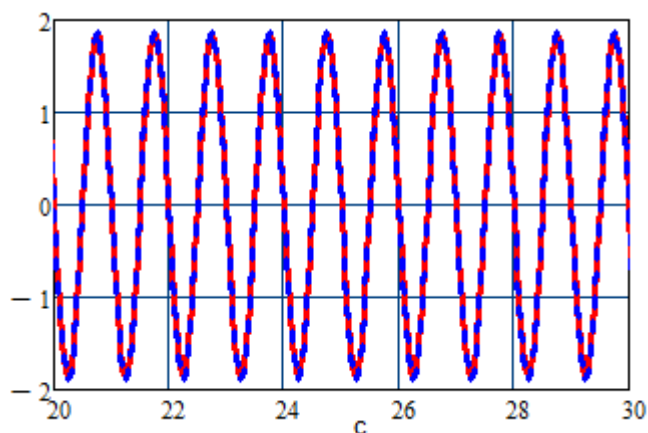


Рис. 3.75 Заданное (--) и вычисленное (—) виброускорение ( $\text{м/с}^2$ ) по оси  $Z$

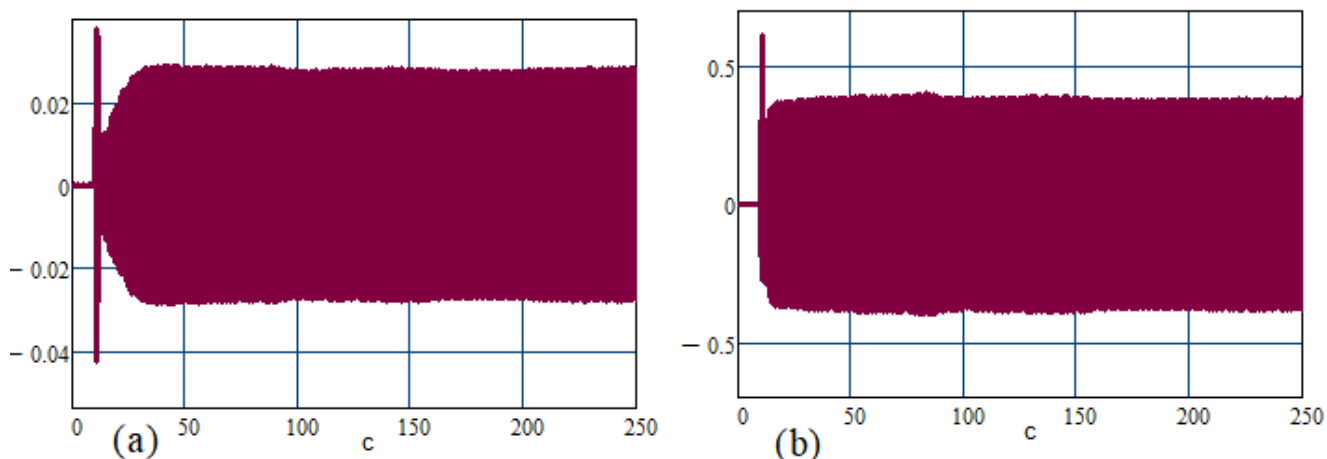


Рис. 3.76 Ошибки определения виброускорения ( $\text{м/с}^2$ ) по оси  $Z$  для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.75 – 3.76 виброускорение по оси  $Z$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,03 \text{ м/с}^2$  для точных МИИБ и  $\pm 0,4 \text{ м/с}^2$  для грубых МИИБ, т.е. более чем в 10 раз хуже, чем в случае точных.

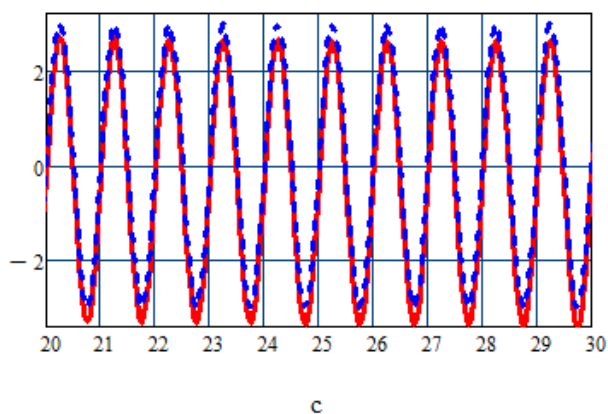


Рис. 3.77 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая вибрация (град) по  $\psi_K$  для точных МИИБ

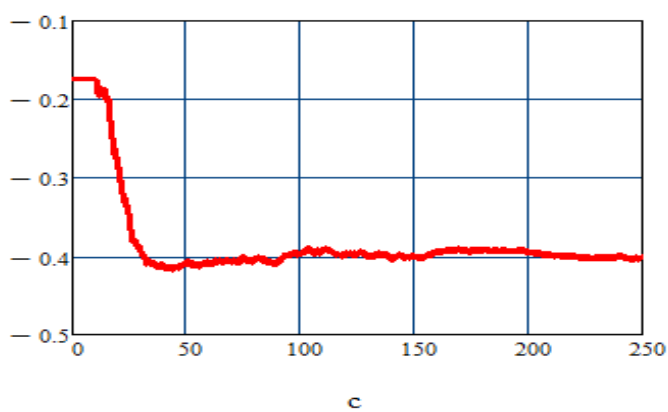


Рис. 3.78 Ошибка определения угловой вибрации (град) по  $\psi_K$  для точных МИИБ

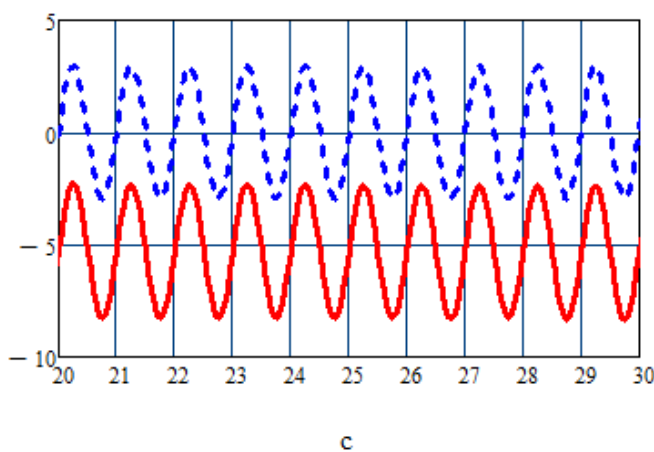


Рис. 3.79 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая вибрация (град) по  $\psi_K$  для грубых МИИБ

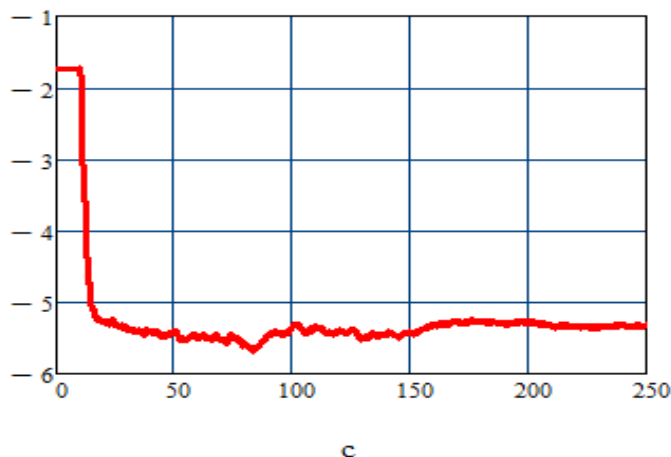


Рис. 3.80 Ошибка определения угловой вибрации (град) по  $\psi_K$  для грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.77 – 3.80 угловая вибрация по  $\psi_K$  вычисляется с погрешностью порядка -0,4 град для точных МИИБ и -5,5 град для грубых МИИБ, т.е. более чем в 10 раз хуже, чем в случае точных. Видно, что абсолютная величина ошибки относительно велика, особенно для случая грубых МИИБ, что прежде всего обусловлено существенными ошибками начальной выставки АКОИ1, 2 СИПВ по параметрам ориентации, определяемыми собственными погрешностями БА и БГ МИИБ.

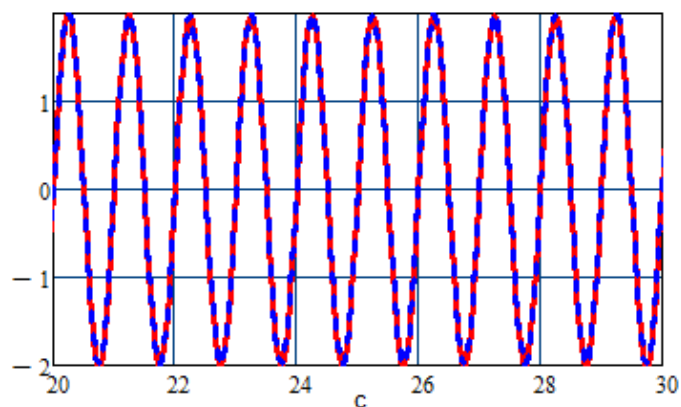


Рис. 3.81 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая вибрация (град) по  $\omega_K$  для точных МИИБ

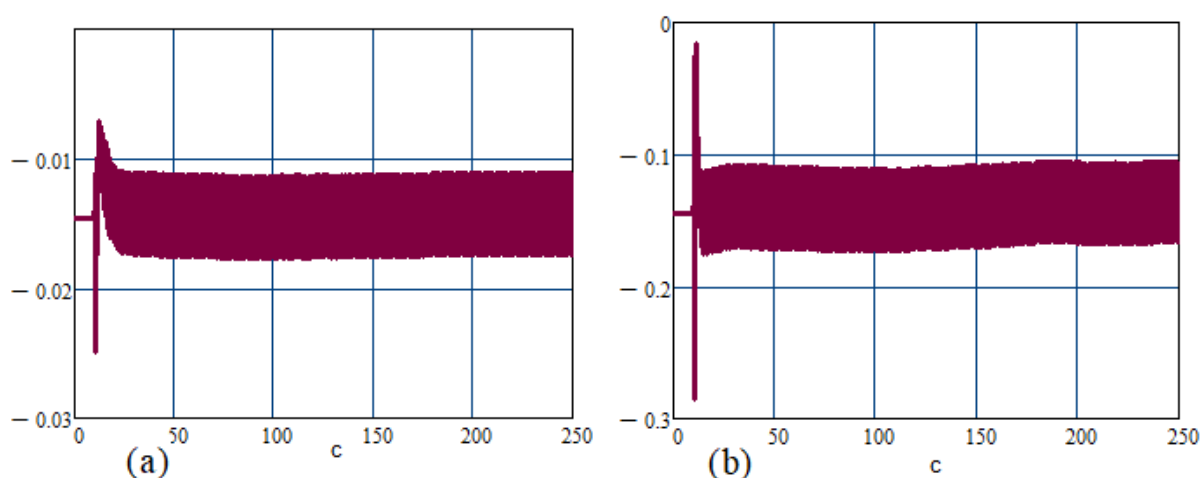


Рис. 3.82 Ошибки определения угловой вибрации (град) по  $\omega_K$  (а) для точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.81 – 3.82 угловая вибрация по  $\omega_K$  вычисляется с погрешностью до  $-0,017$  град для точного МИИБ и до  $-0,17$  град для грубых МИИБ, т.е. в 10 раз хуже, чем в случае точных.

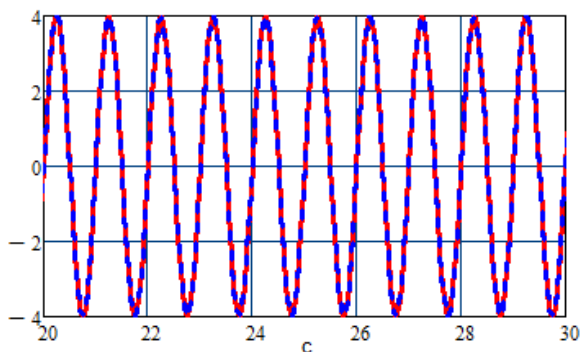


Рис. 3.83 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая вибрация (град) по  $\gamma_K$  для точных МИИБ

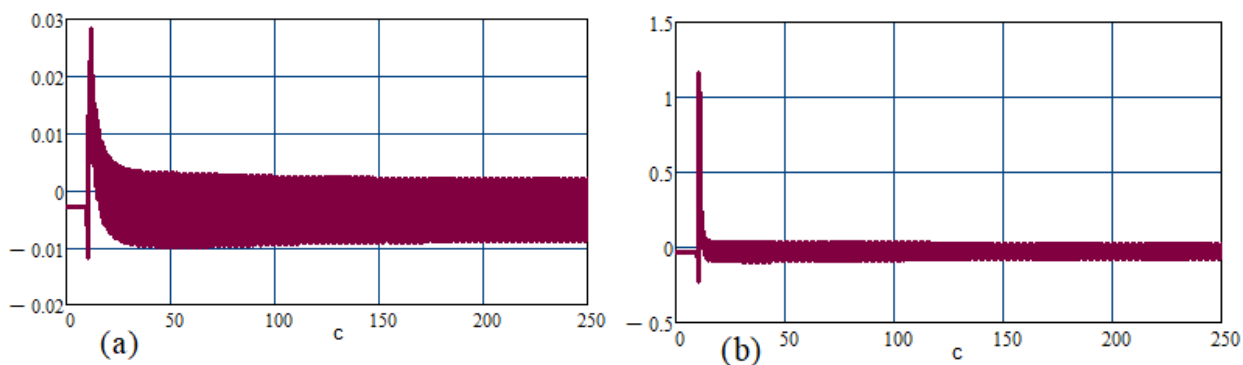


Рис. 3.84 Ошибки определения угловой вибрации (град) по  $\gamma_K$  для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.83 – 3.84 угловая вибрация по  $\gamma_K$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,01$  град для точных МИИБ и  $\pm 0,1$  град для грубых МИИБ, т.е. в 10 раз хуже, чем в случае точных.

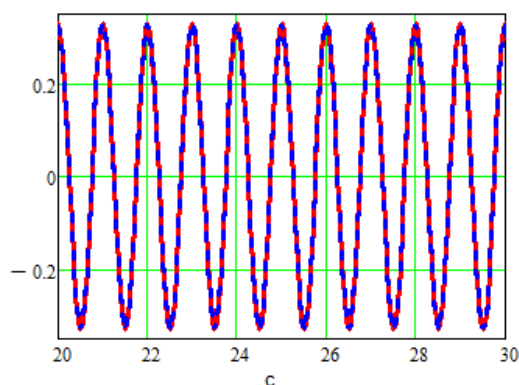


Рис. 3.85 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая скорость вибрации (рад/с) вокруг оси X

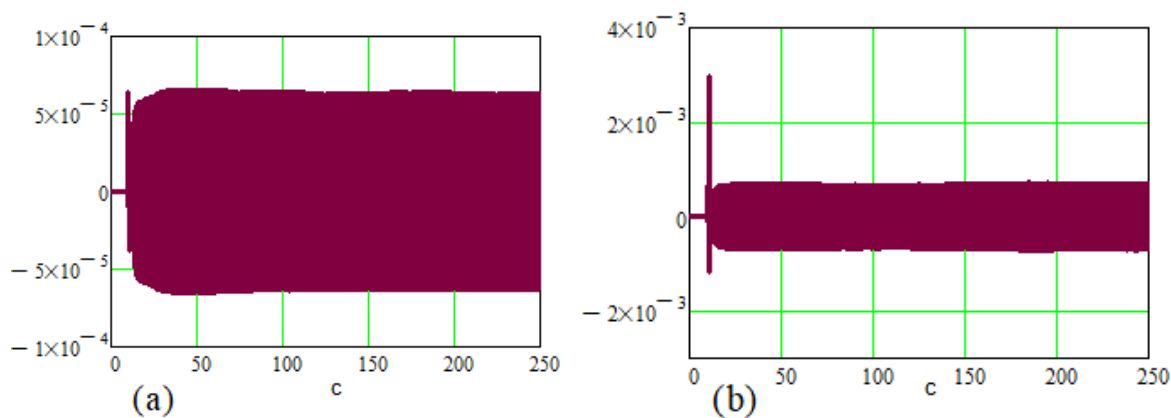


Рис. 3.86 Ошибки определения угловой скорости вибрации (рад/с) вокруг оси X для (а) точных МИИБ и (б) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.85 – 3.86 угловая скорость вибрации вокруг оси X вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,0007$  рад/с для точных МИИБ и  $\pm 0,007$  рад/с для грубых МИИБ, т.е. в 10 раз хуже, чем в случае точных.

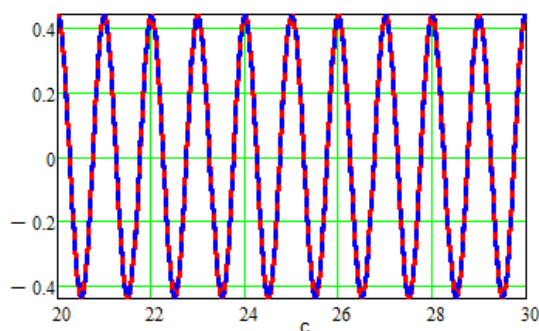


Рис.3.87 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая скорость вибрации (рад/с) вокруг оси Y

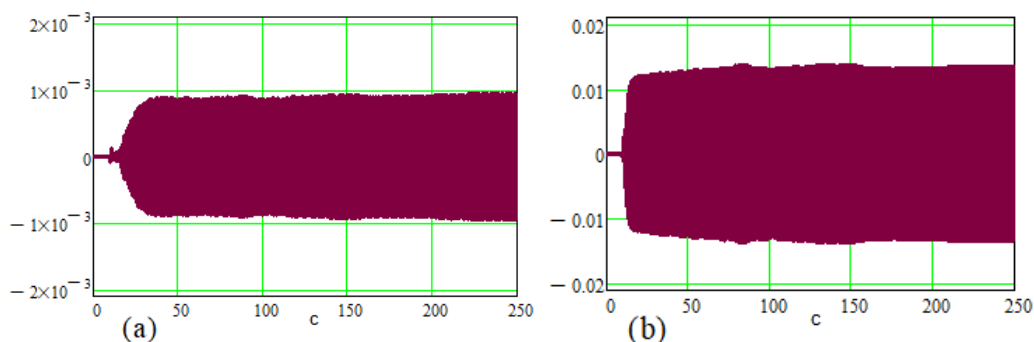


Рис.3.88 Ошибки определения угловой скорости вибрации (рад/с) вокруг оси Y для (a) точных МИИБ и (b) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.87 – 3.88 угловая скорость вибрации вокруг оси Y вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,001$  рад/с для точных МИИБ и  $\pm 0,013$  рад/с для грубых МИИБ, т.е. более чем в 10 раз хуже, чем в случае точных.

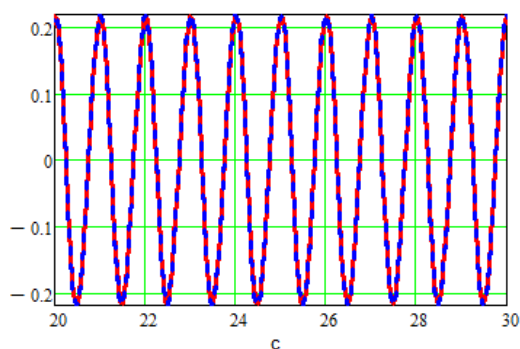


Рис. 3.89 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая скорость вибрации (рад/с) вокруг оси Z

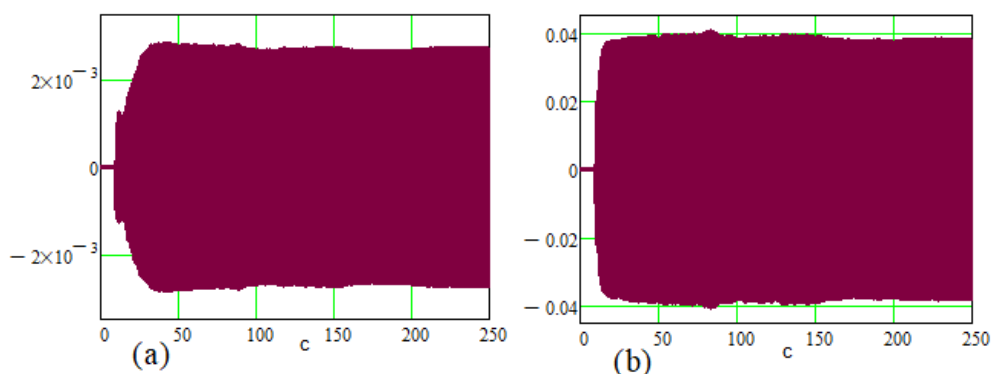


Рис. 3.90 Ошибки определения угловой скорости вибрации (рад/с) вокруг оси  $Z$  для (a) точных МИИБ и (b) грубых МИИБ

Как показано на рис. 3.89 – 3.90 угловая скорость вибрации вокруг оси  $Z$  вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,003$  рад/с для точных МИИБ и  $\pm 0,04$  рад/с для грубых МИИБ, т.е. примерно в 13 раз хуже, чем в случае точных.

Результаты моделирования показали, что полученная точность определения параметров вибрации является вполне приемлемой по всем исследованным параметрам. При этом в случае использования «точных» МИИБ итоговые ошибки определения параметров вибрации оказываются примерно на порядок меньше, чем в случае использования «грубых» МИИБ. В большинстве случаев ошибки включают значительную или преобладающую вибрационную переменную составляющую на частоте вибрации, однако ошибки виброперемещения по оси  $X$  и угловой вибрации по  $\psi_K$  содержат особенно заметные статические составляющие, связанные прежде всего с значительными ошибками начальной выставки АКОИ1, 2 по параметрам ориентации.

Кроме того, проведенное имитационное моделирование показало, что аналогичные результаты имеют место в исследованном диапазоне частот линейных и угловых вибраций в пределах долей – первых единиц Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости и единиц градусов для углов вибрации. Результаты не зависят от долготы и мало зависят от географической широты, абсолютной высоты места стоянки, ориентации самолета в азимуте, вариаций небольших стояночных углов крена и тангажа. Также результаты принципиально не меняются при варьировании точности ДП и ИН в диапазоне первых единиц – долей см, а также НК в пределах

единиц м. При этом точность НК практически не сказывается на точности определения параметров вибрации. Исследованные случаи использования МИИБ промежуточной точности между подробно рассмотренными вариантами «точных» и «грубых» датчиков показали, что получаемые точностные характеристики также принципиально не отличаются и занимают промежуточное положение между вариантами представленных результатов.

### **3.4 Исследование точностных характеристик СИПВ в условиях полета по маршруту при низкочастотной вибрации**

Для исследования точностных характеристик работы СИПВ в условиях полета ЛА по маршруту в рамках выполненного имитационного моделирования анализировались случаи движения по локсодромии с постоянной путевой и нулевой вертикальной скоростью, с неизменной ориентацией относительно сопровождающей ГСК. Рассматривались случаи полета в северном, восточном и северо-восточном направлениях с различными начальными координатами, значениями путевого угла и курса, с путевой скоростью в пределах 100 – 300 м/с, на высоте в пределах 3000 – 10000 м и при небольших углах тангажа и крена на уровне единиц град. Как в случае стоянки исследовалось влияние гармонической линейной и угловой вибрации крыла по всем осям ССК с частотой порядка долей – первых единиц Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости и единиц градусов для углов вибрации. В рассмотрение принимались ДП и ИН с точностью на уровне единиц – долей см, НК с точностью определения координат на уровне единиц м, исследовались случаи использования МИИБ ограниченной точности с погрешностями в диапазонах от более 0,01 м/с<sup>2</sup> до менее 0,001 м/с<sup>2</sup> и от более 1 °/час до менее 0,1 °/час.

Исследование показало, что в условиях полета по маршруту СИПВ демонстрирует аналогичные или несколько лучшие точностные характеристики, чем в рассмотренных выше условиях стоянки. Большинство соответствующих графиков выглядят похоже или почти также, как и в случае стоянки. При этом по некоторым параметрам остаточные ошибки или ошибки оценивания оказываются



несколько меньше, причем тем меньше, чем больше путевая скорость ЛА. В той или иной степени это относится, ко всем параметрам АКОИ1, 2 СИПВ, в наибольшей степени – к углам ухода БСК и систематическим погрешностям гироскопов, в наименьшей – к погрешностям определения радиус-вектора и относительной скорости, ошибкам ИН и ДП. При этом точность определения СИПВ практически всех параметров вибрации меняется мало по сравнению со случаем стоянки. В этой связи ограничимся лишь графиками (рис. 3.91), демонстрирующими ошибки определения параметров вибрации СИПВ с «точными» МИИБ в условиях полета по маршруту.

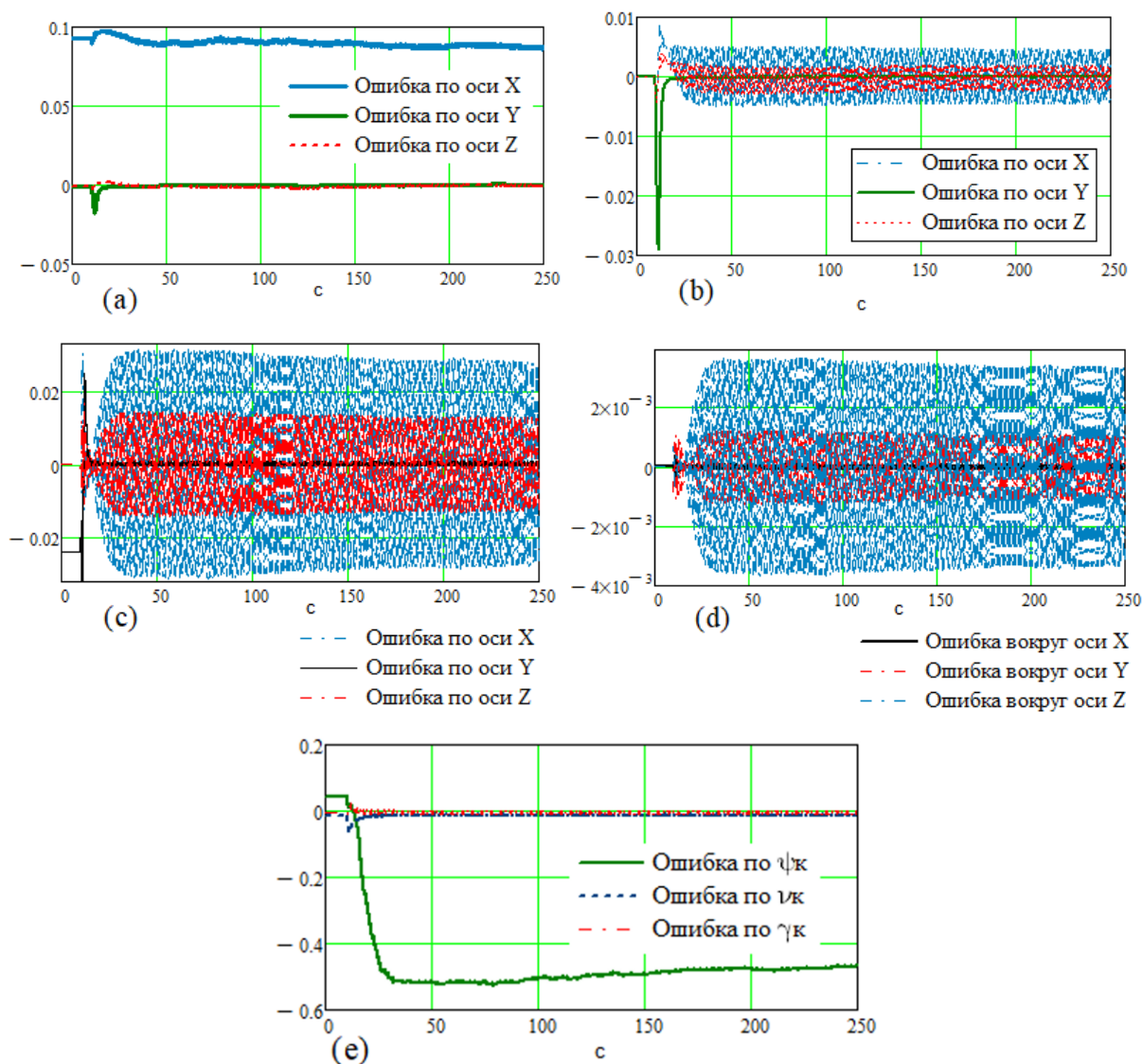


Рис. 3.91 Ошибки определения проекций (а) виброперемещения (м), (б) виброскорости (м/с), (с) виброускорения (м/с<sup>2</sup>), (д) угловой скорости вибрации (рад/с), а также (е) угловой вибрации (град)

На рис. 3.91 приведены ошибки определения СИПВ параметров вибрации, соответствующие случаю, когда частота и амплитуды проекций виброскорости и углов вибрации – как в случае стоянки. Географическая широта точки начала маршрута  $50^\circ$ , долгота  $33^\circ$ , высота 3000 м, восточная проекции относительной скорости 100 м/с, остальные проекции относительной скорости, тангаж и крен – нулевые, курс  $90^\circ$ , остальные параметры – как в случае стоянки. Как показано на рисунке: виброперемещение по оси  $X$  и угловая вибрация по  $\psi_K$  вычисляются с большими погрешностями до 0,9 м и  $-0,5$  град соответственно, что, как и в случае стоянки связано с значительными ошибками начальной выставки по параметрам ориентации. Однако по осям  $Y$  и  $Z$  погрешности виброперемещений на много меньше, и они лежат в пределах  $\pm 2$  мм, ошибки по  $\nu_K$  и  $\gamma_K$  также невелики до  $-0,01$  –  $0,002$  град. Виброскорости вычисляются с погрешностью до  $\pm 0,005$  м/с, виброускорения до  $\pm 0,003$  м/с<sup>2</sup>, угловые скорости вибрации до  $\pm 0,0035$  рад/с, что является вполне приемлемыми значениями. Очевидно, что продемонстрированные результаты работы аналогичны случаю стоянки (см. 3.3.2).

### **3.5 Исследование точностных характеристик СИПВ в условиях манёвренного полета при низкочастотной вибрации**

Для исследования точностных характеристик работы СИПВ в условиях динамично движущегося ЛА в рамках выполненного имитационного моделирования анализировались случаи манёвренного полета с разными начальными географической широтой и долготой, начальной высотой до 3000 м, с переменными проекциями относительной скорости и с переменной ориентацией ЛА относительно сопровождающей ГСК. Рассматривались случаи полета, когда путевая и вертикальная скорости включали постоянные (до 25 м/с), линейно нарастающие (ускорение до 3 м/с<sup>2</sup>) и гармонические (амплитуда до 10 м/с, частота до 0,1 Гц) составляющие; углы ориентации – постоянные (произвольный курс, единицы град – тангаж, крен) и гармонические составляющие (амплитуда до  $45^\circ$ ,

частота до 0,1 Гц). Как в случае стоянки и полета по маршруту исследовалось влияние гармонической линейной и угловой вибрации крыла по всем осям ССК с частотой порядка долей – первых единиц Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости и единиц градусов для углов вибрации. В рассмотрение принимались ДП и ИН с точностью на уровне единиц – долей см, НК с точностью определения координат на уровне единиц м, исследовались случаи использования МИИБ ограниченной точности с погрешностями в диапазонах от более 0,01 м/с<sup>2</sup> до менее 0,001 м/с<sup>2</sup> и от более 1 °/час до менее 0,1 °/час.

Исследование показало, что в условиях манёвренного полета АКОИ СИПВ и СИПВ в целом демонстрируют лучшие или аналогичные точностные характеристики, чем в рассмотренных выше условиях стоянки и полета по маршруту, хотя по отдельным параметрам итоговая точность может и уменьшаться. При этом точность СИПВ увеличивается с ростом динамики ЛА как в части его угловых, так и линейных движений.

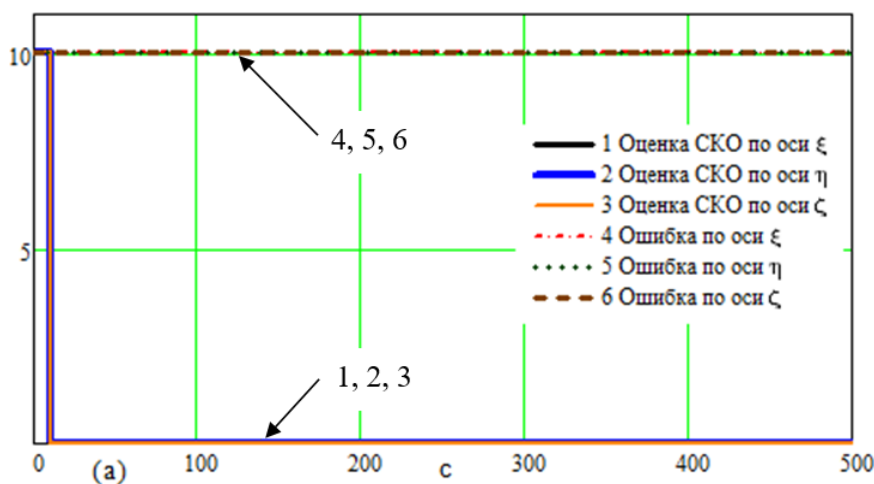
По аналогии с предыдущими случаями, ниже приведены результаты моделирования, соответствующие случаю, когда частота вибраций составляла 1 Гц с амплитудами на уровне 0,6 м/с, 1 м/с, 0,3 м/с для проекций виброскорости на оси ССК и 3°, 2°, 4° для углов вибрации ( $\psi_K$ ,  $\upsilon_K$ ,  $\gamma_K$ ). Используется «точный» МИИБ, у которого систематическая и СКО случайных составляющих погрешностей БГ и БА выбраны на уровне 0,1 °/час, 0,001 м/с<sup>2</sup> соответственно, а погрешность их масштабных коэффициентов на уровне 0,001; систематическая погрешности НК – 10 м; систематическая и СКО случайных составляющих погрешностей ДП – 0,01 м, ИН – 0,01 м; погрешности начальной выставки по параметрам навигации 10 м, 0 м/с. Расстояние от НК до МИИБ1 и МИИБ2 по-прежнему 1,1 м и 10,2 м (длина крыла 9,1 м).

В рамках моделирования выбрано: начальные долгота – 60°, географическая широта – 40°, высота – 150 м; постоянные составляющие восточной, северной и вертикальной проекций относительной скорости – -13,68 м/с, -2,41 м/с, 3 м/с

соответственно; гармонические составляющие восточной, северной и вертикальной проекций скорости – амплитуды 5,55 м/с, 6,94 м/с, 2 м/с, частоты 0,03 Гц, 0,04 Гц, 0,01 Гц соответственно; восточная, северная и вертикальная проекции относительного ускорения –  $-0,98 \text{ м/с}^2$ ,  $-0,17 \text{ м/с}^2$ ,  $0,2 \text{ м/с}^2$ ; начальный угол курса –  $260^\circ$ ; начальные углы тангажа и крена – нулевые; гармонические составляющие углов курса, тангажа, крена – амплитуды  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ , частоты 0,035 Гц, 0,0125 Гц, 0,025 Гц и соответственно.

### 3.5.1 Исследование точностных характеристик работы АКОИ1, 2 СИПВ

Для исследования точностных характеристик замкнуто-разомкнутых АКОИ1 и АКОИ2 СИПВ в условиях маневренного полета в ходе имитационного моделирования строятся графики, отражающие их остаточные ошибки и оценки их СКО при вычислении координат и проекций относительной скорости для случаев точных и грубых МИИБ. Кроме того, приводятся зависимости, отражающие ошибки оценивания погрешностей соответствующих акселерометров и гироскопов, ИН и ДП, а также углы ухода БСК и оценки их СКО.



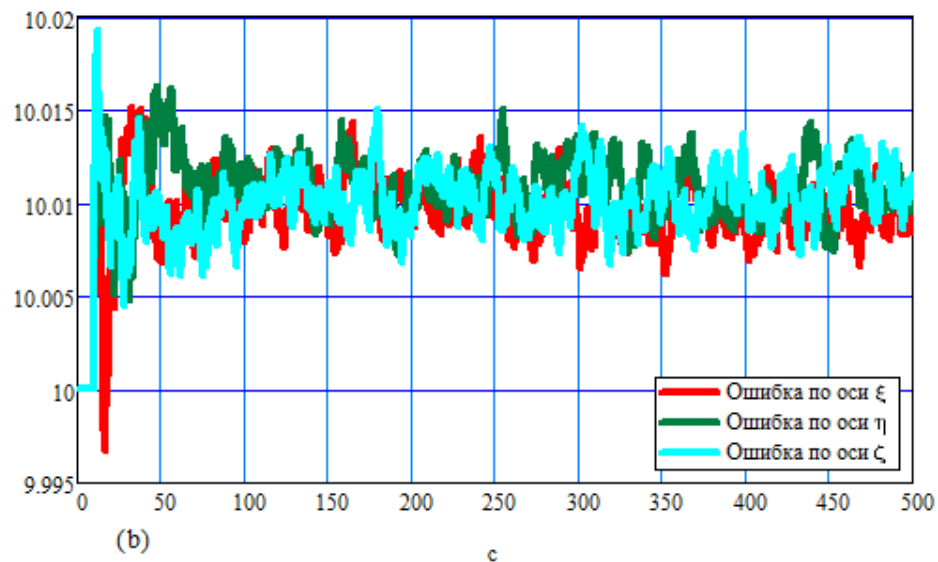


Рис. 3.92 Остаточные ошибки (м) определения проекций радиус-вектора в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ1: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

Из рис. 3.92 видно, что остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора для МИИБ1 при манёвренном полете по абсолютной величине составляют примерно 10,01 м, при амплитуде порядка 4 мм. При этом они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту.

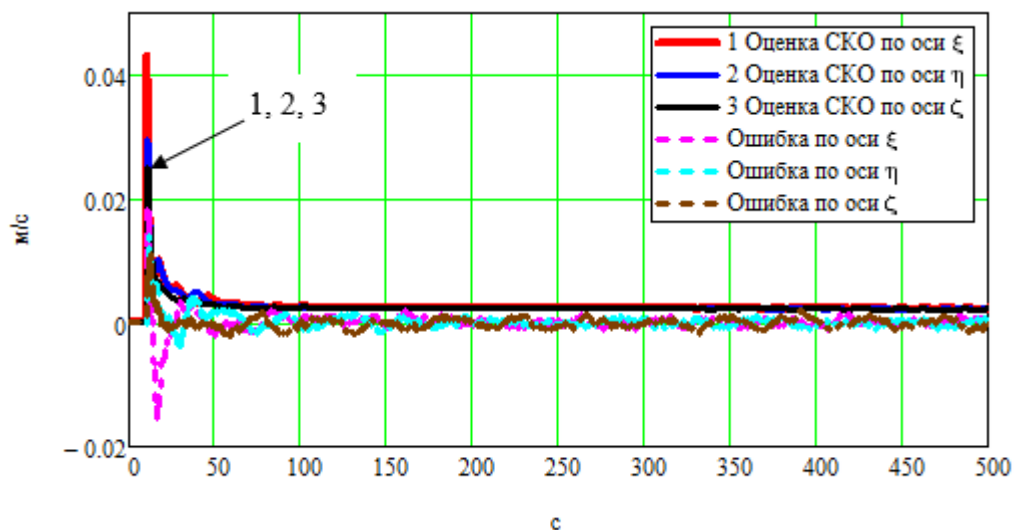


Рис. 3.93 Остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ1

Из рис. 3.93 видно, что остаточные ошибки определения проекций относительной скорости для МИИБ1 при манёвренном полете меньше, чем 0,004 м/с. При этом они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту.

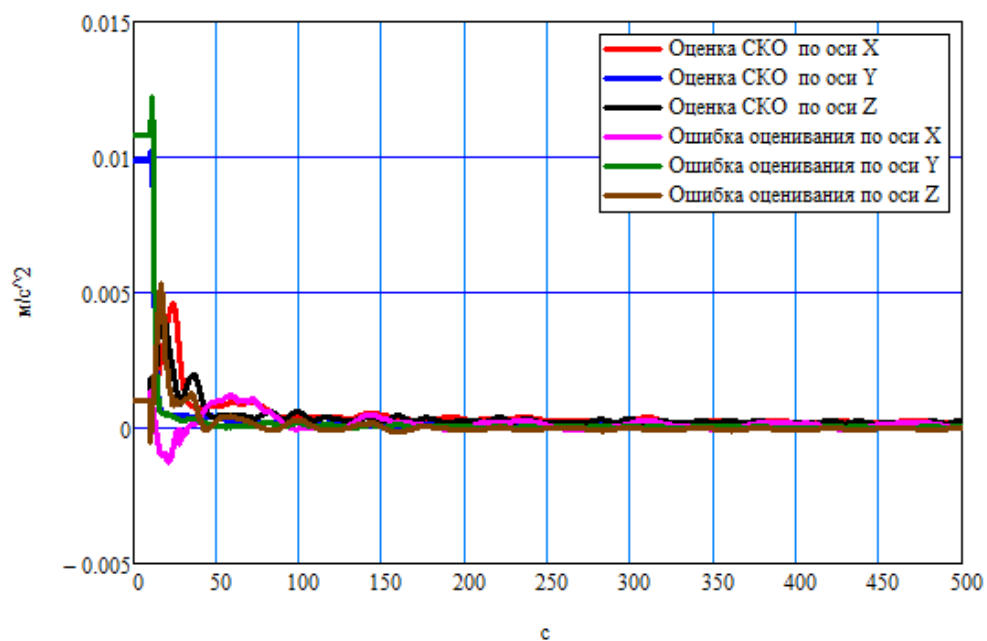


Рис. 3.94 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров МИИБ1 в ССК

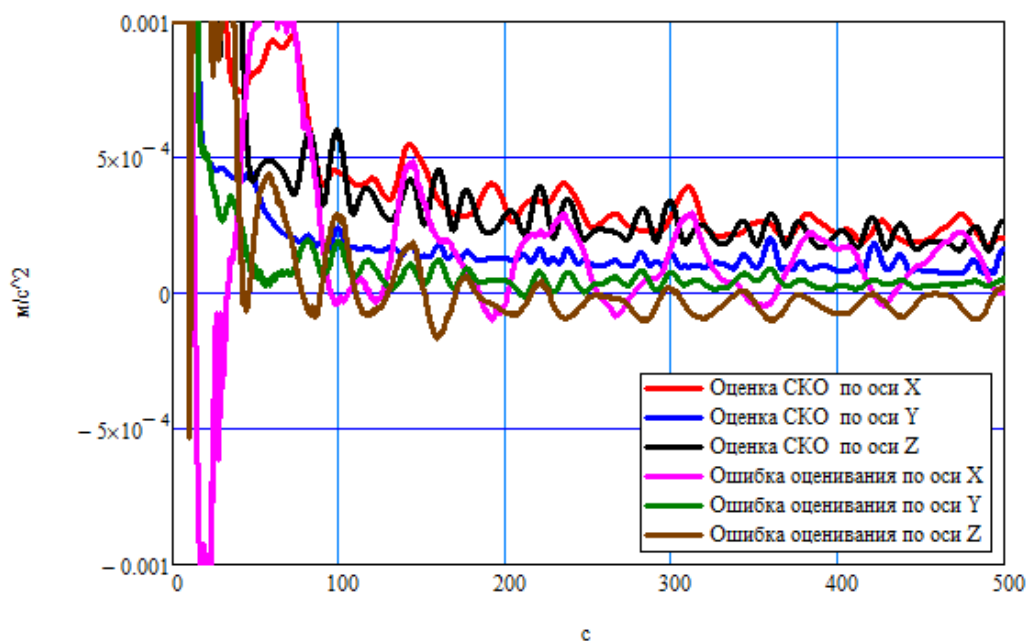


Рис. 3.95 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей акселерометров МИИБ1 в ССК (в укрупненном масштабе)

Из рис. 3.94, 3.95 видно, что в отличие от случаев стоянки и полета по маршруту полные систематические погрешности акселерометров МИИБ1 хорошо оцениваются по всем трем осям, что связано с ростом динамики ЛА. Кроме того, ошибки оценивания меньше  $0,0005 \text{ м/с}^2$ , это намного лучше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

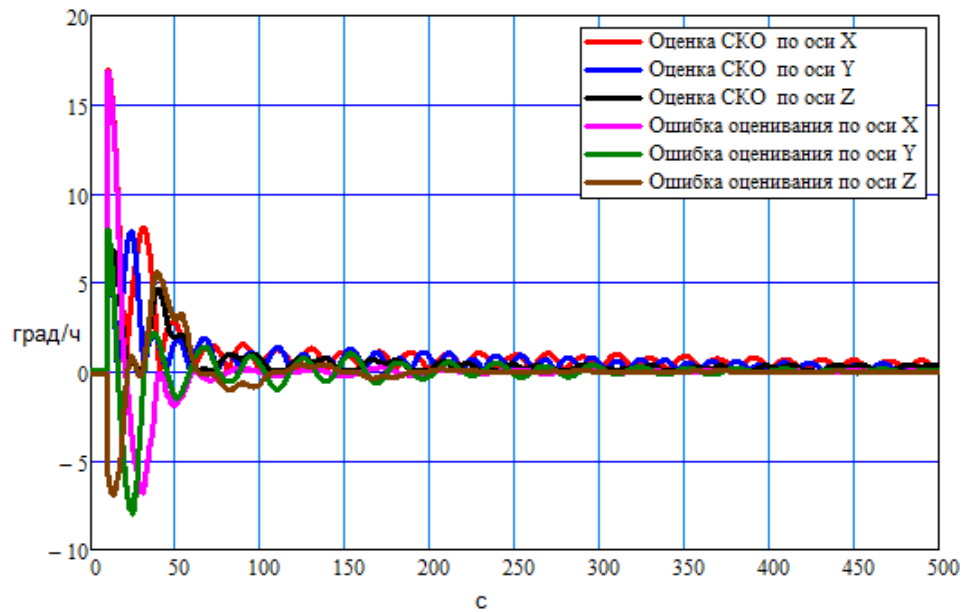


Рис. 3.96 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей гироскопов МИИБ1 в ССК

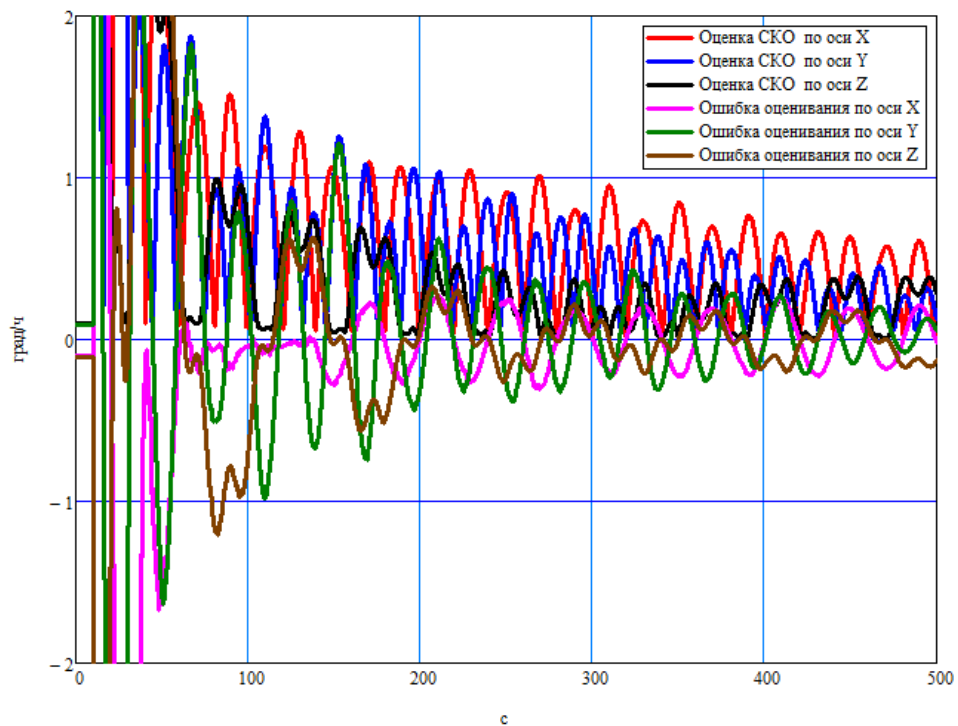


Рис. 3.97 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей гироскопов МИИБ1 в ССК (в укрупненном масштабе)

Из рис. 3.96, 3.97 видно, что в отличие от случаев стоянки и полета по маршруту полные систематические погрешности гироскопов МИИБ1 хорошо оцениваются по всем трем осям, что обусловлено ростом динамики ЛА. Кроме того, ошибки оценивания за время моделирования быстро снижаются по уровню

ориентировочно от 10 град/ч до 0,5 град/ч. Ошибки оценивания значительно больше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту, что связано с тем, что и сами ошибки БГ в данном случае намного больше из-за влияния ошибок масштабных коэффициентов в условиях значительной собственной угловой скорости.

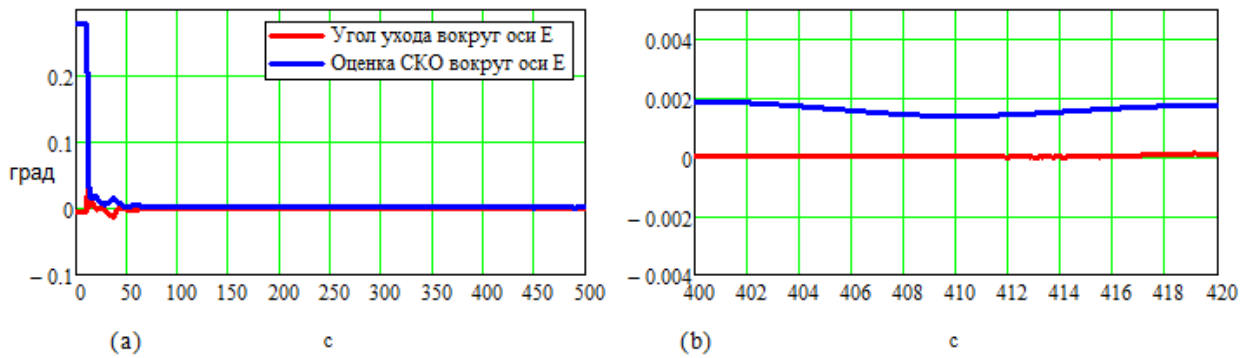


Рис. 3.98 Угол ухода БСК вокруг оси  $E$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1:  
(а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

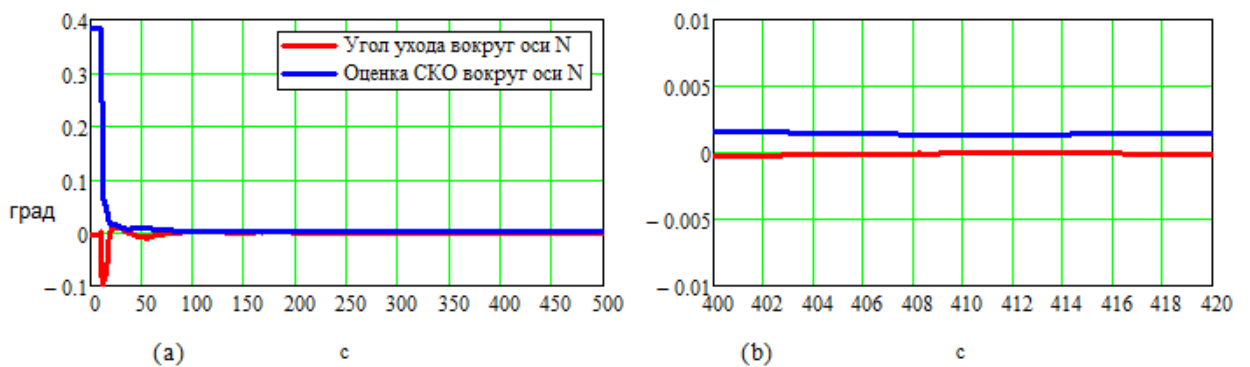


Рис. 3.99 Угол ухода БСК вокруг оси  $N$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

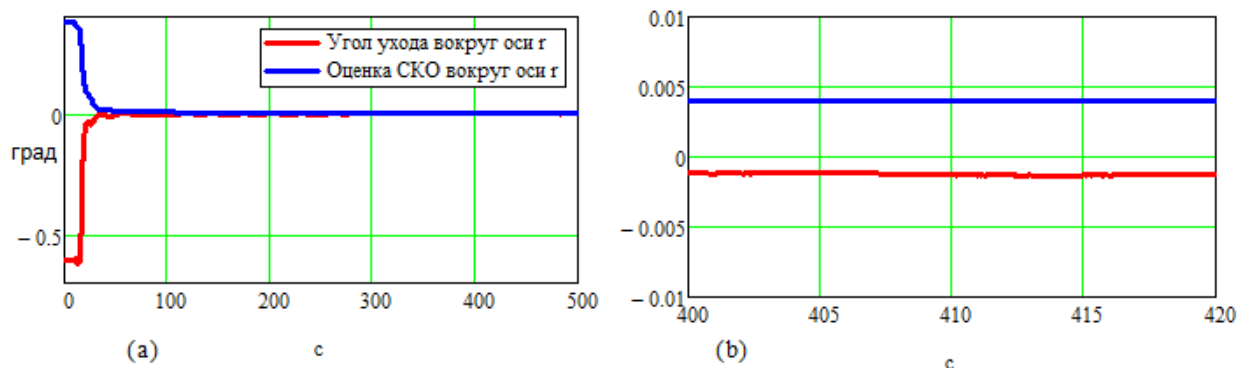


Рис. 3.100 Угол ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ1: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе



Из рис. 3.98 – 3.100 видно, что углы ухода БСК вокруг осей ГСК МИИБ1 хорошо откорректированы. При этом углы ухода БСК вокруг осей  $E$  и  $N$  не превышают 0,002 град, вокруг оси  $r$  – 0,004 град. Эти результаты намного лучше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

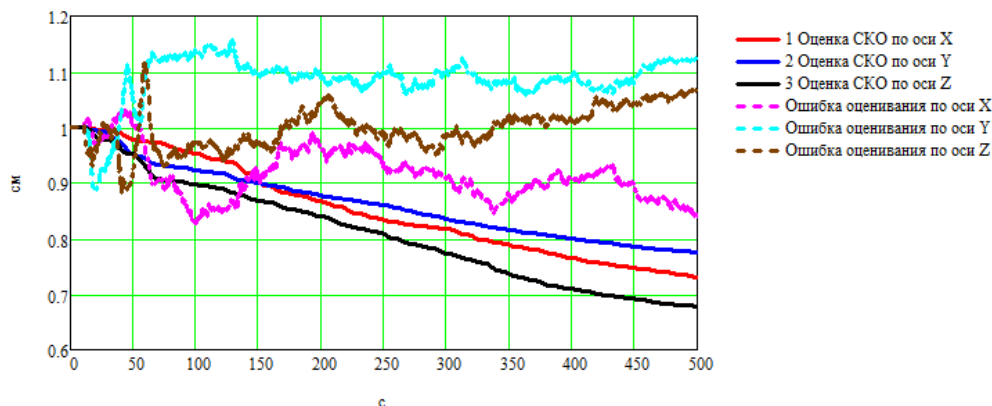
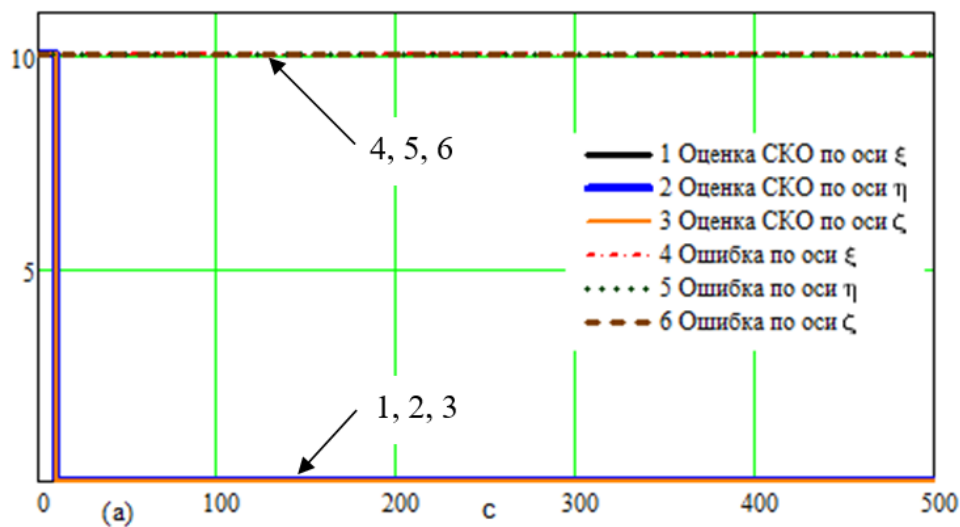


Рис. 3.101 Ошибки оценивания систематических погрешностей ИН в ССК и оценки их СКО

Из рис. 3.101 видно, что систематические погрешности ИН при манёвренном полете оцениваются плохо, ошибки оценивания аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту.



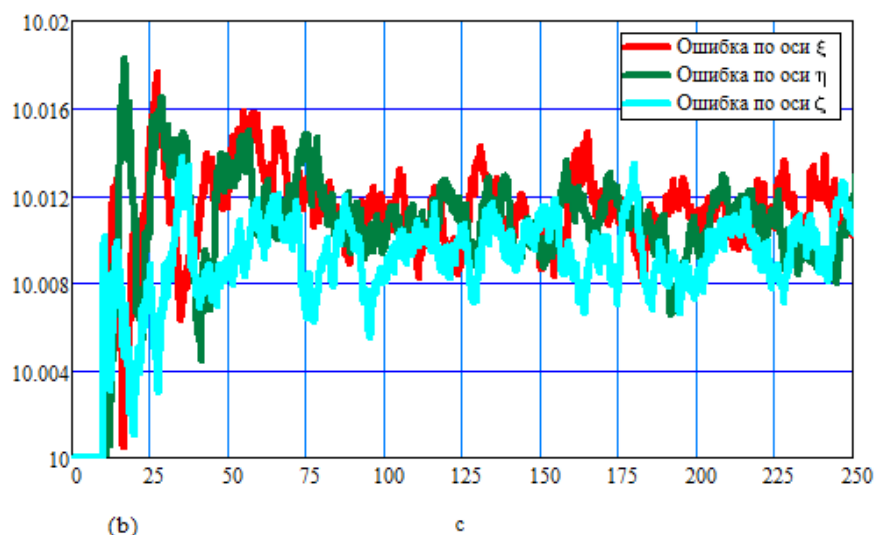


Рис. 3.102 Остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора (м) в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ2: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

Из рис. 3.102 видно, что остаточные ошибки определения проекций радиус-вектора для МИИБ2 при манёвренном полете по абсолютной величине составляют примерно 10,01 м, при амплитуде порядка 4 мм. При этом они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту.

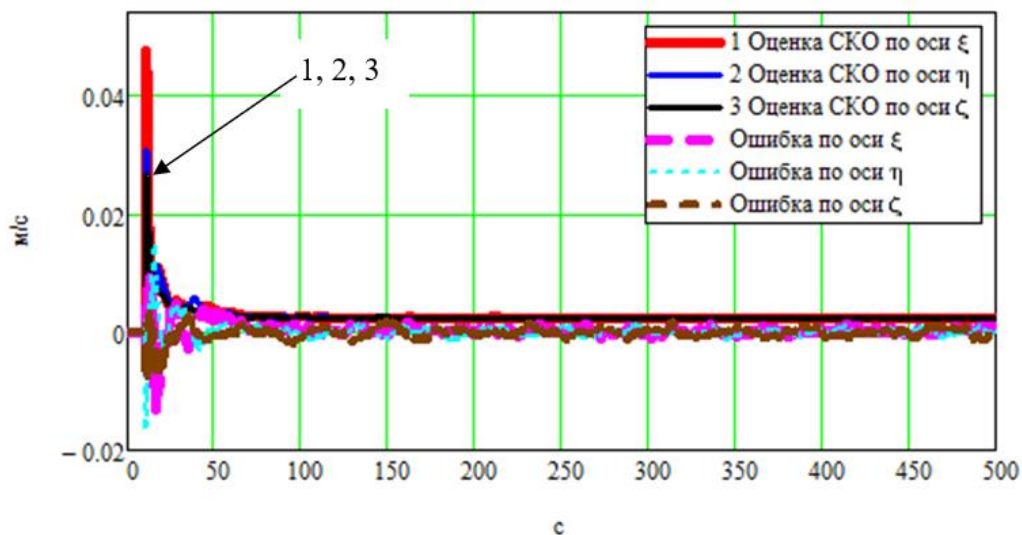


Рис. 3.103 Остаточные ошибки определения проекций относительной скорости в ЭСК и оценки их СКО для МИИБ2

Из рис. 3.103 видно, что остаточные ошибки определения проекций относительной скорости для МИИБ2 при манёвренном полете меньше, чем 0,004 м/с. При этом они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту.

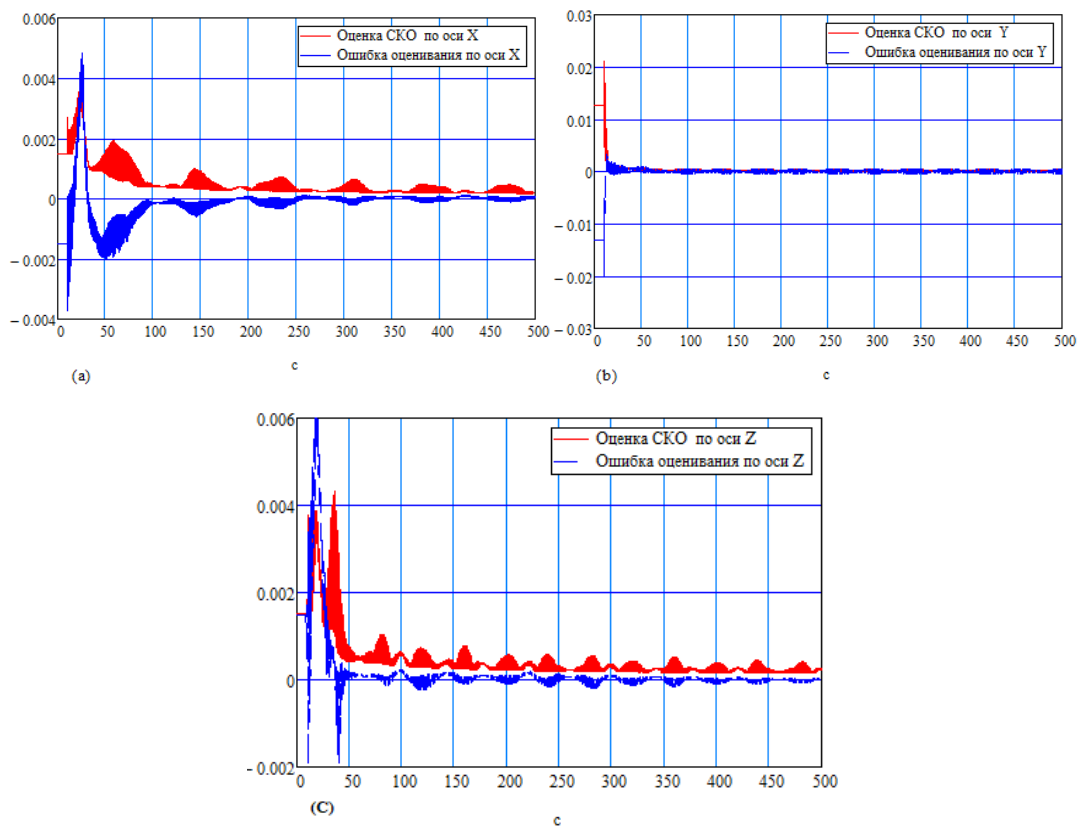
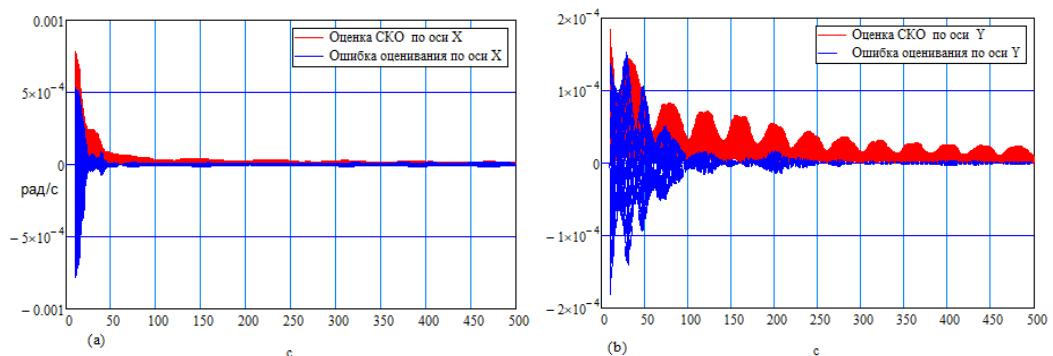


Рис. 3.104 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей ( $m/s^2$ ) акселерометров МИИБ2 в ССК: (а) по оси X; (б) по оси Y; (с) по оси Z

Из рис. 3.104 видно, что в отличие от случаев стоянки и полета по маршруту полные систематические погрешности акселерометров МИИБ2 оцениваются по всем трем осям, что обусловлено ростом динамики ЛА. Кроме того, ошибки оценивания меньше, чем  $0,001 m/s^2$  и это лучше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.



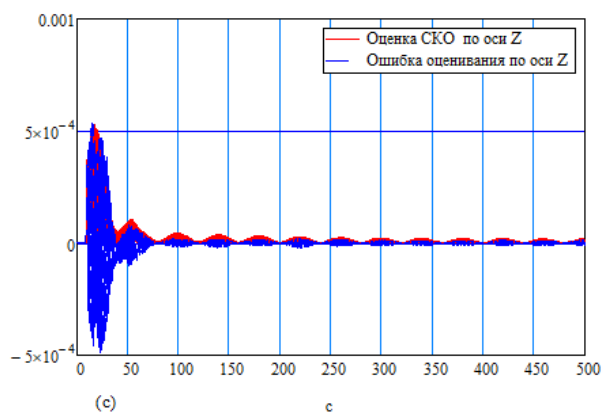


Рис. 3.105 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей (рад/с) гироскопов МИИБ2 в ССК: (а) по оси X; (б) по оси Y; (с) по оси Z

Из рис. 3.105 видно, что в отличие от случаев стоянки и полета по маршруту полные систематические погрешности гироскопов МИИБ2 оцениваются по всем осям, что обусловлено ростом динамики ЛА. Кроме того, ошибки оценивания меньше, чем 0,0001 рад/с и это лучше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

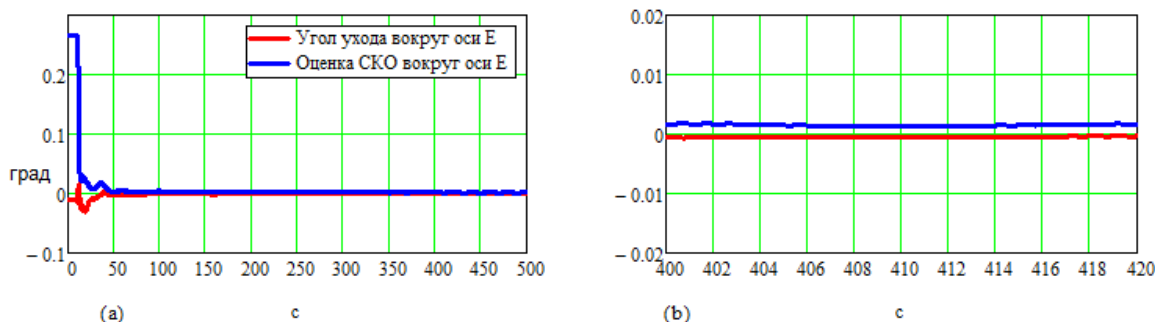


Рис. 3.106 Угол ухода БСК вокруг оси E в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

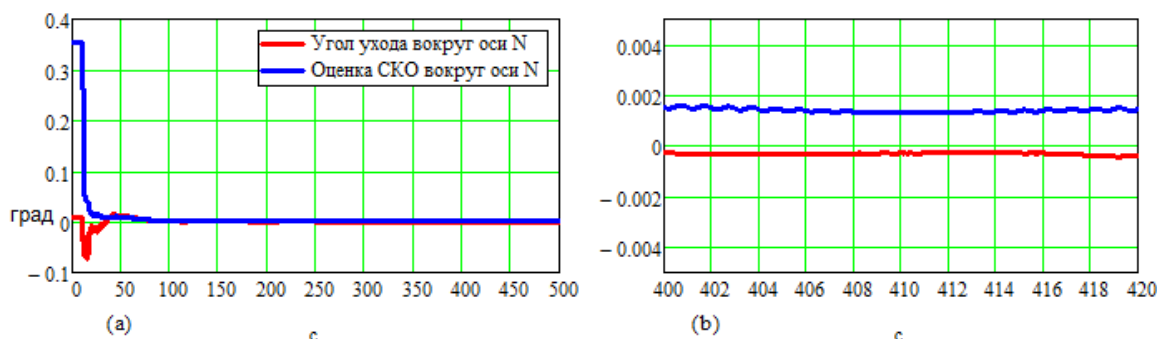


Рис. 3.107 Угол ухода БСК вокруг оси N в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

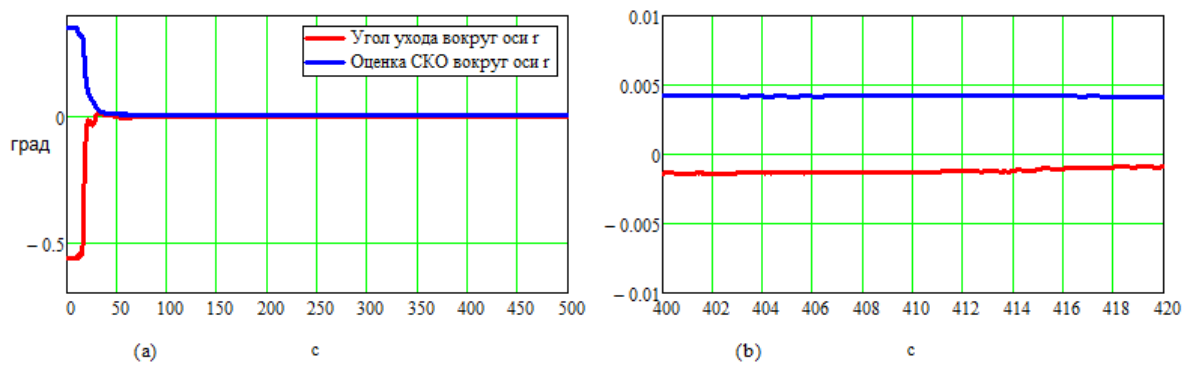


Рис. 3.108 Угол ухода БСК вокруг оси  $r$  в ГСК и оценка его СКО для МИИБ2: (а) в полном масштабе; (б) в укрупненном масштабе

Из рис. 3.106 – 3.108 видно, что углы ухода БСК вокруг осей ГСК МИИБ2 хорошо откорректированы. При этом углы ухода БСК вокруг осей  $E$  и  $N$  не превышают 0,002 град, вокруг оси  $r$  – 0,004 град. Эти результаты намного лучше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

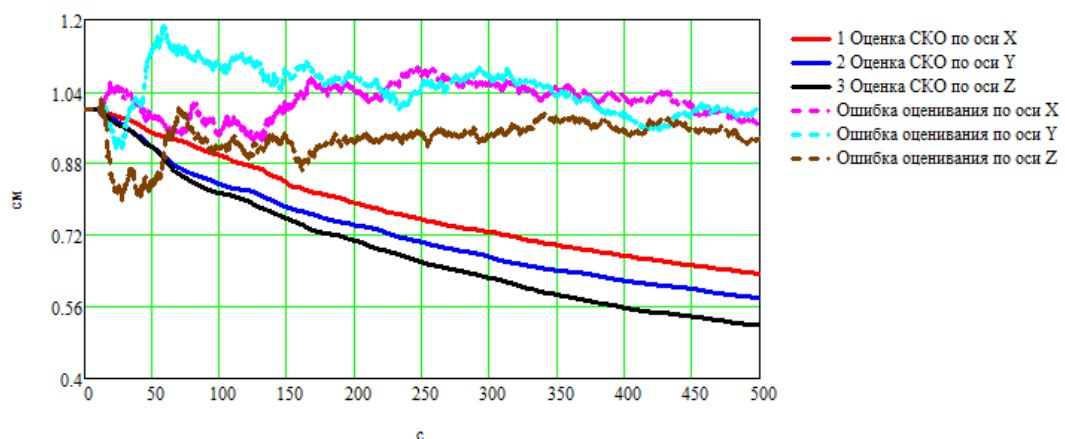


Рис. 3.109 Ошибки оценивания полных систематических погрешностей ДП в ССК и оценки их СКО

Из рис. 3.109 видно, что полные систематические погрешности ДП при маневренном полете оцениваются плохо, их ошибки оценивания аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту.

### 3.5.2 Исследование точностных характеристик вычисления параметров вибрации

Для исследования точностных характеристик СИПВ в ходе имитационного моделирования в рамках описанных выше условий строятся графики, отражающие ошибки определения параметров вибрации СИПВ.

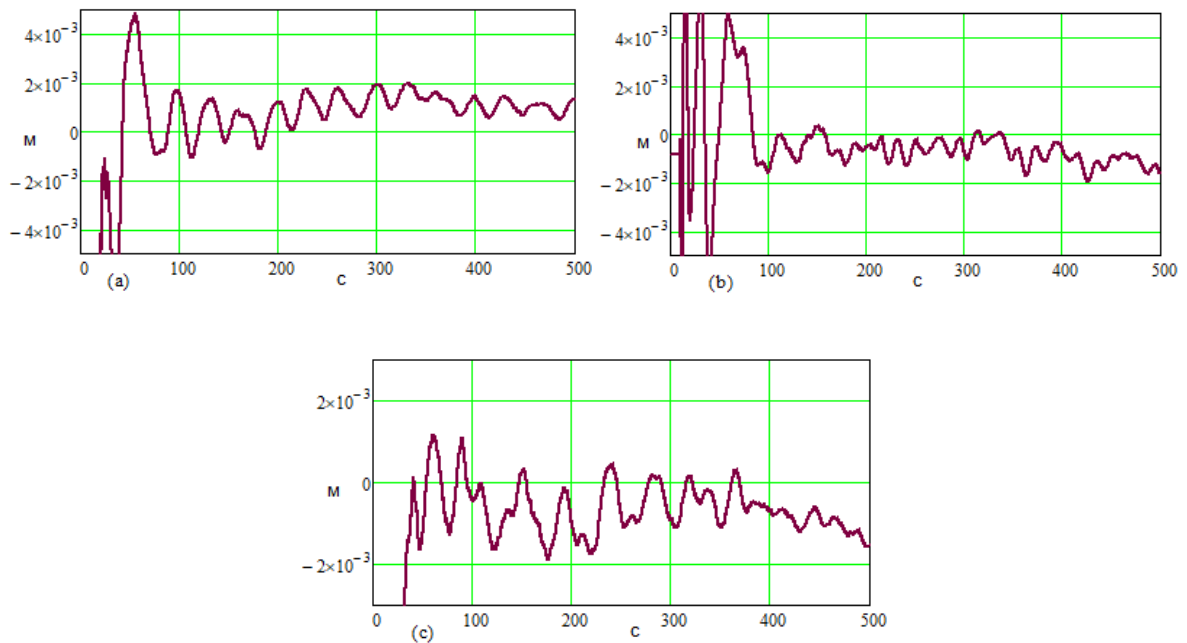


Рис. 3.110 Ошибки определения виброперемещения: (а) по оси  $X$ , (б) –  $Y$ , (с) –  $Z$

Как показано на рис. 3.110 виброперемещение вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,002$  м по всем трем осям. При этом погрешности по оси  $X$  меньше случаев стоянки и полета по маршруту, по оси  $Y, Z$  – аналогично.

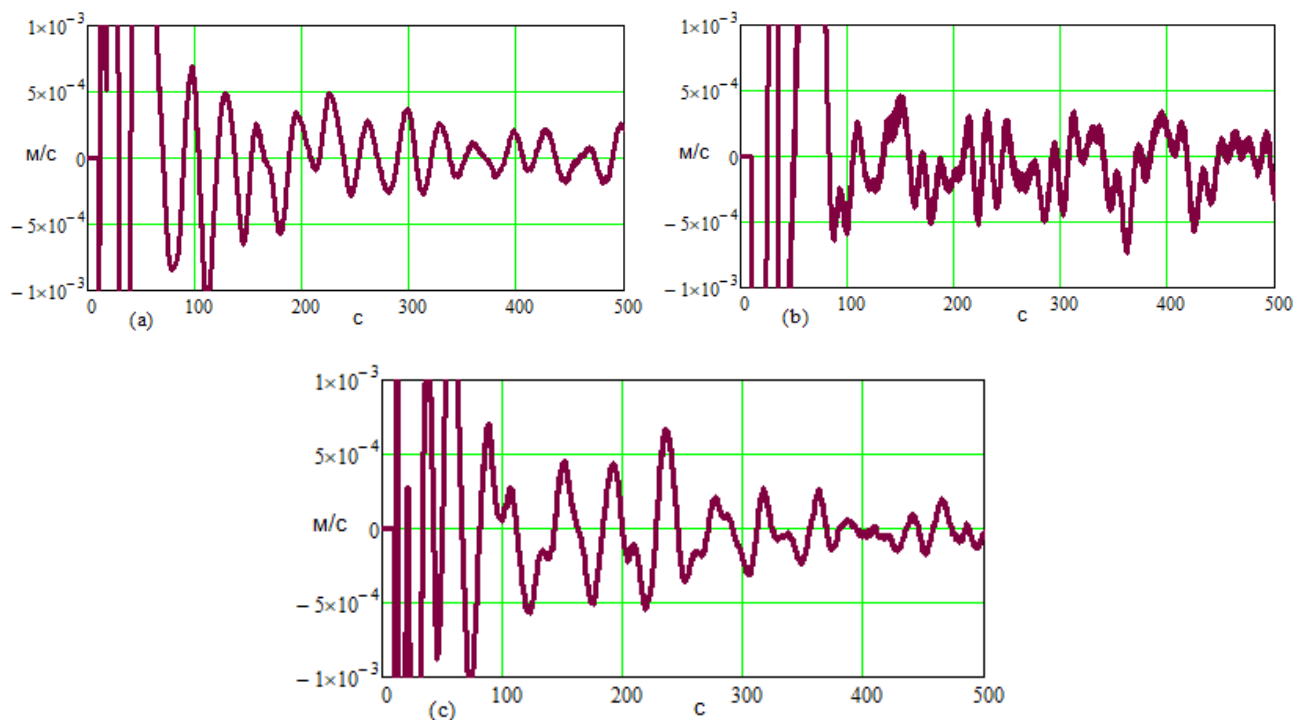


Рис. 3.111 Ошибки определения виброскорости: (а) по оси  $X$ , (б) –  $Y$ , (с) –  $Z$

Как показано на рис. 3.111 виброскорость вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,0006$  м/с по всем трем осям. При этом погрешности по осям  $X$  и  $Z$  меньше случаев стоянки и полета по маршруту, по оси  $Y$  – аналогично.

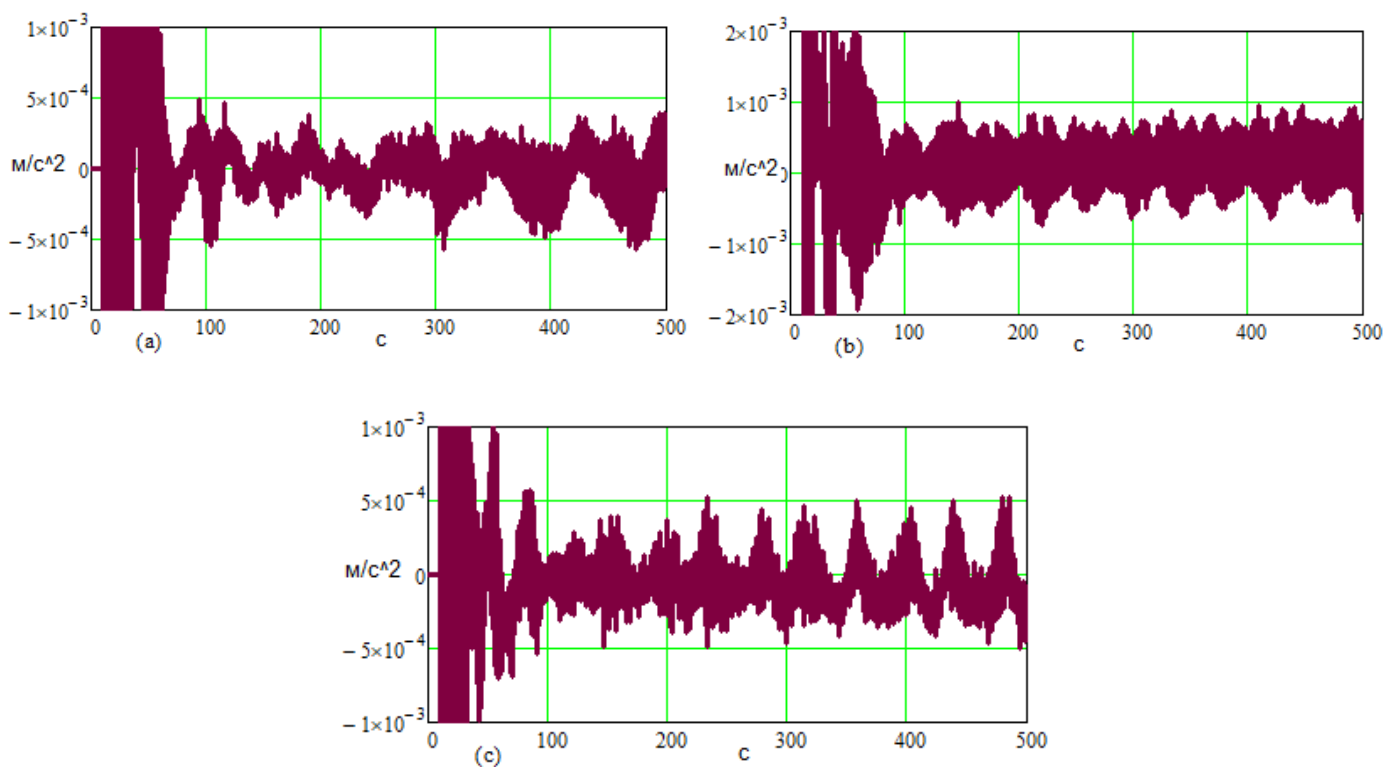


Рис. 3.112 Ошибки определения виброускорения: (а) по оси X, (b) – Y, (c) – Z

Как показано на рис. 3.112 виброускорение вычисляются с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,0005 - 0,001 \text{ м/с}^2$  по всем трем осям. При этом ошибки меньше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

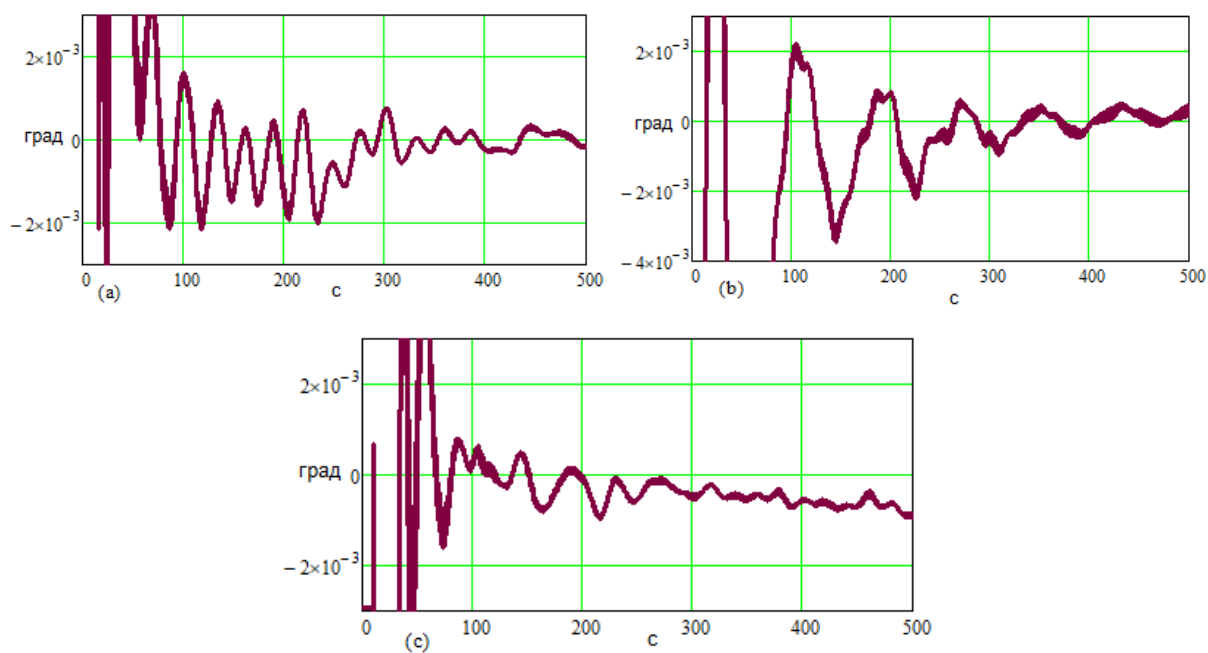


Рис. 3.113 Ошибки определения углов вибрации: (а) по  $\psi_K$ ; (b) по  $\nu_K$ ; (c) по  $\gamma_K$

Как показано на рис. 3.113 угловая вибрация вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,001 - 0,002$  град по всем трем осям. При этом ошибки меньше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

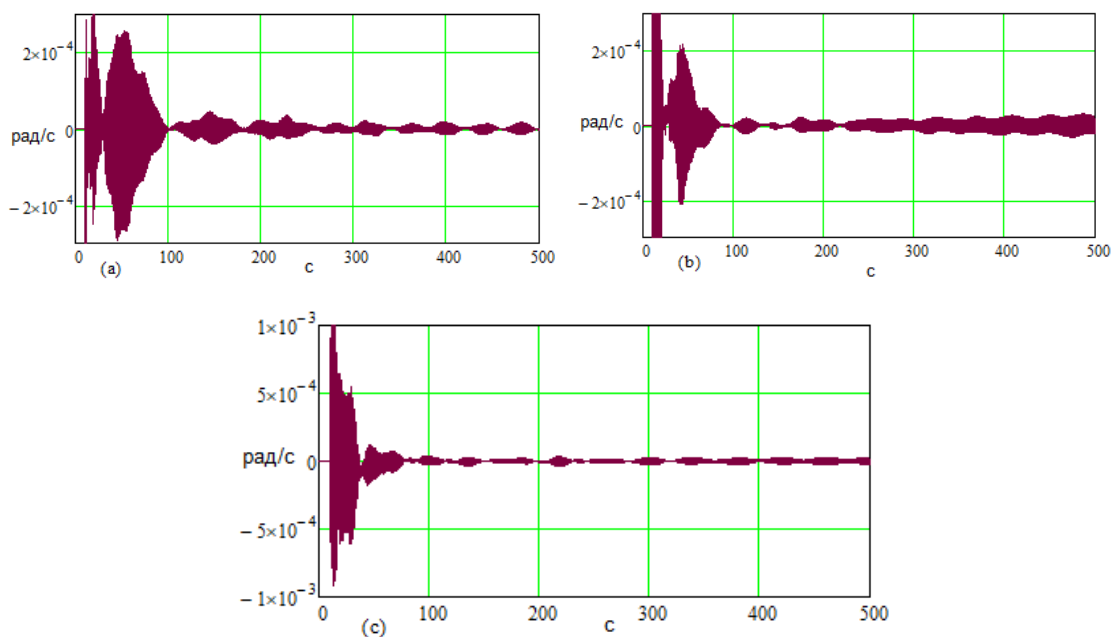


Рис. 3.114 Ошибки определения угловой скорости вибрации:

(а) вокруг оси X, (b) – Y, (c) – Z

Как показано на рис. 3.114 угловая скорость вибрации вычисляется с погрешностью меньше, чем  $\pm 0,00004$  рад/с по всем трем осям. При этом ошибки меньше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

Результаты моделирования показали, что полученная точность определения параметров вибрации в условиях маневренного полета является вполне достаточной по всем исследованным параметрам и она в целом значительно выше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту. При этом аналогично условиям стоянки и полета по маршруту в случае использования «точных» МИИБ итоговые ошибки определения параметров вибрации оказываются примерно на порядок меньше, чем в случае использования «грубых» МИИБ. В большинстве случаев ошибки включают некоторую вибрационную переменную составляющую на частоте вибрации, существенно меньшую, чем в случаях стоянки и полета по маршруту.

Кроме того, проведенное имитационное моделирование показало, что



аналогичные результаты имеют место в исследованном диапазоне частот линейных и угловых вибраций в пределах долей – первых единиц Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости и единиц градусов для углов вибрации. Результаты не зависят от долготы и мало зависят от начальной географической широты и абсолютной высоты, начальной ориентации самолета в азимуте, небольших начальных углов крена и тангажа. При этом увеличение динамики линейного и углового движения ЛА, связанное с ростом постоянных и переменных составляющих относительных ускорения и скорости, а также угловой скорости в целом приводит к улучшению точности работы СИПВ. Результаты принципиально не меняются при варьировании уровня погрешностей ДП и ИН в диапазоне первых единиц – долей см, а также НК в пределах единиц м. При этом точность НК практически не сказывается на точности определения параметров вибрации. Исследованные случаи использования МИИБ промежуточной точности между вариантами «точных» и «грубых» датчиков показали, что получаемые точностные характеристики также принципиально не отличаются и занимают промежуточное положение между ними.

### **3.6 Исследование точностных характеристик СИПВ при измерении вибрации на средних и высоких частотах**

Собственные частоты вибраций крыльев самолетов обычно меняются в зависимости от их конструкции и материалов, частоты вибраций сильно зависят от внешних воздействий различного характера. При этом они могут лежать в широком диапазоне, захватывая область относительно высоких частот. Таким образом, чтобы подтвердить работоспособность СИПВ в разных условиях работы, необходимо привести результаты имитационного моделирования работы СИПВ в условиях вибраций на средних и высоких частотах.

В рамках исследования по прежнему использовалась программа имитационного моделирования, в которой по аналогии с вышеописанным анализировались случаи стоянки, полёта по маршруту и маневренного полета самолета. При этом частоты линейной и угловой вибраций крыла по всем осям

ССК составляли величины в пределах единиц – первых сотен Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости, и десятых – сотых долей градусов для углов вибрации соответственно.

В частности, ниже приведены результаты моделирования, соответствующие случаю, когда частота вибраций составляла 10 Гц (см. 3.6.1) и 100 Гц (см. 3.6.2) с амплитудами на уровне 0,6 м/с, 1 м/с, 0,3 м/с для проекций виброскорости на оси ССК, а также 0,3°, 0,2°, 0,4° (в случае 10 Гц) и 0,03°, 0,02°, 0,04° (в случае 100 Гц) для углов вибрации ( $\psi_k$ ,  $\upsilon_k$ ,  $\gamma_k$ ). Остальные параметры моделирования соответствуют случаям стоянки, полета по маршруту и маневренного полета при частоте вибрации в 1 Гц (см. 3.3 – 3.5).

При этом имитационное моделирование показало, что точностные характеристики АКОИ1, 2 по сравнению со случаем низкочастотной вибрации в целом меняются не существенно и в основном это проявляется в части влияния на вычисленные параметры составляющих погрешностей на частоте вибрации. В этой связи ниже представлены лишь результаты исследования точностных характеристик вычисления параметров вибрации крыла.

### **3.6.1 Исследование точностных характеристик СИПВ при вибрации с частотой 10 Гц**

Для исследования точностных характеристик СИПВ в ходе имитационного моделирования в рамках описанных выше условий строятся графики, отражающие ошибки определения параметров вибрации СИПВ.

Поскольку для случаев стоянки и полета по маршруту результаты отличаются мало, то ниже ограничимся графиками ошибок определения параметров вибрации только для случая стоянки. В качестве примера на рис. 3.115 приведены графики заданных и вычисленных виброперемещения, виброскорости и виброускорения по оси  $Y$ , и также угловой вибрации по  $\gamma_k$  и угловой скорости вибрации вокруг оси  $X$ .

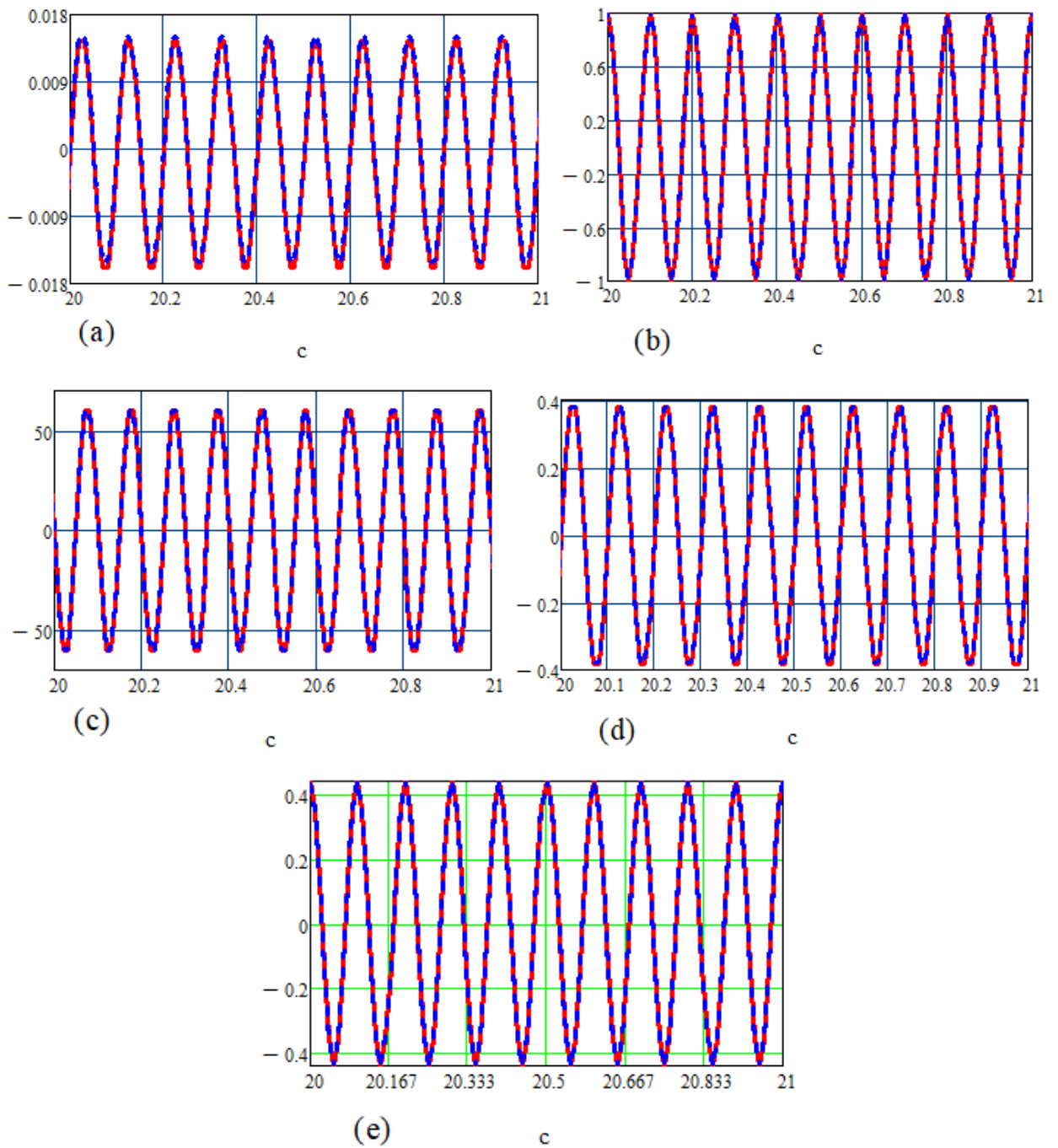


Рис. 3.115 Заданные (--) и вычисленные (—): (a) виброперемещение (м), (b) виброскорость (м/с), (c) виброускорение (м/с<sup>2</sup>) по оси Y; (d) угловая вибрация по  $\gamma_k$  (град); (e) угловая скорость вибрация (рад/с) вокруг оси X

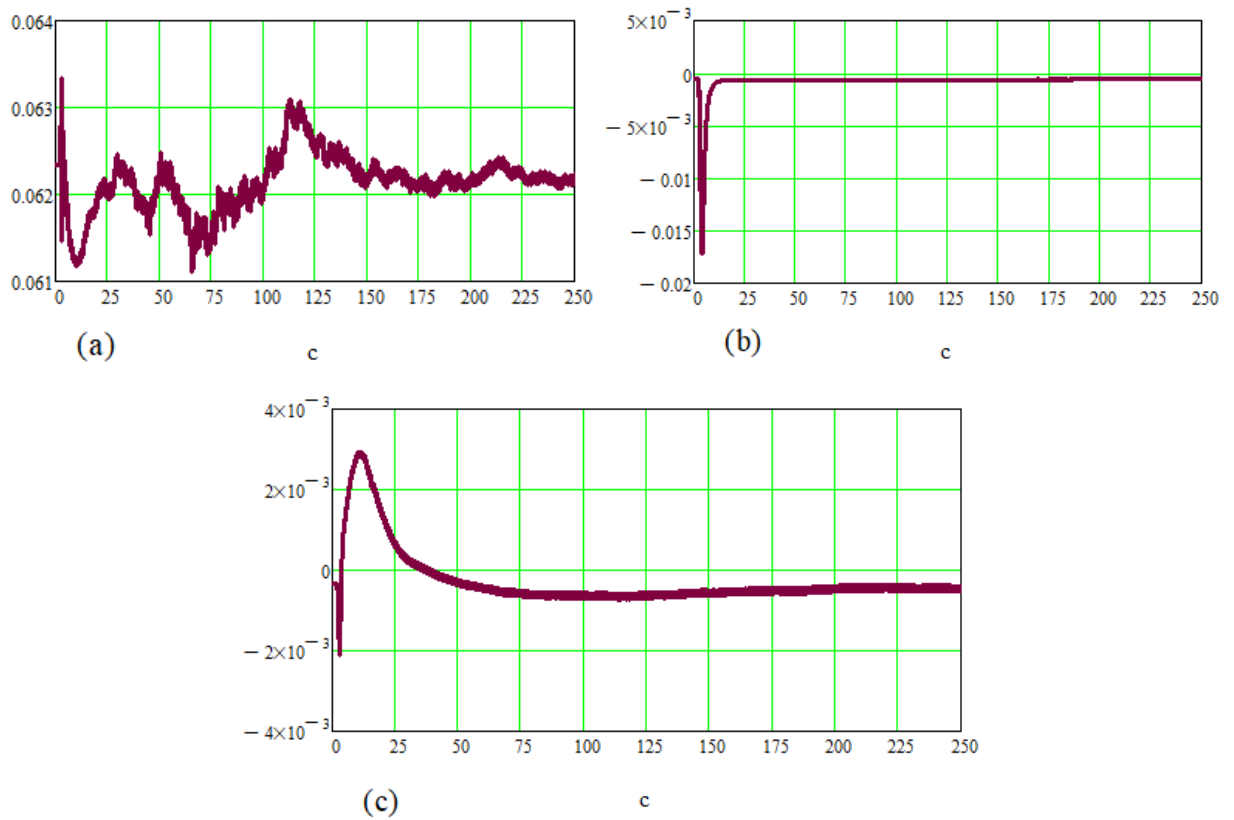
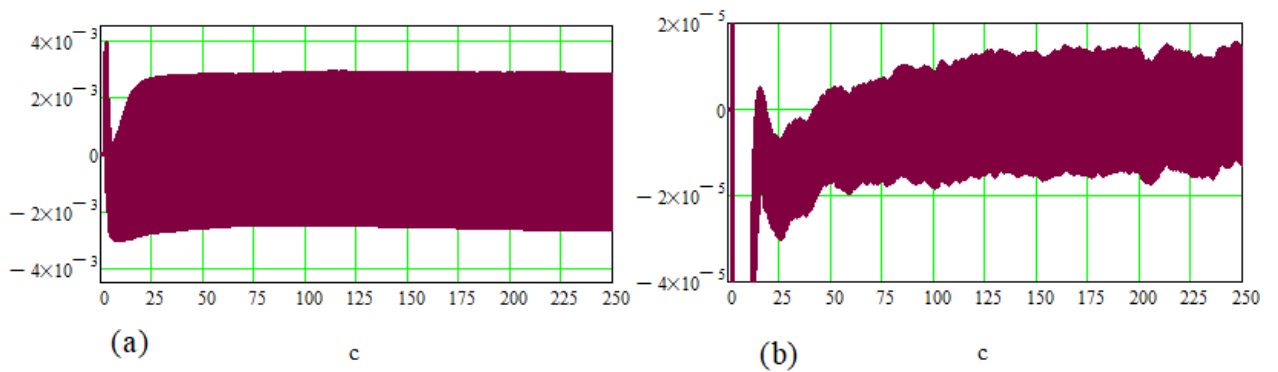


Рис. 3.116 Ошибки определения виброперемещения (м): (а) по оси  $X$ , (б) –  $Y$ , (с) –  $Z$

Как показано на рис. 3.116 виброперемещения вычисляются с погрешностью 0,063 м по оси  $X$ ; 0,0005 м по осям  $Y$  и  $Z$ . При этом они меньше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту для 1 Гц.



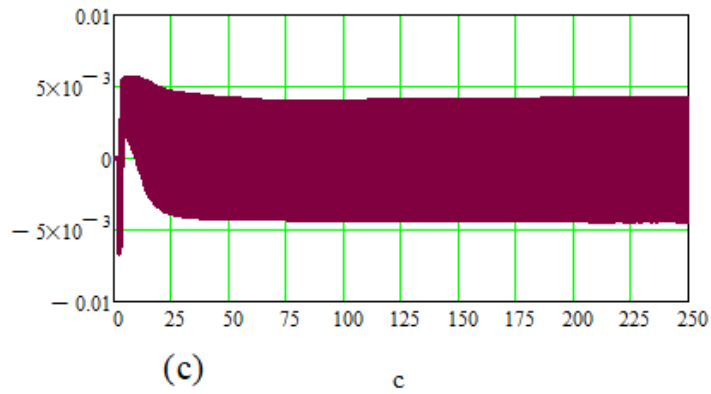


Рис. 3.117 Ошибки определения виброскорости (м/с): (а) по оси X, (b) – Y, (c) – Z

Как показано на рис. 3.117 виброскорости вычисляются с погрешностью  $\pm 0,003$  м/с по оси X;  $\pm 0,00002$  м/с по оси Y и  $\pm 0,004$  м/с по оси Z. При этом по осям X и Z они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц, а по оси Y лучше их.

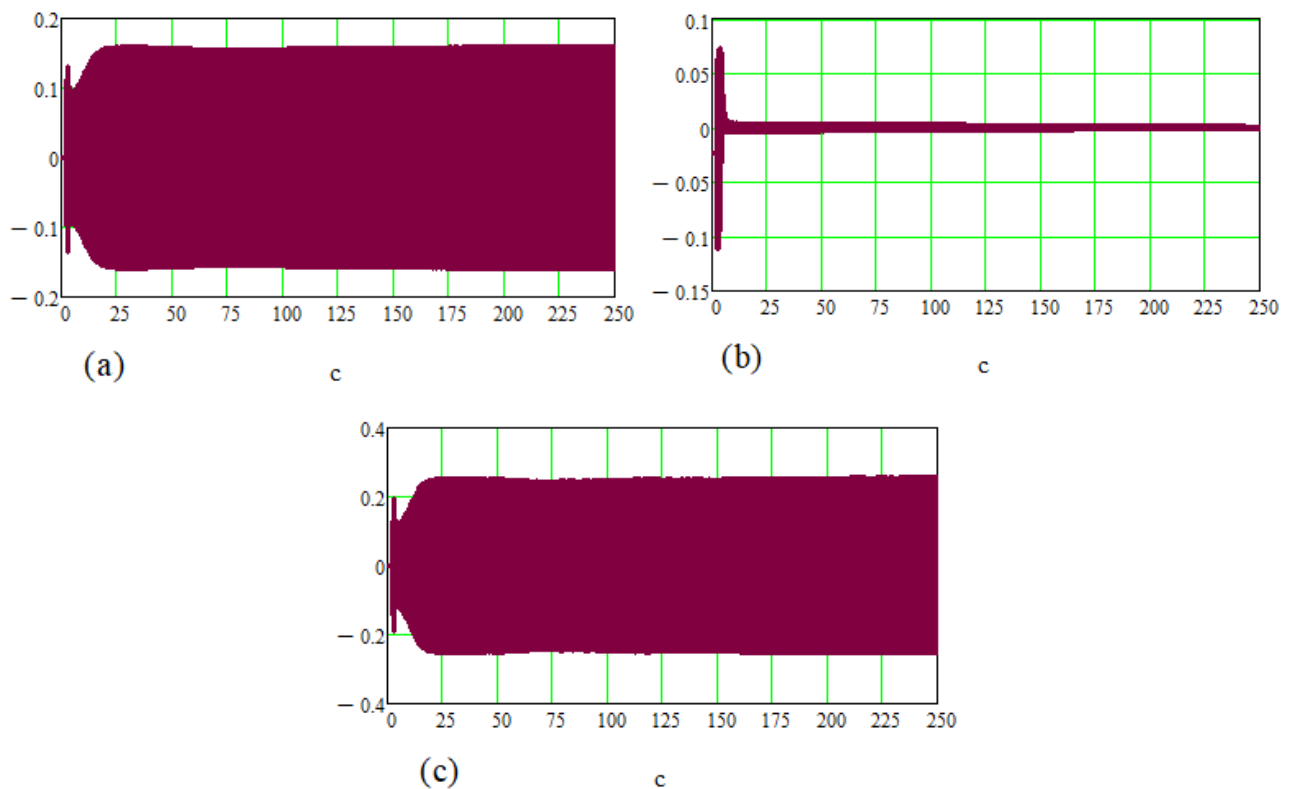


Рис. 3.118 Ошибки определения виброускорения (м/с<sup>2</sup>): (а) по оси X, (b) – Y, (c) – Z

Как показано на рис. 3.118 виброускорения вычисляются с погрешностью  $\pm 0,16$  м/с<sup>2</sup> по оси X;  $\pm 0,001$  м/с<sup>2</sup> по оси Y и;  $\pm 0,25$  м/с<sup>2</sup> по оси Z. При этом они хуже случаев стоянки и полета по маршруту для 1 Гц.

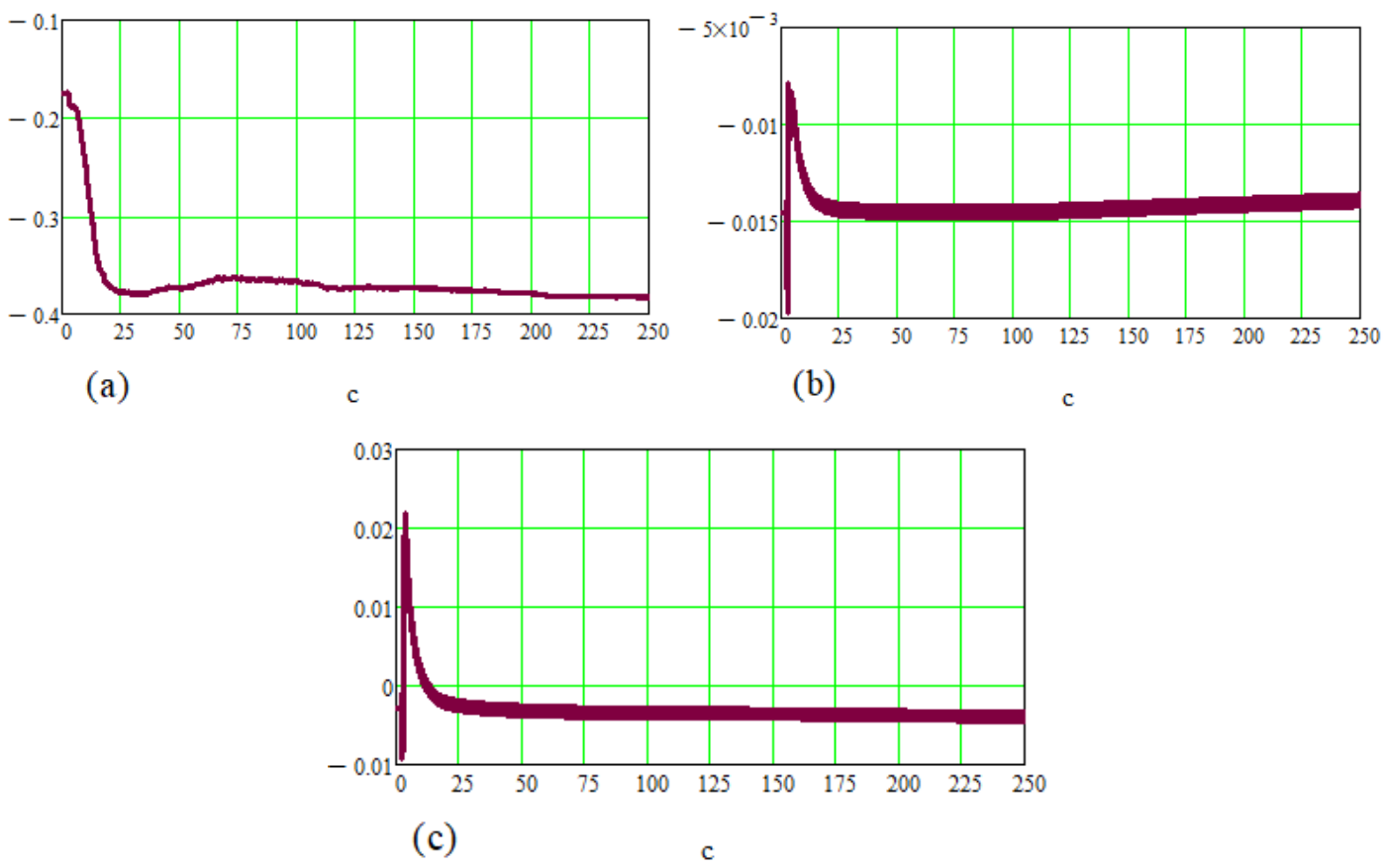
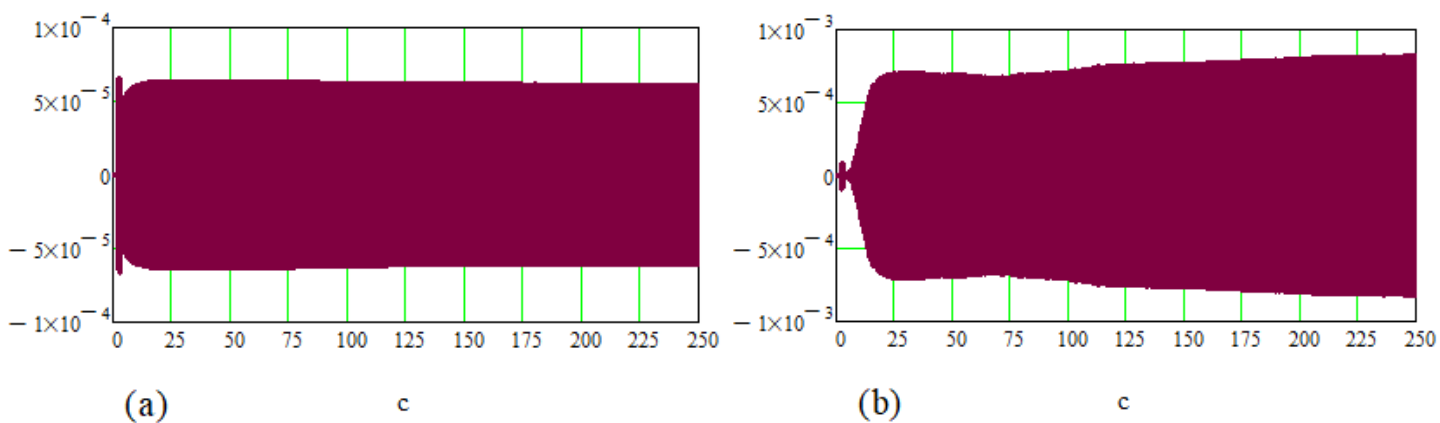


Рис. 3.119 Ошибки определения угловой вибрации (град): (а) по  $\psi_K$ ; (б) по  $\nu_K$ ; (с) по  $\gamma_K$

Как показано на рис. 3.119 угловые вибрации вычисляются с погрешностью до -0,4 град по  $\psi_K$ , -0,015 град по  $\nu_K$ , -0,004 град по  $\gamma_K$ . При этом по  $\psi_K$  и  $\nu_K$  они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц, а по  $\gamma_K$  – лучше.



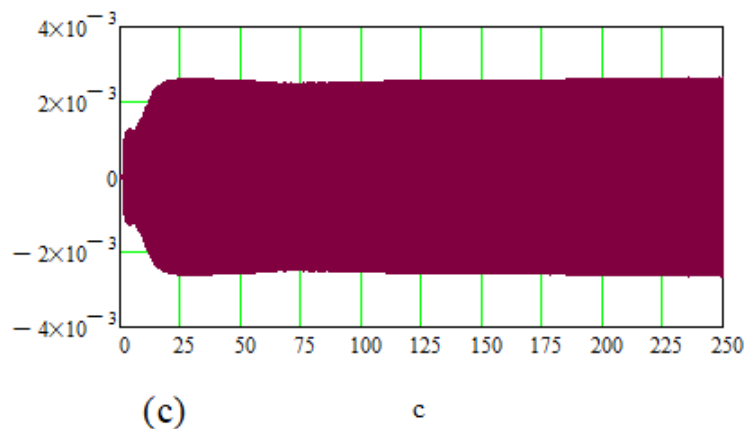


Рис. 3.120 Ошибки определения угловой скорости вибрации (рад/с):

(а) вокруг оси  $X$ , (b) –  $Y$ , (c) –  $Z$

Как показано на рис. 3.120 угловые скорости вибрации вычисляются с погрешностью в пределах  $\pm 0,00006$  рад/с для оси  $X$ ,  $\pm 0,0008$  рад/с –  $Y$ , и  $\pm 0,0025$  рад/с –  $Z$ . При этом они лучше или аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц.

При анализе точностных характеристик СИПВ в зависимости от частоты линейных и угловых движений крыла во время стоянки самолета рассматривались вибрации с одной и той же амплитудой линейной и угловой виброскорости. В этом случае для частоты 10 Гц точностные характеристики СИПВ по измерению виброскорости аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц, для виброперемещения – лучше, для виброускорения – хуже, для углов вибрации – лучше, для угловых скоростей вибрации – аналогичны. Это, в частности, связано с значительным влиянием ошибок масштабных коэффициентов акселерометров и гироскопов, а также ошибок начальной выставки по параметрам ориентации. Аналогичное исследование для случая полета по маршруту показало, что полученные результаты мало отличаются от рассмотренного случая стоянки.

Кроме того, в рамках имитационного моделирования рассматривался случай вибрации крыла с частотой 10 Гц при маневренном полете. Результаты моделирования показали, что аналогично вышеизложенному точностные характеристики СИПВ по измерению виброскорости аналогичны случаю маневренного полета для 1 Гц, для виброперемещения – лучше, для виброускорения – хуже, для углов вибрации – лучше, для угловых скоростей

вибрации – аналогичны. При этом также, как при вибрации в 1 Гц, при частоте 10 Гц точность СИПВ в рамках маневренного полета в целом лучше по отношению к случаям стоянки и полета по маршруту. В качестве примера (рис. 3.121) ограничимся графиками ошибок определения виброскорости при маневренном полете и частоте вибрации 10 Гц.

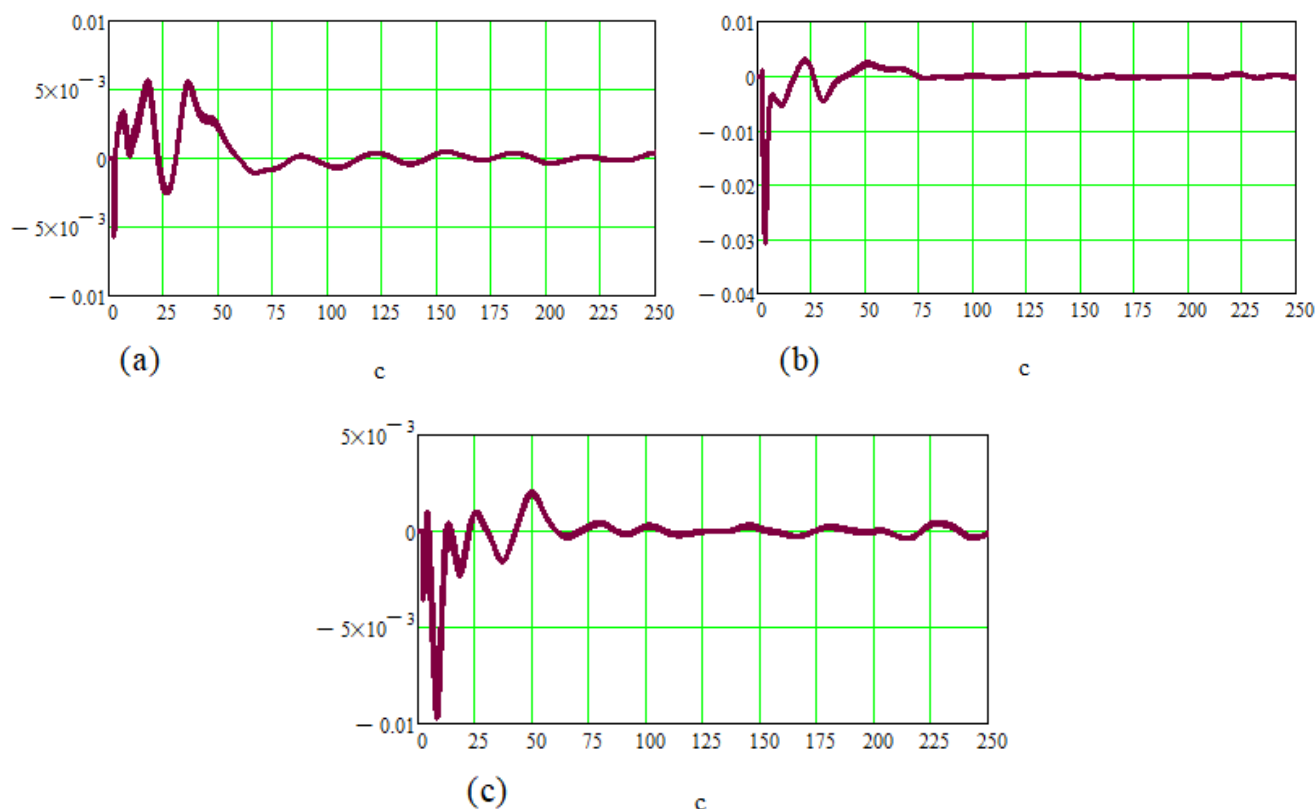


Рис. 3.121 Ошибки определения виброскорости (м/с): (а) по оси X, (b) – Y, (с) – Z

Как показано на рис. 3.121 виброскорости вычисляются с погрешностью лучше, чем  $\pm 0,0005$  м/с по всем осям. При этом они аналогичны случаю маневренного полета для 1 Гц и лучше случаев стоянки и полета по маршруту.

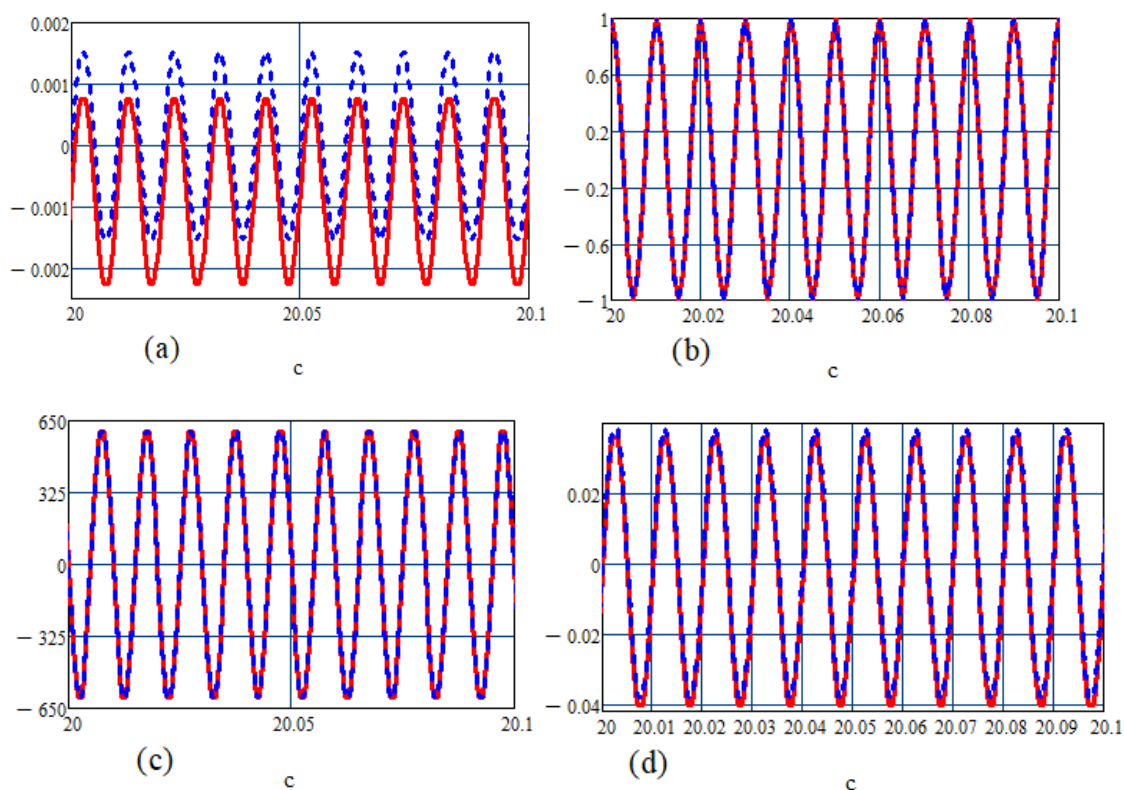
Результаты моделирования показали, что для средних частот вибрации уровень и характер ошибок СИПВ оказались вполне удовлетворительными, и в целом они аналогичны случаю низких частот, при этом в наибольшей степени рост ошибок связан с увеличением амплитуды вибрации и ростом собственных погрешностей МИИБ.



### 3.6.2 Исследование точностных характеристик СИПВ при вибрации с частотой 100 Гц

Для исследования точностных характеристик СИПВ в ходе имитационного моделирования в рамках описанных выше условий строятся графики, отражающие ошибки определения параметров вибрации СИПВ.

Поскольку для случаев стоянки и полета по маршруту результаты отличаются мало, то ниже ограничимся графиками ошибок определения параметров вибрации только для случая стоянки. В качестве примера на рис. 3.122 приведены графики заданных и вычисленных виброперемещения, виброскорости и виброускорения по оси  $Y$ , и также угловой вибрации по  $\gamma_K$  и угловой скорости вибрации вокруг оси  $X$ .



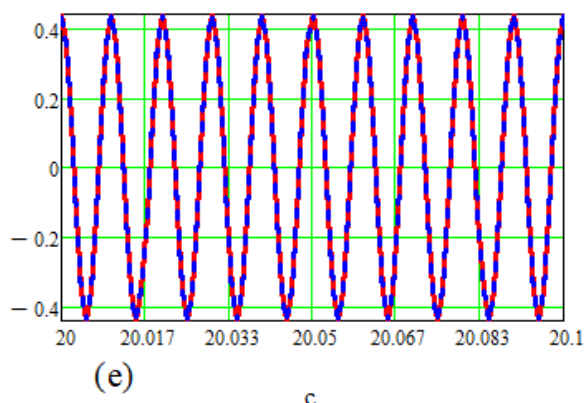


Рис 3.122 Заданные (--) и вычисленные (—): (a) виброперемещение (м), (b) виброскорость (м/с), (c) виброускорение (м/с<sup>2</sup>) по оси  $Y$ ; (d) угловая вибрация по  $\gamma_k$  (град); (e) угловая скорость вибрация (рад/с) вокруг оси  $X$

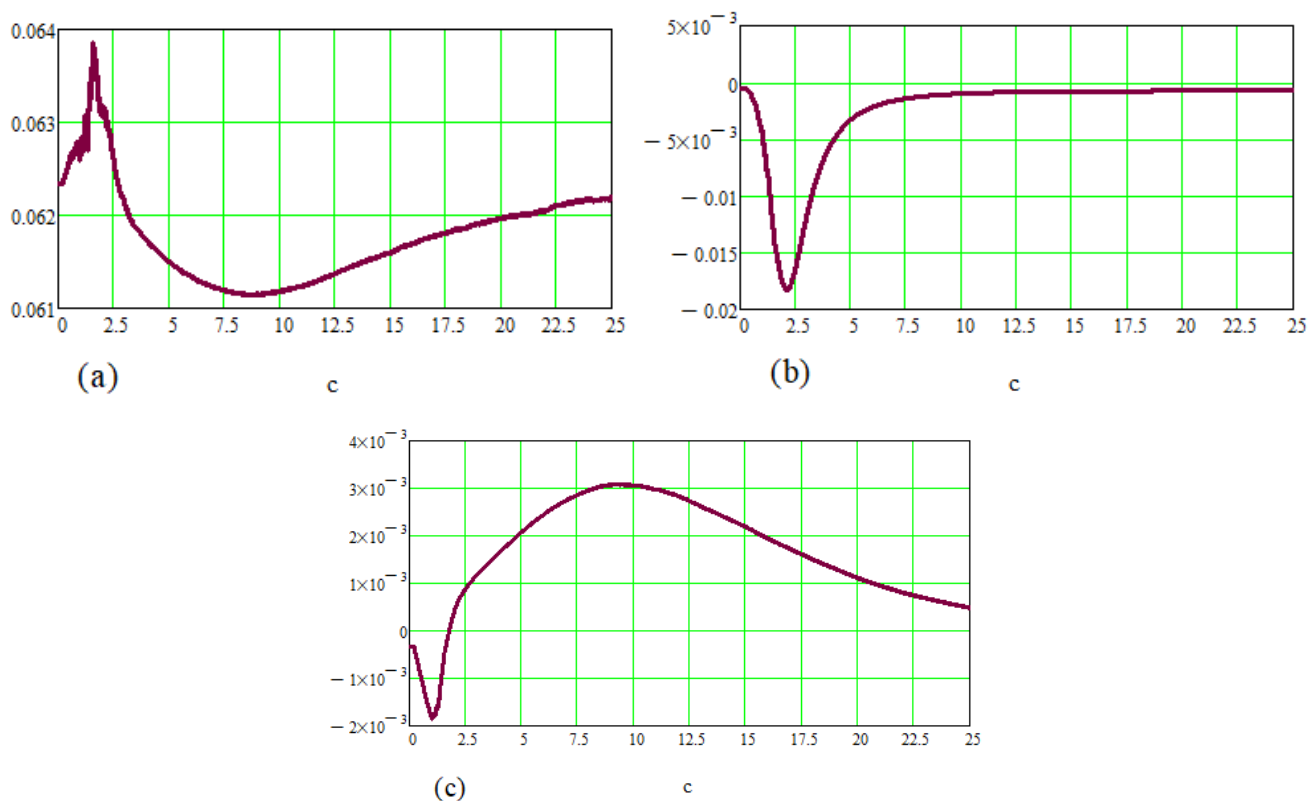


Рис. 3.123 Ошибки определения виброперемещения (м): (a) по оси  $X$ , (b) –  $Y$ ; (c) –  $Z$

Как показано на рис. 3.123 виброперемещения вычисляются с погрешностью на уровне 0,062 м по оси  $X$ , 0,0007 м по оси  $Y$  и 0,00075 м по оси  $Z$ . При этом они меньше, чем в случаях стоянки и полета по маршруту для 1 Гц, и аналогичны или лучше случая 10 Гц.

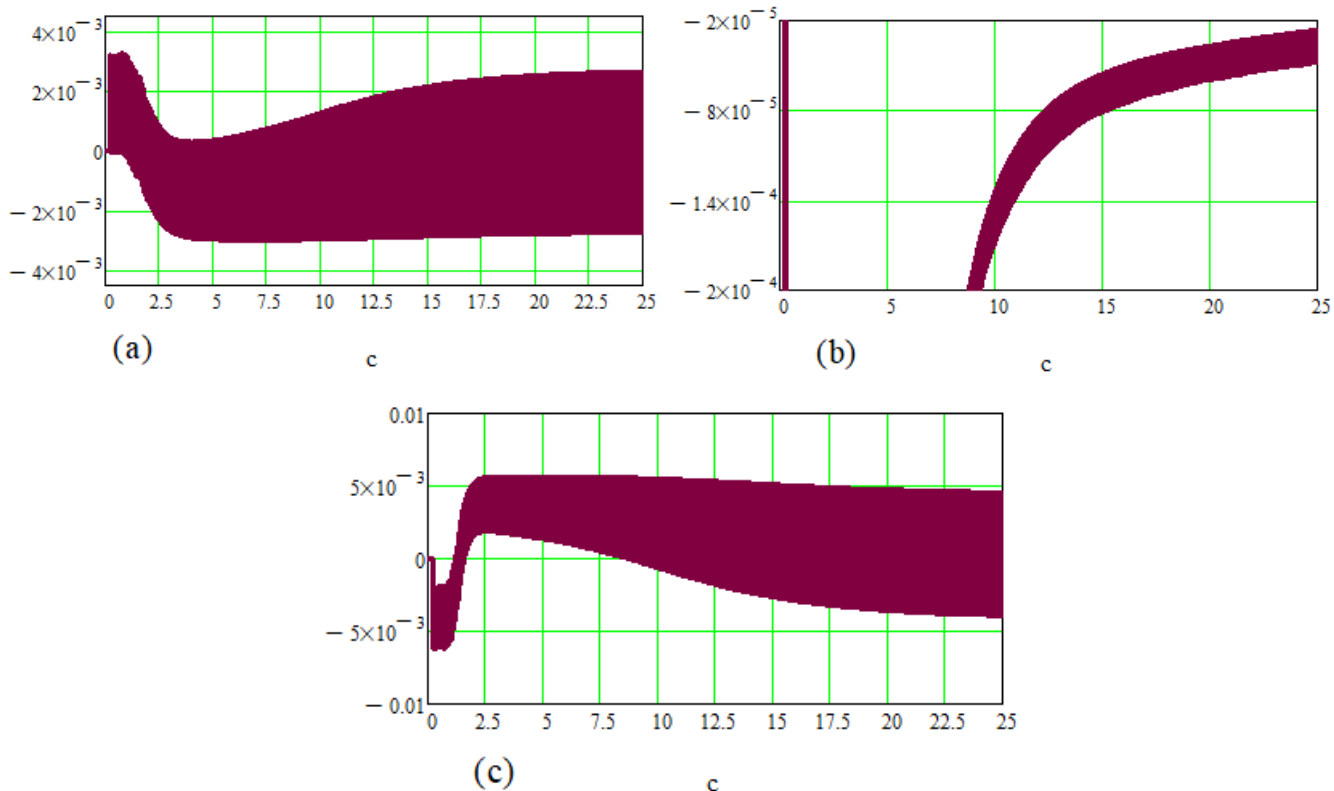
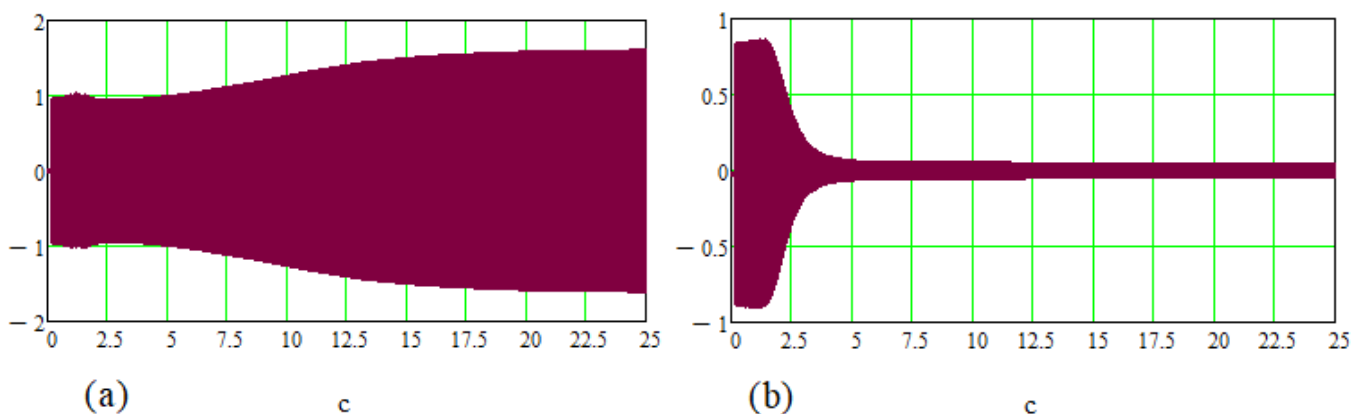


Рис. 3.124 Ошибки определения виброскорости (м/с): (а) по оси  $X$ , (b) –  $Y$ , (c) –  $Z$

Как показано на рис. 3.124 виброскорости вычисляются с погрешностью  $\pm 0,003$  м/с по оси  $X$ ; меньше, чем  $-0,00005$  м/с по оси  $Y$  и  $\pm 0,005$  м/с по оси  $Z$ . При этом по осям  $X$  и  $Z$  они аналогичные случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц и для 10 Гц, а по оси  $Y$  лучше их.



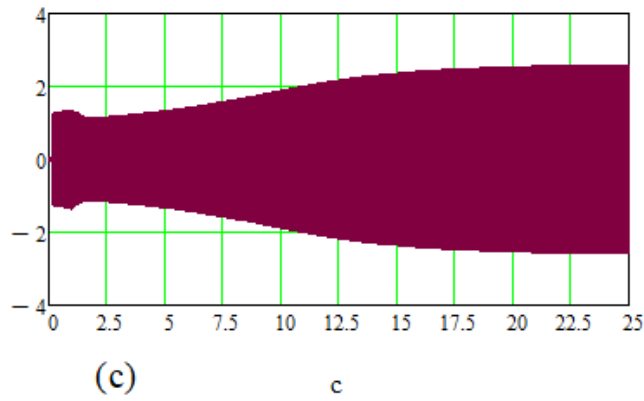


Рис. 3.125 Ошибки определения виброускорения ( $\text{м/с}^2$ ): (а) по оси  $X$ , (b) –  $Y$ , (c) –  $Z$

Как показано на рис. 3.125 виброускорения вычисляются с погрешностью  $\pm 1,6 \text{ м/с}^2$  по оси  $X$ ;  $\pm 0,04 \text{ м/с}^2$  по оси  $Y$  и  $\pm 2,5 \text{ м/с}^2$  по оси  $Z$ . При этом они хуже случаев стоянки и полета по маршруту для 1 Гц и для 10 Гц.

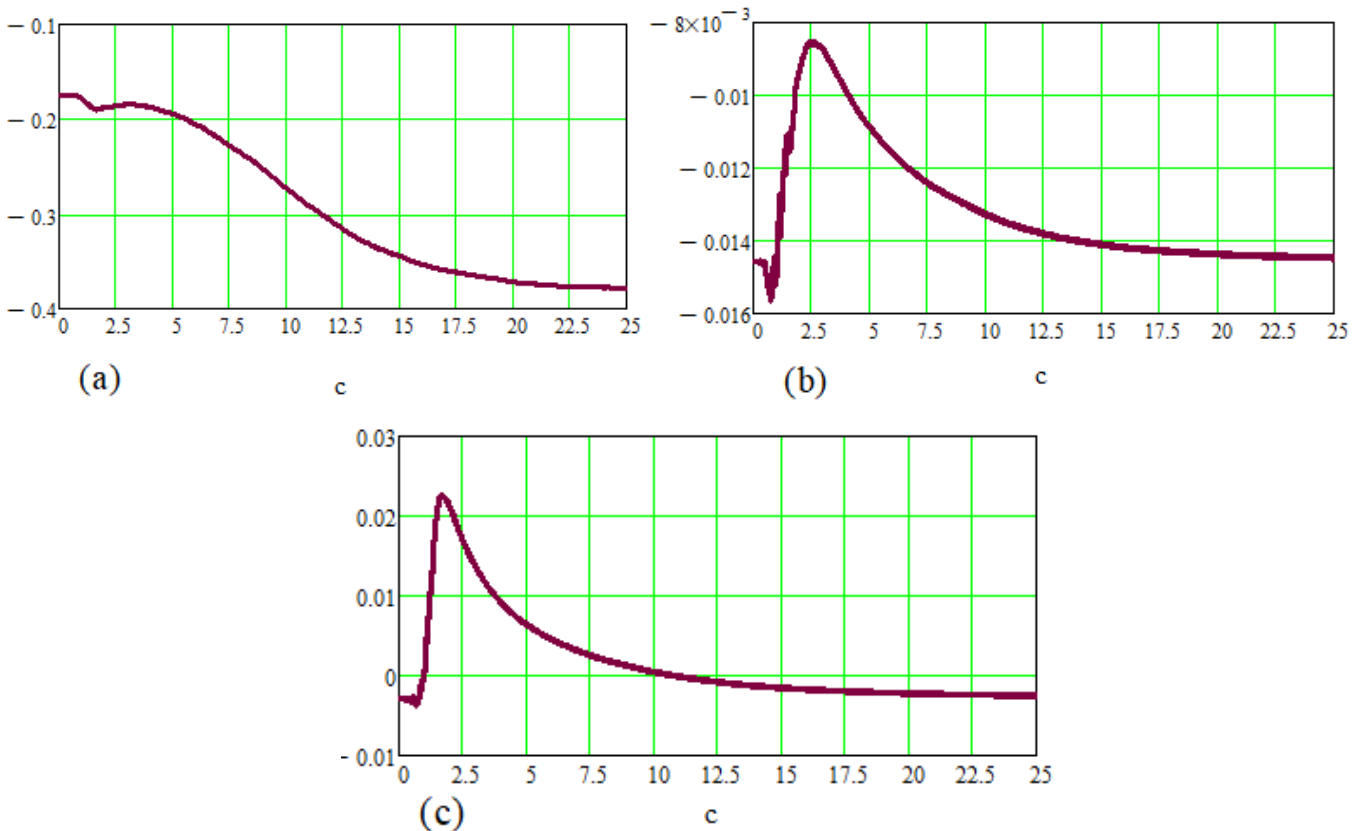


Рис. 3.126 Ошибки определения угловой вибрации (град): (а) по  $\psi_k$ ; (b) по  $\upsilon_k$ ; (c) по  $\gamma_k$

Как показано на рис. 3.126 угловые вибрации вычисляются с погрешностью до  $-0,4$  град по  $\psi_k$ ,  $-0,015$  град по  $\upsilon_k$ ,  $-0,004$  град по  $\gamma_k$ . При этом по  $\psi_k$  и  $\upsilon_k$  они аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц и 10 Гц, а по  $\gamma_k$  – лучше случаев стоянки и полета по маршруту для 1 Гц и аналогичны для 10 Гц.

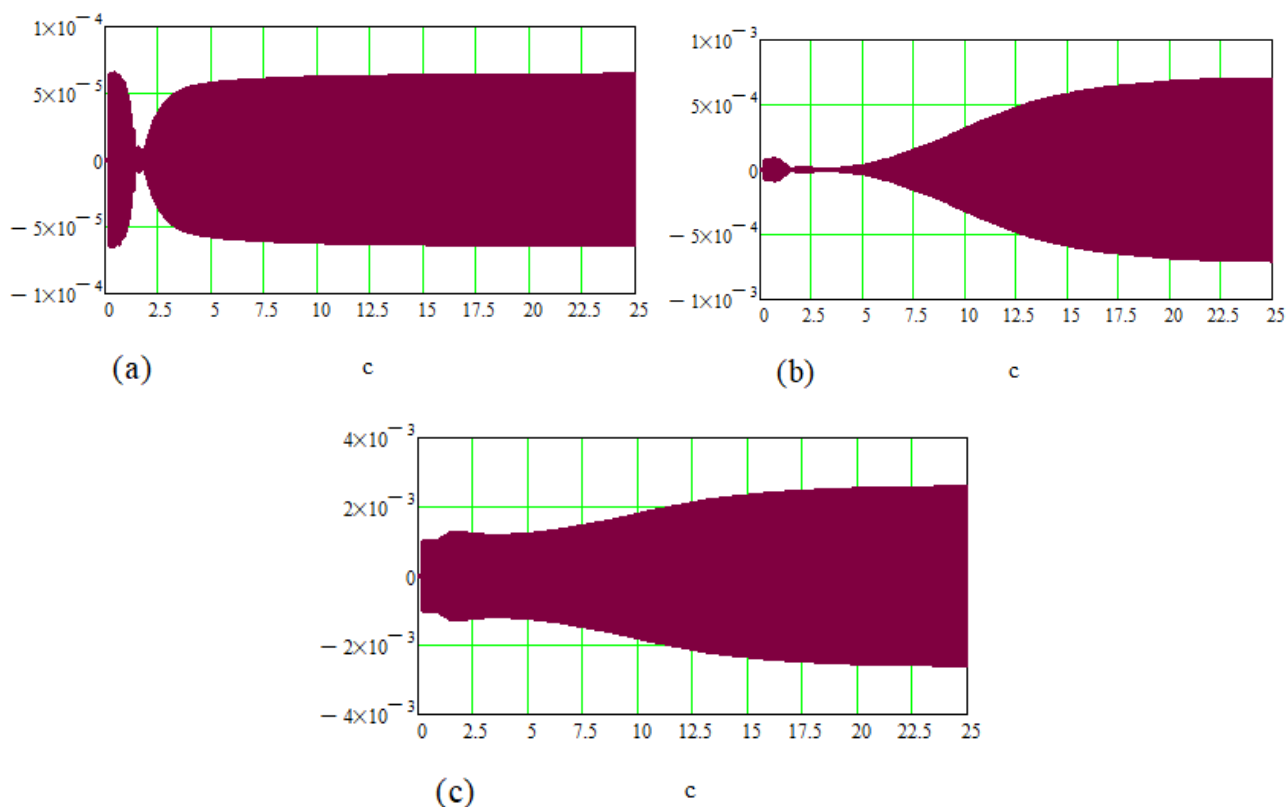


Рис. 3.127 Ошибки определения угловой скорости вибрации (рад/с):  
 (a) вокруг оси  $X$ , (b) –  $Y$ , (c) –  $Z$

Как показано на рис. 3.127 угловые скорости вибрации вычисляются с погрешностью в пределах  $\pm 0,00006$  рад/с для оси  $X$ ,  $\pm 0,0008$  рад/с –  $Y$ ,  $\pm 0,0025$  рад/с –  $Z$ . При этом они лучше или аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту для 1 Гц и для 10 Гц.

Аналогичное исследование при частоте вибрации 100 Гц для случая полета по маршруту (условия моделирования соответствуют случаям 1 Гц и 10 Гц) показало, что полученные результаты мало отличаются от приведенных результатов для рассмотренного выше случая стоянки.

При анализе точностных характеристик СИПВ, как в случае частот вибрации 1 Гц и 10 Гц, так и при частоте 100 Гц во время стоянки самолета и при его полете по маршруту рассматривались вибрации крыла с одной и той же амплитудой линейной и угловой виброскорости. При этом для 100 Гц вибрации точностные характеристики СИПВ по измерению виброскорости аналогичны случаям стоянки и полета по маршруту при 1 Гц и 10 Гц, для виброперемещения – лучше, для виброускорения – хуже, для углов вибрации – лучше, для угловых

скоростей вибрации – аналогичны. Это, в частности, связано с значительным влиянием ошибок масштабных коэффициентов акселерометров и гироскопов, а также ошибок начальной выставки по параметрам ориентации.

Кроме того, в рамках имитационного моделирования рассматривался случай вибрации крыла с частотой 100 Гц при маневренном полете. Результаты моделирования показали, что аналогично вышеизложенному точностные характеристики СИПВ по измерению виброскорости практически соответствуют случаям маневренного полета при 1 Гц и 10 Гц вибрации, для виброперемещения – лучше, для виброускорения – хуже, для углов вибрации – лучше, для угловых скоростей вибрации – аналогичны. При этом также, как при вибрации в 1 Гц и 10 Гц, при частоте 100 Гц точность СИПВ в рамках маневренного полета в целом лучше по отношению к случаям стоянки и полета по маршруту. В качестве примера (рис. 3.128) ограничимся графиками ошибок определения виброускорения при маневренном полете и частоте вибрации 100 Гц.

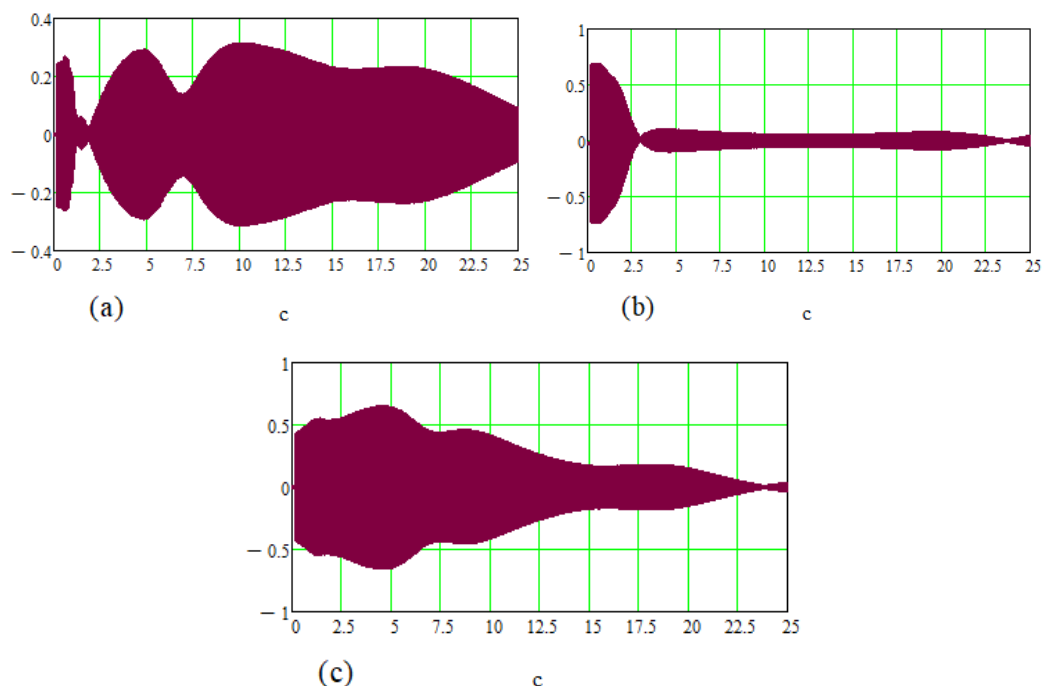


Рис. 3.128 Ошибки определения виброускорения ( $\text{м/с}^2$ ): (а) по оси X, (b) – Y, (c) – Z

Как показано на рис. 3.128 виброускорения вычисляются с погрешностью  $\pm 0,25 \text{ м/с}^2$  по оси X,  $\pm 0,07 \text{ м/с}^2$  по оси Y и  $\pm 0,2 \text{ м/с}^2$  по оси Z. При этом они хуже,

чем в случаях маневренного полета при 1 Гц и 10 Гц вибрации.

Результаты моделирования показали, что при высоких частотах вибрации уровень и характер ошибок СИПВ оказались вполне удовлетворительными, и в целом они аналогичны случаям низких и средних частот. При этом точность СИПВ в рамках маневренного полета оказывается в целом лучше по отношению к случаям стоянки и полета по маршруту. Как и в предыдущих случаях, здесь в наибольшей степени увеличение ошибок СИПВ может быть вызвано как ростом амплитуды вибраций, так и увеличением собственных погрешностей МИИБ.

Также, результаты моделирования показали, что полученная точность определения параметров вибрации на средних и высоких частотах в целом является вполне приемлемой для всех исследованных параметров, характер и уровни погрешностей в общем соответствуют случаю низкочастотной вибрации. При этом в условиях стоянки, полета по маршруту и маневренного полета в случае использования «точных» МИИБ итоговые ошибки определения параметров вибрации оказываются примерно на порядок меньше, чем в случае использования «грубых», обладающих большими на порядок собственными погрешностями. Также можно заметить, что на средней и высокой частоте в большинстве исследованных случаев ошибки СИПВ включают некоторую вибрационную переменную составляющую на частоте вибрации, аналогично случаю низкочастотной вибраций.

Кроме того, проведенное имитационное моделирование показало, что аналогичные результаты имеют место во всем исследованном диапазоне средних – высоких частот линейных и угловых вибраций в пределах единиц – первых сотен Гц, с амплитудами на уровне первых единиц – долей м/с для проекций виброскорости и долей градусов для углов вибрации. Результаты не зависят от долготы и мало зависят от географической широты и абсолютной высоты, начальной ориентации самолета в азимуте, небольших начальных углов крена и тангажа. При этом увеличение динамики линейного и углового движения ЛА, связанное с ростом постоянных и переменных составляющих относительных ускорения и скорости, а также угловой скорости в целом приводит к улучшению

точности работы СИПВ. Также результаты принципиально не меняются при варьировании точности ДП и ИН в диапазоне первых единиц – долей см, а также НК в пределах единиц м. При этом точность НК практически не сказывается на точности определения параметров вибрации. Исследованные случаи использования МИИБ промежуточной точности между вариантами «точных» и «грубых» датчиков показали, что получаемые точностные характеристики также принципиально не отличаются и занимают промежуточное положение между ними.

### **3.7 Заключение**

В главе представлены результаты имитационного моделирования СИПВ, подтверждающие ее работоспособность как на стоянке, так и в различных условиях полета ЛА, а также ее приемлемые точностные характеристики. Показана структура и состав комплекса программ имитационного моделирования, приведена методика моделирования. Подробно рассмотрены случаи моделирования работы СИПВ с относительно точными и грубыми МИИБ, в условиях стоянки, полета по маршруту и маневренного полета ЛА при измерении параметров линейной и угловой вибрации с типичными уровнями амплитуд в относительно широком диапазоне частот в пределах долей Гц – первых сотен Гц. Установлено, что точностные характеристики СИПВ на стоянке и в полете по маршруту мало отличаются, а в рамках маневренного полета точность СИПВ в целом даже улучшается. Следовательно, СИПВ оказывается способной качественно и эффективно работать во всех основных эксплуатационных режимах ЛА, в частности в условиях высокой динамики ЛА, когда имеют место наибольшие нагрузки на его элементы конструкции и наиболее актуальна необходимость непрерывного измерения их состояния. Таким образом, представленные результаты работы имитационных моделей подтверждают предположения о перспективности построения СИПВ нового типа, качество и достоверность выполненных теоретических исследований.



## **Глава 4. Экспериментальные исследования СИПВ**

В настоящей главе представлена созданная экспериментальная установка для исследования точностных характеристик разработанного макета СИПВ. Описано разработанное программное обеспечение экспериментальной установки и предложенная методика экспериментальных исследований. Приведены и проанализированы результаты работы макета СИПВ в условиях горизонтальной и вертикальной вибраций, заданных на высокоточном стенде. Практически подтверждена работоспособность СИПВ и оценены точностные характеристики ее макета при определении параметров вибрации балки, имитирующей крыло самолета и входящей в состав экспериментальной установки, расположенной на неподвижном основании. Установлено, что полученные результаты являются вполне приемлемыми и соответствуют ожидаемым.

Целью практических исследований СИПВ является подтверждение ее работоспособности и оценка ее точностных характеристик, подтверждение теоретических предположений и оценок точности, полученных в ходе выполненного имитационного моделирования работы СИПВ в условиях стоянки (см. 3.3). В ходе подготовки к экспериментальному исследованию СИПВ решались следующие задачи: разработка и создание макета СИПВ и экспериментальной установки на базе лабораторного стенда; разработка методики экспериментальных исследований, обработки полученных данных, оценки точностных характеристик СИПВ и анализа полученных результатов; создание комплексной программы, обеспечивающей работу макета СИПВ, проведения экспериментальных исследований, а также анализ полученных в ходе исследований результатов.

### **4.1 Экспериментальная установка для исследований макета СИПВ**

В рамках экспериментального исследования макета СИПВ используется упрощенная модель СИПВ (см. рис. 4.1), предназначенная для работы на неподвижном основании и построенная на базе одного МИИБ, расположенного в конце балки (точка  $O_M$ ), имитирующей крыло самолета. Поскольку эксперимент

должен происходить в лабораторных условиях на базе стационарного экспериментального стенда, то точка  $O$  начала балки (крыла) СИПВ, соответствующая точке пересечения поворотных осей используемого импортного стенда ST-2356C, где должен был бы располагаться МИИБ1 в базовом варианте СИПВ (см. рис. 1.4) считается неподвижной. Ее координаты заранее измерены с высокой степенью точности (единицы см) и записаны в ИН, также с высокой степенью точности заранее измерены и записаны исходные параметры ориентации стенда.

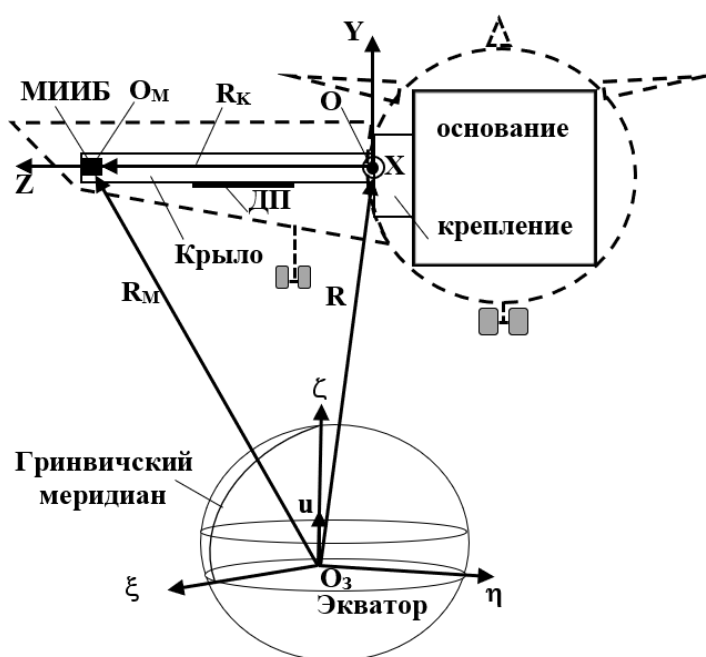


Рис 4.1 Принципиальная схема построения макета упрощенной СИПВ на базе одного МИИБ для экспериментальных исследований на неподвижном основании

Блок-схема экспериментальной установки для исследования СИПВ представлена на рис. 4.2. Она состоит из макета СИПВ, балки с креплением, имитирующей крыло, а также экспериментального стенда.

Макет СИПВ состоит из: электронного импортного модуля GY-521 с измерительной МЭМС типа MPU6050, реализующих МИИБ; линий питания и связи; отладочной платы STM32 на базе современного высокопроизводительного микроконтроллера; персонального компьютера (ПК2), обеспечивающего работу макета и обработку его данных. Работа GY-521 осуществляется под управлением отладочной платы STM32 с разработанным в среде LabVIEW специальным

программным обеспечением. В свою очередь STM32 работает под управлением ПК2, также снабженного разработанным специальным программным обеспечением для съема и обработки данных MPU6050.

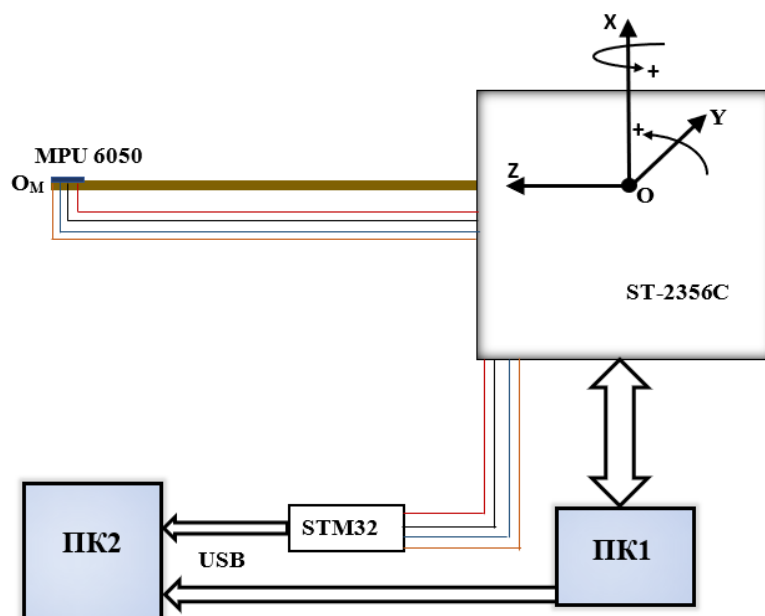


Рис. 4.2 Блок-схема экспериментальной установки для исследования макета СИПВ, где ПК1 – персональный компьютер для управления работой станда ST-2356C и записи его измерений; ПК2 – персональный компьютер, обеспечивающий работу STM32 и МИИБ (GY-521 с MPU6050), сбор, хранение и обработку данных экспериментальной установки

Металлическая жесткая балка одним концом закреплена на установочном столе станда, на другом ее конце расположен GY-521, линии питания и связи закреплены на балке и уходят от GY-521 к внутренним разъемам станда. Двухосевой поворотный станд ST-2356C (стационарно расположен в лаборатории МАИ, он работает под управлением собственного ПК1 со специальным программным обеспечением станда. Посредством внешних разъемов станда линии питания и связи макета выводятся на STM32. STM32 посредством USB-кабеля связан с ПК2, с ним же связан ПК1, для передачи данных со станда.

Модуль GY-521 содержит микросхему MPU6050, включающую БА и БГ (см. рис. 4.3), его основные характеристики представлены в [126].

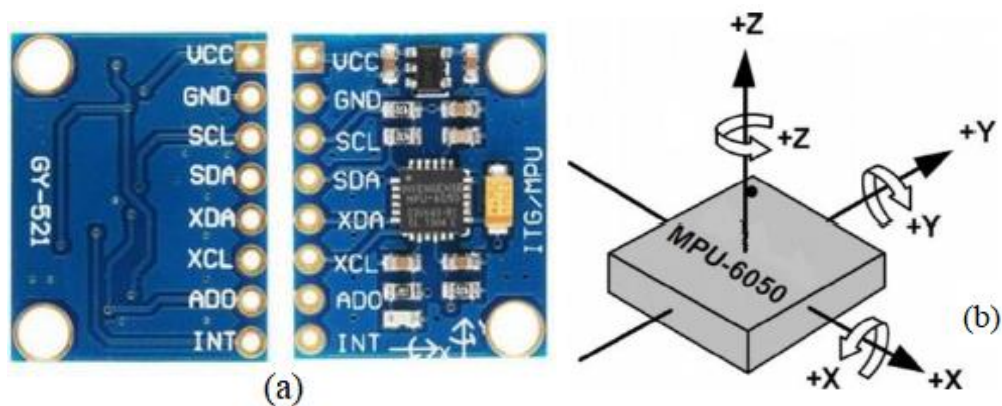


Рис. 4.3 Модуль GY-521: (а) внешний вид модуля; (b) направления измерительных осей чувствительных элементов БА и БГ MPU6050

Для сбора, временного хранения и передачи данных MPU6050 в ПК2 используется отладочная плата STM32, подключаемая к GY-521 согласно рис. 4.4. Основные технические характеристики STM32 представлены в [128].

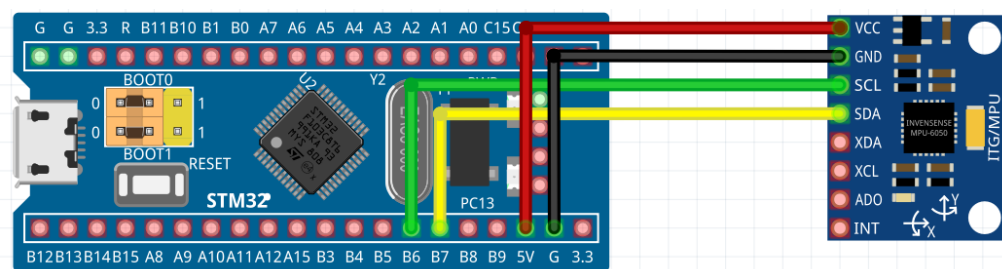


Рис. 4.4 Схема подключения модуля GY-521 к плате STM32

В основе экспериментальной установки лежит двухосевой поворотный стенд ST-2356С (см. рис. 4.5). При этом в нейтральном положении его внутренняя ось расположена вертикально, внешняя – горизонтально. На внутренней оси расположен установочный стол. Под управлением ПК1 установочный стол с исследуемым оборудованием способен поворачиваться (колебаться) вокруг двух осей. При этом как измерение, так и отработка заданного движения осуществляется с очень высокой степенью точности, соответствующие данные о параметрах движения установочного стола в виде файлов можно передавать из ПК1 в ПК2. Основные технические характеристики стенда ST-2356С приведены в [127].

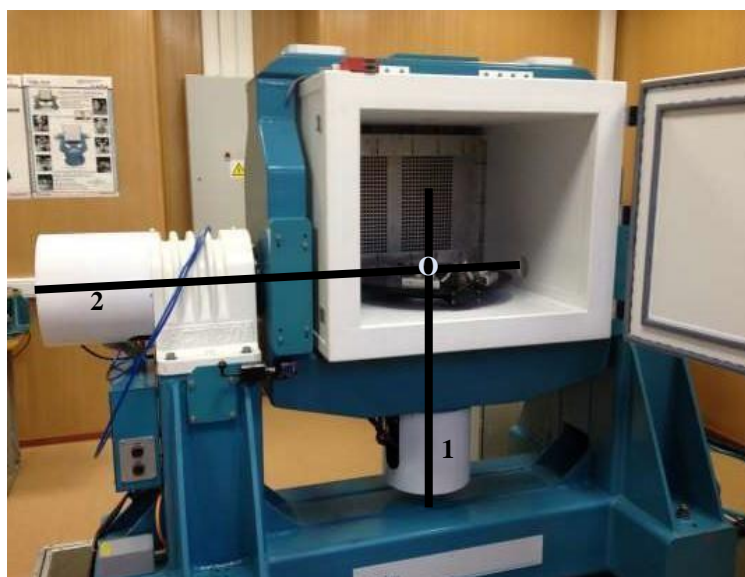


Рис. 4.5 Двухосевой стенд ST-2356С в лаборатории МАИ, где 1 – внутренняя ось, 2 – внешняя ось

На рис. 4.6, 4.7 приведены фото экспериментальной установки макета СИПВ в сборе и ее основных узлов.



Рис. 4.6 Измерительная часть экспериментальной установки исследования макета СИПВ в лаборатории МАИ: (1) ПК1; (2) МИИБ GY521 (MPU 6050); (3) балка; (4) двигатель внешней оси вращения стенда; (5) установочный стол внутренней оси вращения стенда

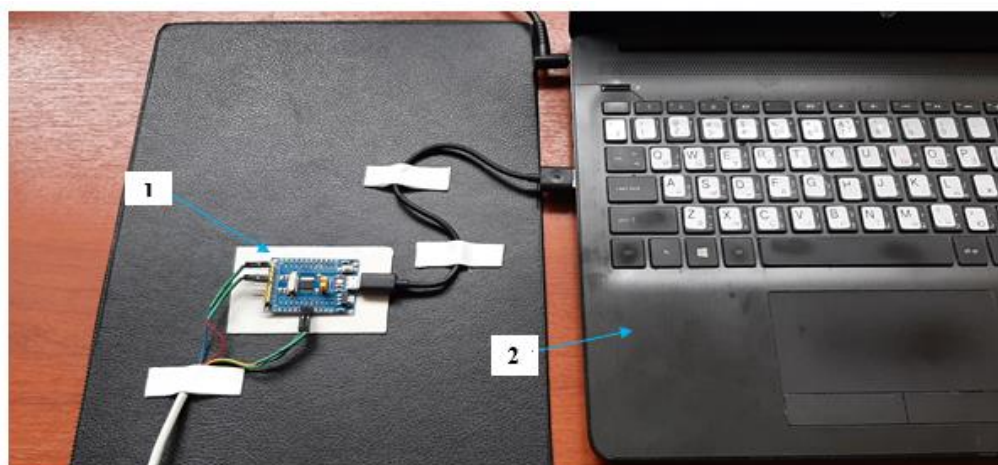


Рис. 4.7 Вычислительно-преобразовательная часть экспериментальной установки исследования макета СИПВ: (1) плата STM32; (2) ПК2

#### 4.2 Программное обеспечение экспериментальной установки

Для проведения экспериментального исследования макета СИПВ использовалось стандартное программное обеспечение стенда ST-2356C, а также специальное программное обеспечение, разработанное в средах LabVIEW и Mathcad. В среде LabVIEW было разработано программное обеспечение для считывания данных с GY521 (MPU 6050) и их передачи в ПК2 посредством STM-32, формирования и хранения там соответствующих файлов. Текстовые файлы данных с ПК1 (ST-2356C) и STM-32 (GY521 с MPU 6050) посредством USB-интерфейса передавались в ПК2, где использовалось разработанное в среде Mathcad специальное программное обеспечение для считывания файлов данных источников первичной информации (датчики углов ST-2356C, БА и БГ MPU 6050), предварительной их обработки, их обработки в соответствии с алгоритмом АКОИ и далее алгоритмом вычисления параметров вибрации (см. рис. 4.8). Также комплексная программа использовала заранее сформированный файл об исходной ориентации и известных координатах стационарного ST-2356C. Кроме того, эта программа использовалась для анализа полученных точностных характеристик и визуализации результатов в виде графиков и таблиц значений, а также их сохранения в виде текстовых файлов.



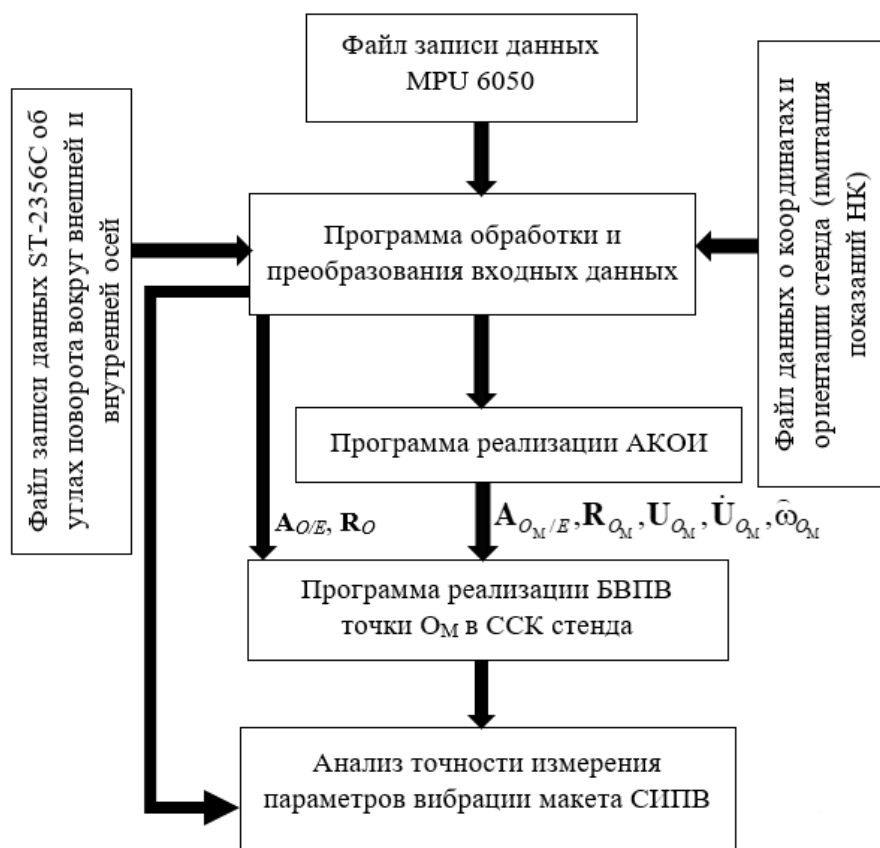


Рис. 4.8 Блок-схема комплексной программы обеспечения работы макета СИПВ и анализа его точностных характеристик

### 4.3 Методика и условия экспериментальных исследований

Исследование свойств и характеристик макета СИПВ производилось нижеследующим образом. В начале проводились предварительные работы по калибровке стенда и МИИБ в соответствии со стандартными регламентами. Далее установочный стол стенда с балкой и МИИБ приводился в нейтральное положение, когда исходные углы поворотов его стола вокруг двух осей считались равными нулю. Тем самым МИИБ приводился в положение близкое к горизонтальному. Следует отметить, что особенностью стенда является факт того, что внешняя ось, по которой осуществляется первичный поворот рамы стенда расположена горизонтально, вторичный поворот стола вокруг внутренней оси проводится относительно рамы стенда (см. рис. 4.5), в нейтральном положении эта ось вертикальна. Таким образом, для удобства проведения экспериментальных исследований было целесообразно выбрать неподвижную ССК стенда, связанную с его основанием, как показано на рис. 4.2 – продольная ось условного ЛА

(вибрацию крыла которого надлежит измерять) направлена вверх, его правое крыло расположено горизонтально и имитируется балкой с МИИБ (точка  $O_M$ ). В этом случае повороты стола с балкой вокруг внешней оси стэнда соответствуют отклонениям МИИБ на  $\psi_K$ , вокруг внутренней –  $\gamma_K$  (см. рис. 2.7). Эти же повороты, очевидно будут приводить к линейному смещению МИИБ по всем трем осям, особенно по осям  $X$  и  $Y$ . Текущие повороты стола измеряются датчиками угла осей стэнда с высокой степенью точности. Зная эти углы и измеренные заранее с точностью до долей мм координаты точки  $O_M$  МИИБ на балке относительно стола (точки  $O$ ) (см. рис. 4.9), легко вычислять текущие координаты МИИБ в ССК стэнда по соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} y &= -l \sin \gamma_K + p \cos \gamma_K; \\ z &= l \cos \gamma_K + p \sin \gamma_K, \end{aligned} \right\} \text{ для случая (а);} \quad \left. \begin{aligned} x &= -l \sin \psi_K + n \cos \psi_K; \\ z &= l \cos \psi_K + n \sin \psi_K, \end{aligned} \right\} \text{ для случая (б).}$$

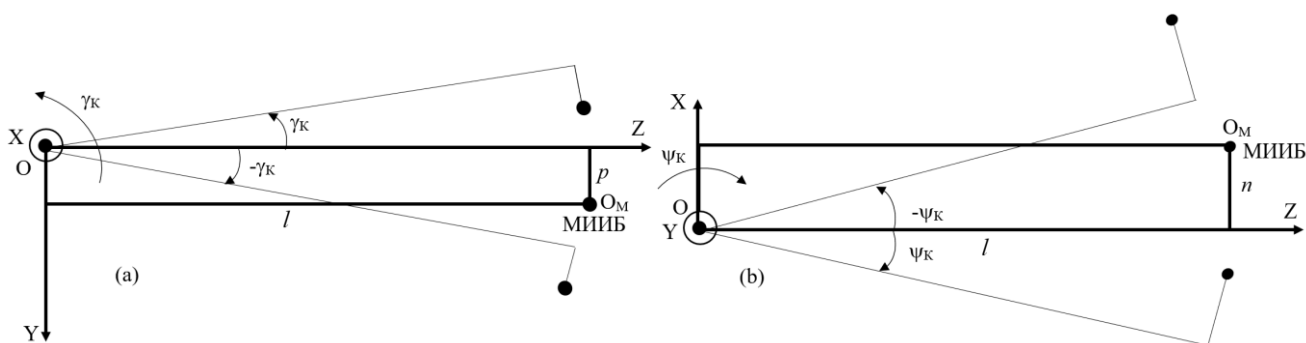


Рис. 4.9 Схема расположения МИИБ на балке, закреплённой на установочном столе стэнда в условиях угловой вибрации вокруг (а) внутренней оси, (б) внешней оси стэнда

На рис. 4.9 показаны координаты МИИБ в ССК стэнда в нейтральном положении установочного стола с балкой, причем  $l = 1009,2$  мм,  $n = 34,4$  мм,  $p = 1,1$  мм. Повороты стола вокруг каждой из осей рассматривались по отдельности. В итоге оказалось возможным использовать вычисленные на базе измеренных углов координаты МИИБ в ССК для имитации показаний ДП СИПВ. Кроме того, эти координаты, а также измеренные углы поворота стола стэнда использовались для анализа точности СИПВ.

В рамках выполненных экспериментов задавались гармонические угловые



колебания стола станда по отдельности последовательно вокруг внутренней и внешней осей с заданными постоянными частотами и амплитудами. Исходя из возможностей станда для двух осей были выбраны две характерные частоты 1 и 5 Гц, которым соответствовали амплитуды 5 и 1 град. Для случаев колебаний вокруг каждой из осей на каждой из частот за заданное время синхронно выполнялись записи показаний МИИБ и датчиков угла станда. Файлы записей, привязанных к единой шкале времени, поступали в ПК2. В режиме постобработки в ПК2 в соответствии с блок-схемой на рис. 4.8 происходила обработка файлов данных записанных измерений. Полученные результаты работы макета СИПВ и анализа его точностных характеристик представлены в 4.4.

При этом, следует отметить еще некоторые особенности построения макета СИПВ и обработки его данных. Реальная ориентация МИИБ на балке, закрепленной на столе показана на рис. 4.6. Исходное крепление МИИБ таково, что фактическая приборная система координат GY521 (MPU 6050)  $X_{п}Y_{п}Z_{п}$  была изначально существенно развернута относительно ССК МИИБ, принятой при построении СИПВ  $X_{м}Y_{м}Z_{м}$  и ориентированной, аналогично ССК ЛА или станда. Для устранения этого недостатка в ходе предварительной обработки показаний БА и БГ МИИБ учитывался факт перестановки осей:  $X_{м} = Z_{п}$ ;  $Y_{м} = -Y_{п}$ ;  $Z_{м} = X_{п}$ .

#### **4.4 Результаты экспериментальных исследований макета СИПВ**

В рамках исследований свойств макета СИПВ на экспериментальной установке задавались статические положения и гармонические колебания в окрестности нейтрального положения станда закрепленной на установочном столе балки с МИИБ по отдельности вокруг внутренней и внешней осей станда с частотой 1 Гц и амплитудой 5 град, затем 5 Гц и 1 град. При этом считывались сигналы МИИБ и измерялись углы поворота станда, полученные данные обрабатывались комплексной программой обеспечения работы макета СИПВ.

В ходе подготовки к эксперименту, в частности, анализировались особенности сигналов БА и БГ МИИБ, а также датчиков угла станда. Сигналы датчиков после их калибровки в соответствии со стандартной методикой в состоянии покоя (без принудительной вибрации) в нейтральном положении

стенда, когда положения плоскости  $YZ$  ССК МИИБ близко к горизонтальному (рис. 4.2, 4.6), имеют вид как на рис. 4.10 – 4.12.

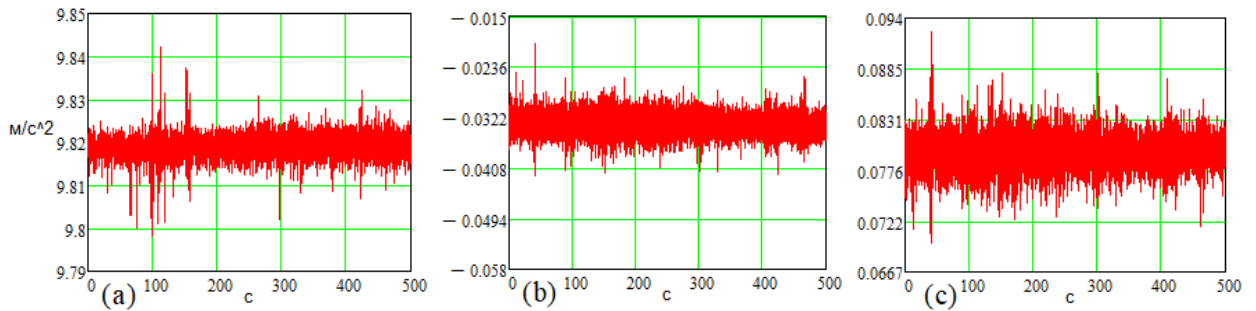


Рис. 4.10 Сигналы акселерометров МИИБ по осям (а)  $X$ , (б)  $Y$ , (в)  $Z$  в покое

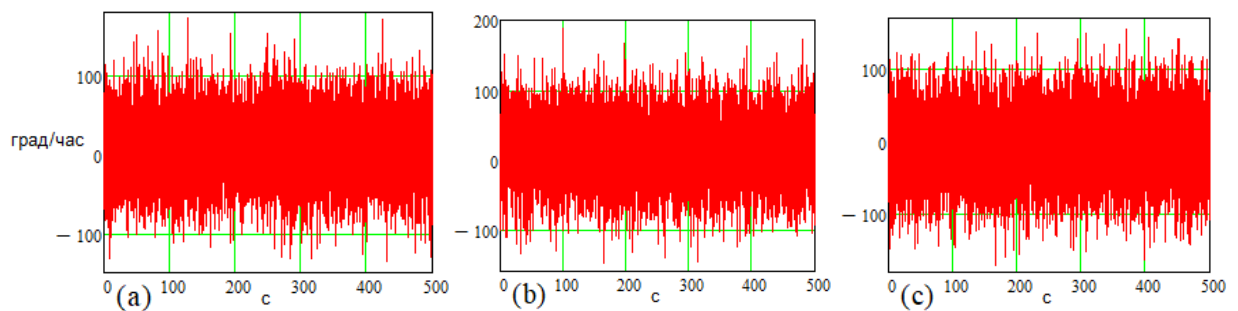


Рис. 4.11 Сигналы гироскопов МИИБ по осям (а)  $X$ , (б)  $Y$ , (в)  $Z$  в покое

Предварительное исследование показало, что погрешности МИИБ сравнительно велики: систематическая ошибка акселерометров составила величину порядка  $1-2 \cdot 10^{-2} m/s^2$ , СКО случайной составляющей – на уровне  $3-5 \cdot 10^{-3} m/s^2$ , ошибка масштабного коэффициента менее 0,01; систематическая ошибка гироскопов составила величину порядка 0,7–1,5 град/ч, СКО случайной составляющей – до 50 град/ч, ошибка масштабного коэффициента 0,005–0,015, что отличается от паспортных данных МИИБ.

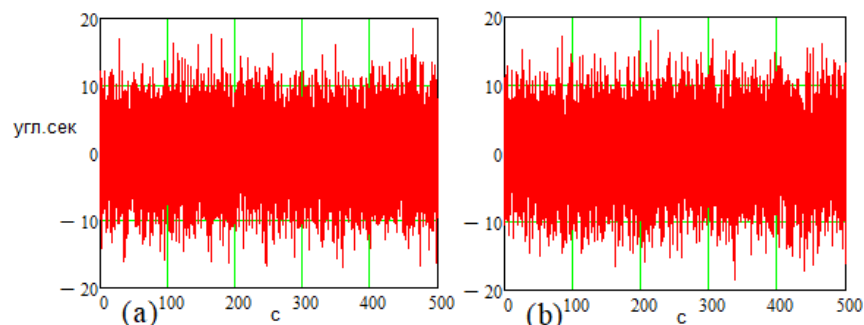


Рис. 4.12 Сигналы датчиков угла стенда по осям (а)  $X$ , (б)  $Y$  в покое

В тоже время погрешности датчиков угла стенда относительно малы и составляют величины на уровне долей угловых минут – в соответствии с

паспортными данными.

#### 4.4.1 Результаты исследований макета СИПВ при горизонтальной вибрации

В ходе эксперимента задавались горизонтальные колебания стола с балкой вокруг внутренней оси стенда с заданными частотой и амплитудой. Полученные комплексной программой точностные характеристики макета СИПВ представлены в виде графиков и оценок значений.

Для случая заданной вибрации с частотой 1 Гц и амплитудой 5 град, результаты эксперимента приведены на рис. 4.13 – 4.20.

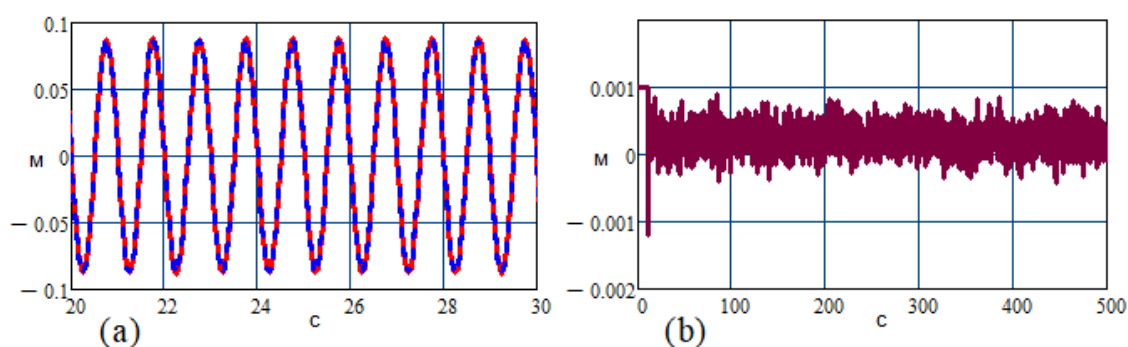


Рис. 4.13 Заданное (---) и вычисленное (—) виброперемещение по оси  $Y$  (а), ошибка его определения (б)

Как показано на рис. 4.13 заданное виброперемещение по оси  $Y$  вычисляется с погрешностью в пределах 1 мм. При этом здесь и далее при вычислении виброперемещений учитываются – вычитаются из полученного результата начальные статические смещения МИИБ относительно ССК стенда ( $n, p, l$ ) в его нейтральном положении, связанные с особенностями крепления МИИБ в макете.

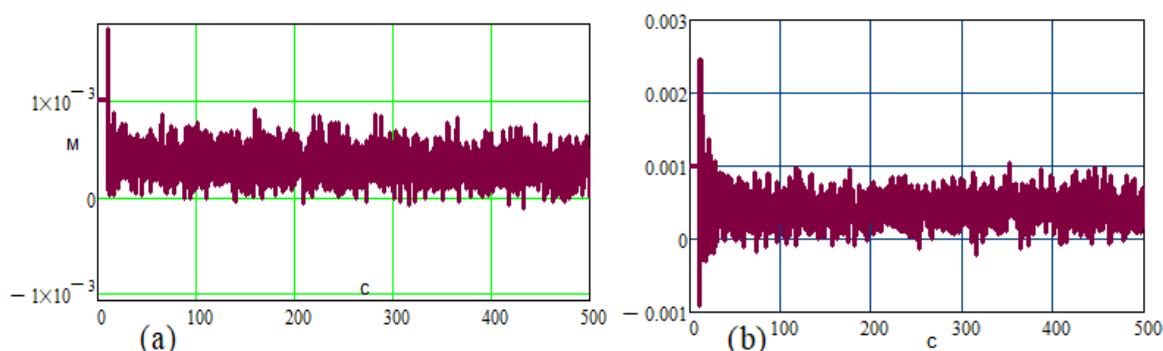


Рис. 4.14 Ошибки виброперемещения по осям (а)  $X$  и (б)  $Z$

Как показано на рис. 4.14 малые виброперемещения по осям  $X$  и  $Z$ , связанные с незначительным влиянием заданных угловых колебаний вокруг

основной выбранной оси станда на другие направления, вычисляются с погрешностью меньше, чем 1 мм. При этом ошибки по всем осям аналогичны результатам имитационного моделирования в условиях стоянки для «точных» МИИБ (см. 3.3.2). Такой результат может быть связан с тем, что в макете наряду с достаточно грубым МИИБ используется очень высокоточный датчик угла станда, по показаниям которого формируются сигналы ДП СИПВ.

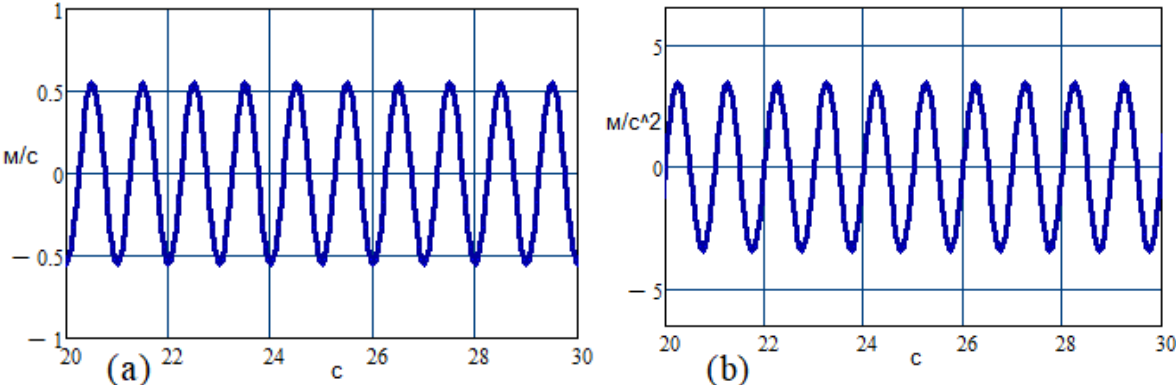


Рис. 4.15 Вычисленная виброскорость (а) и виброускорение (б) по оси Y

Как показано на рис. 4.15 СИПВ удалось вычислить виброскорость и виброускорение по оси Y, они внешне соответствуют предполагаемым значениям, однако в пределах экспериментальной установки контроль их точности не предусмотрен. Аналогично были определены проекции малых виброскоростей и виброускорений на остальные оси, определение их точности также не было предусмотрено, внешний вид оказался достаточно зашумленным, но близким к предполагаемому.

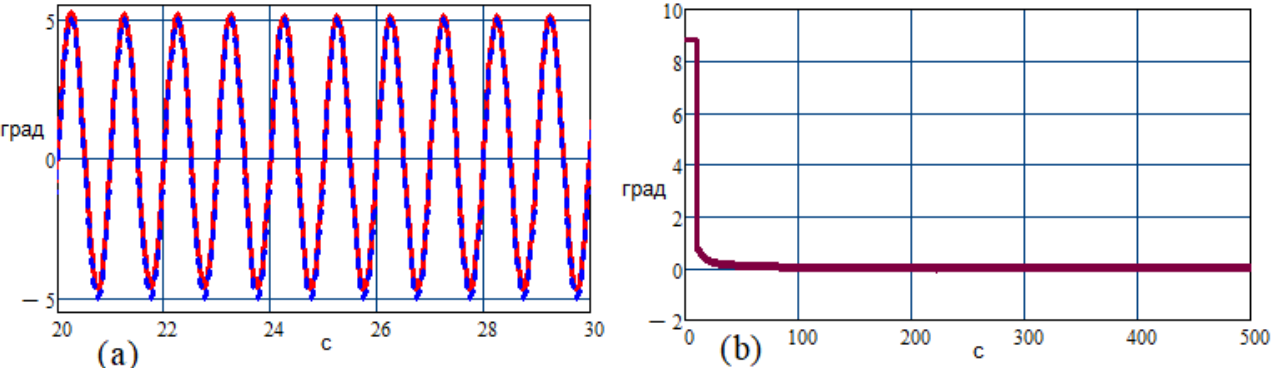


Рис. 4.16 Заданный (--) и вычисленный (—) угол вибрации по  $\gamma_K$  (а), ошибка его определения (б)

Как показано на рис. 4.16 угловая вибрация по  $\gamma_K$  вычисляется с

погрешностью в пределах  $-0,07 - 0,1$  град. При этом ошибки по  $\gamma_K$  аналогичны результатам имитационного моделирования в условиях стоянки для «грубых» МИИБ.

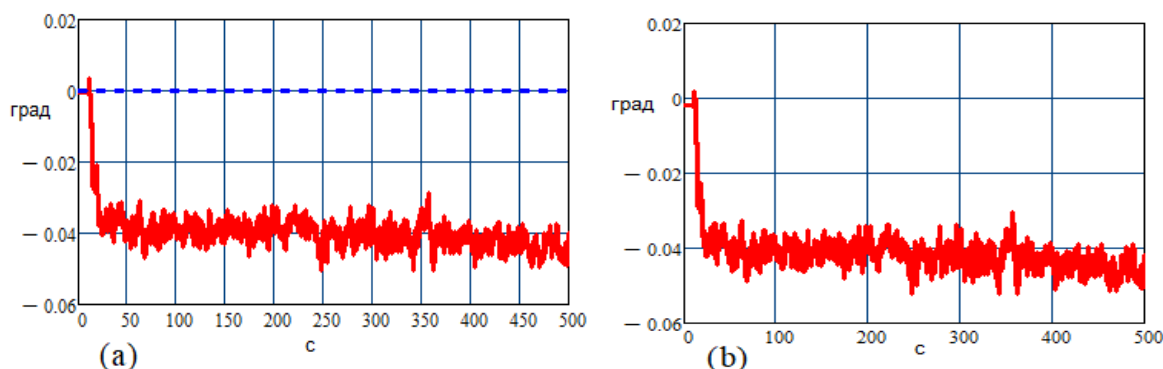


Рис. 4.17 Заданный (--) и вычисленный (—) угол вибрации по  $\psi_K$  (а), ошибка его определения (б)

Как показано на рис. 4.17 малая угловая вибрация по  $\psi_K$  вычисляется с погрешностью до  $-0,05$  град.

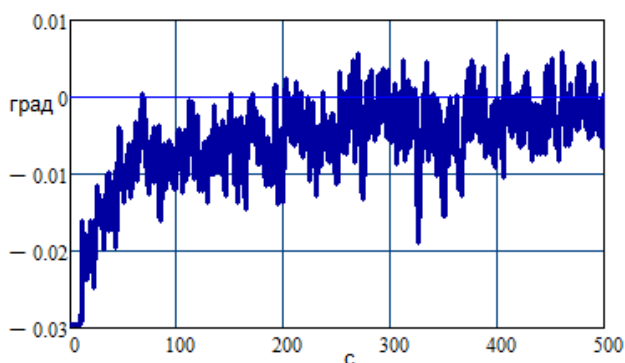


Рис. 4.18 Вычисленный угол вибрации по  $\nu_K$

Как показано на рис. 4.18 СИПВ удалось определить малую угловую вибрацию по  $\nu_K$ , однако в пределах экспериментальной установки контроль ее точности не предусмотрен, внешний вид соответствует предполагаемому.

Как показано на рис. 4.19 СИПВ удалось определить угловую скорость вибрации вокруг оси  $X$ , однако в пределах экспериментальной установки контроль ее точности не предусмотрен, но внешний вид соответствует предполагаемому.

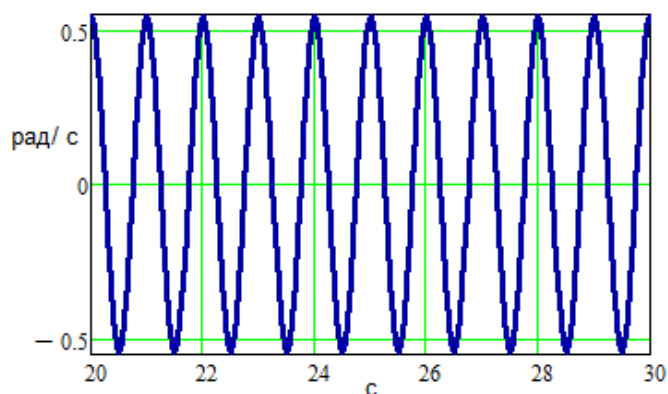


Рис. 4.19 Вычисленная угловая скорость вибрации вокруг оси  $X$

Аналогично были определены проекции малой угловой скорости вибрации на остальные оси, определение их точности также не было предусмотрено, внешний вид оказался достаточно зашумленным, хотя близким к предполагаемому.

Для случая частоты 5 Гц и угла вибрации 1 град получились результаты аналогичные представленным выше, поэтому на рис 4.20 – 4.21 приведены лишь представляющие наибольший интерес результаты измерения виброперемещения по оси  $Y$  и угловой вибрации по  $\gamma_k$ .

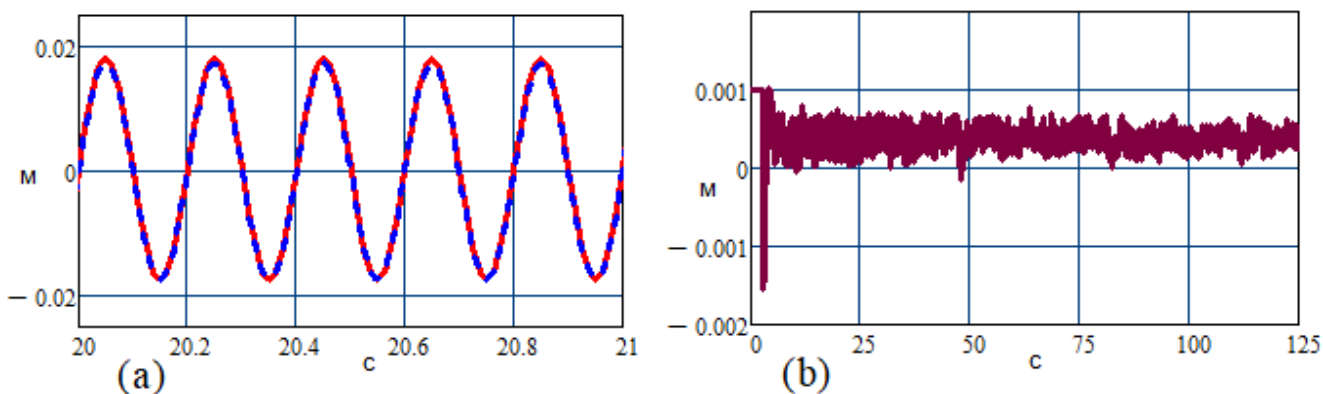


Рис. 4.20 Заданное (--) и вычисленное (—) виброперемещение по оси  $Y$  (а), ошибка его определения (б)

Как показано на рис. 4.20 виброперемещения по оси  $Y$  вычисляются с погрешностью в пределах 1 мм.

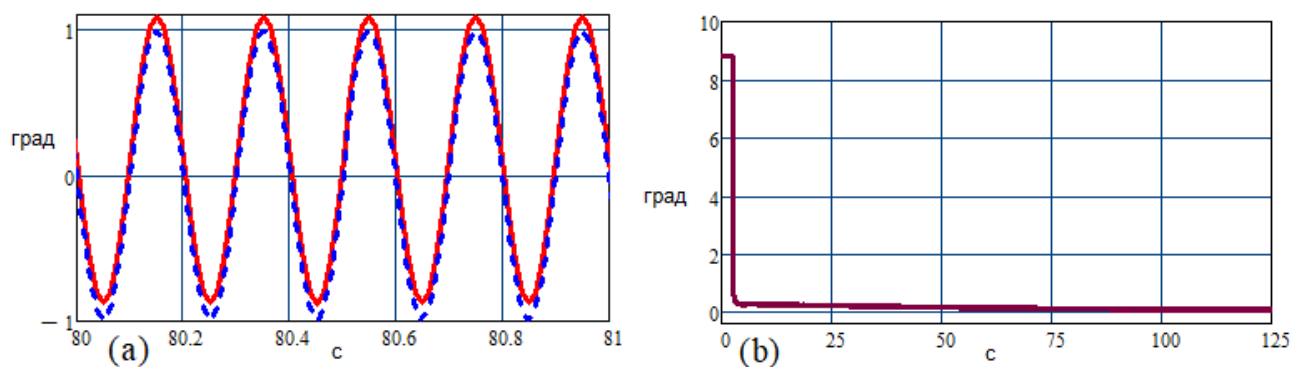


Рис. 4.21 Заданный (---) и вычисленный (—) угол вибрации по  $\gamma_K$  (а), ошибка его определения (б)

Как показано на рис. 4.21 угловая вибрация по  $\gamma_K$  вычисляется с погрешностью меньше, чем 0,1 град. При этом ошибки определения параметров горизонтальной вибрации для случаев 1 Гц и 5 Гц в целом отличаются мало.

#### 4.4.2 Результаты исследований макета СИПВ при вертикальной вибрации

В ходе эксперимента задавались вертикальные колебания стола с балкой и МИИБ вокруг внешней оси стенда с заданными частотой и амплитудой. Полученные комплексной программой характеристики работы макета СИПВ представлены в виде графиков и оценок значений.

Для случая заданной вибрации с частотой 1 Гц и амплитудой 5 град, результаты эксперимента приведены на рис. 4.22 – 4.28.

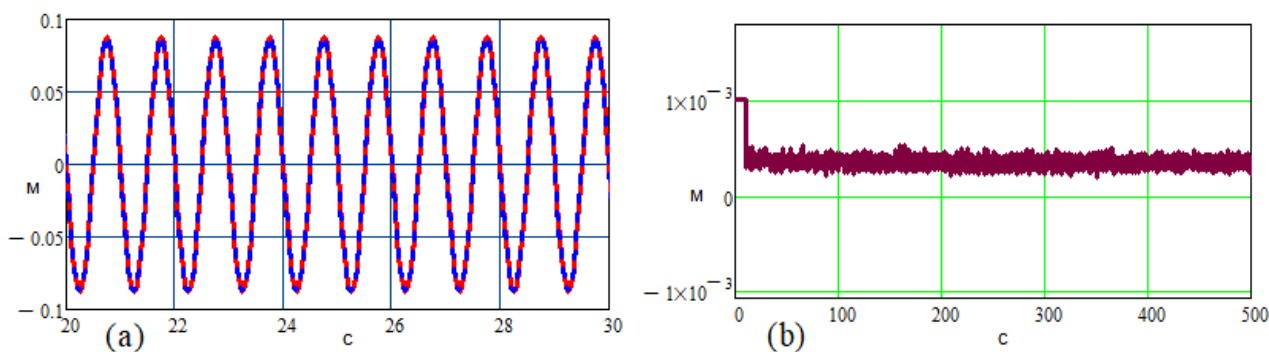


Рис. 4.22 Заданное (---) и вычисленное (—) виброперемещение по оси X (а), ошибка его определения (б)

Как показано на рис. 4.22 виброперемещения по оси X вычисляются с погрешностью до 0,5 мм.

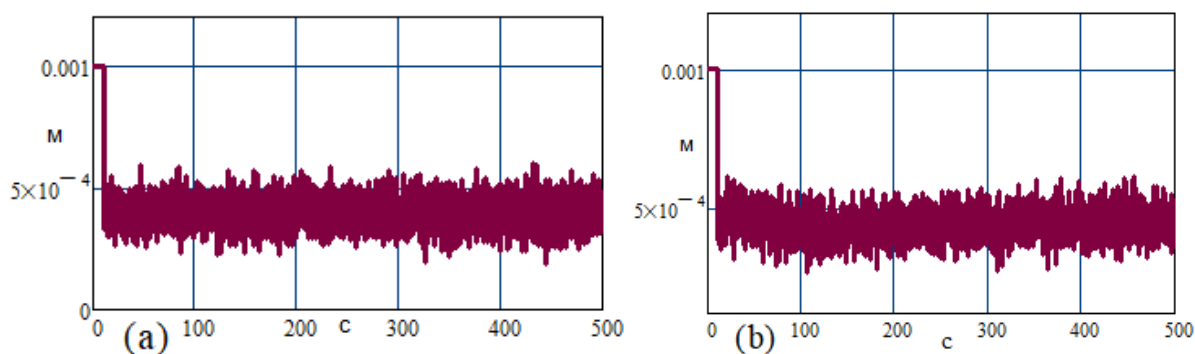


Рис. 4.23 Ошибки виброперемещения по осям (a)  $Y$  и (b)  $Z$

Как показано на рис. 4.23 малые виброперемещения по осям  $Y$  и  $Z$  вычисляются с погрешностью меньше, чем 0,6 мм. При этом ошибки по всем осям аналогичны результатам имитационного моделирования в условиях стоянки для «точных» МИИБ (см. 3.3.2). Такой результат может быть связан с тем, что в макете наряду с достаточно грубым МИИБ используется очень высокоточный датчик угла станда, по показаниям которого формируются сигналы ДП СИПВ.

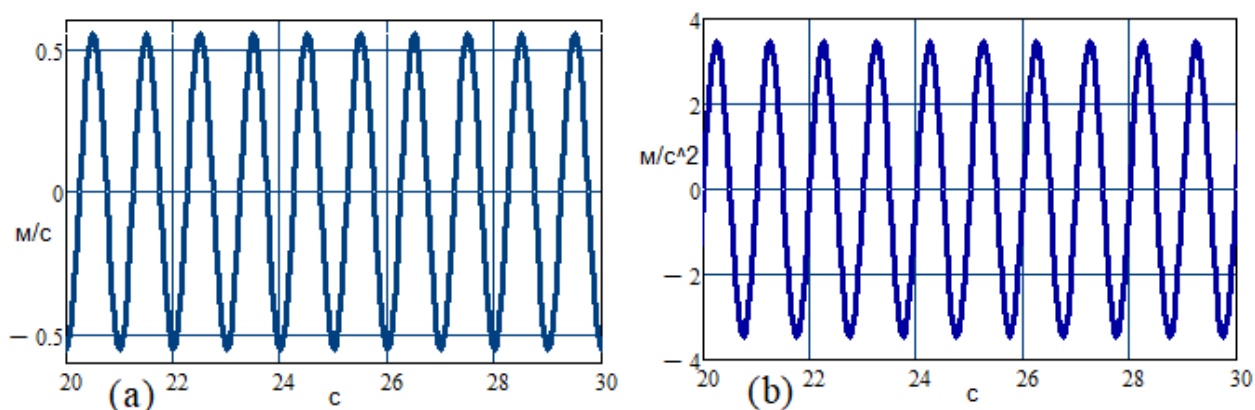


Рис. 4.24 Вычисленные виброскорость (a) и виброускорение (b) по оси  $X$

Как показано на рис. 4.24 СИПВ удалось вычислить виброскорость и виброускорение по оси  $X$ , они внешне соответствуют предполагаемым значениям, однако в пределах экспериментальной установки контроль их точности не предусмотрен. Аналогично были определены проекции малых виброскоростей и виброускорений на остальные оси, определение их точности также не было предусмотрено, внешний вид оказался достаточно зашумленным, но близким к предполагаемому.



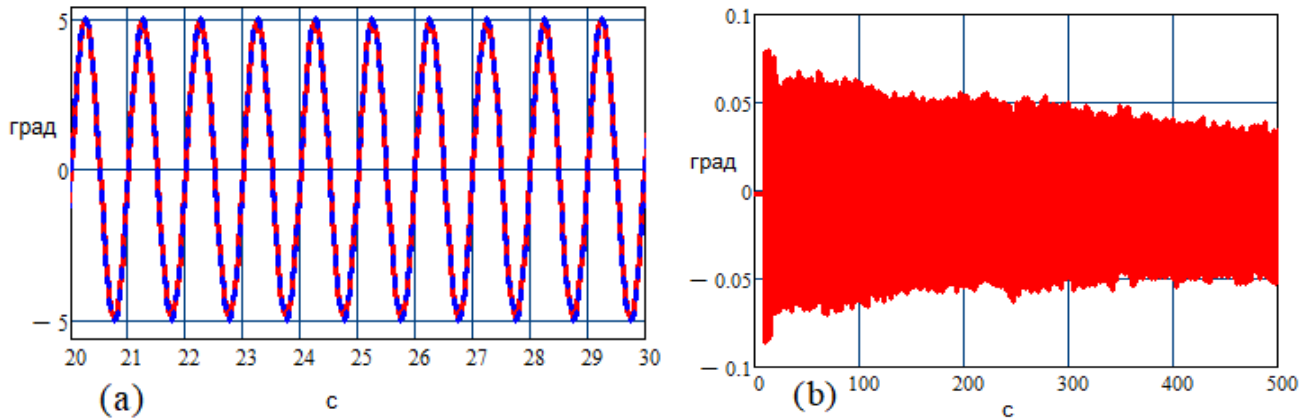


Рис. 4.25 Заданная (--) и вычисленная (—) угловая вибрация по  $\psi_K$  (a), ошибка ее определения (b)

Как показано на рис. 4.25 угловая вибрация по  $\psi_K$  вычисляется с погрешностью в пределах  $\pm 0,05-0,07$  град. При этом ошибки по  $\psi_K$  аналогичны результатам имитационного моделирования в условиях стоянки для «грубых» МИИБ.

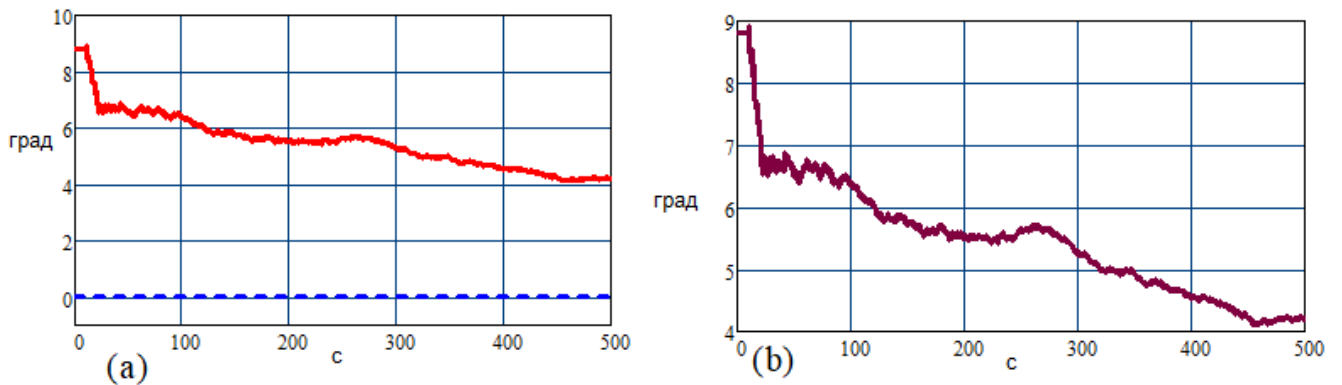


Рис. 4.26 Заданный (--) и вычисленный (—) угол вибрации по  $\gamma_K$  (a), ошибка его определения (b)

Как показано на рис. 4.26 малая угловая вибрация по  $\gamma_K$  вычисляется с значительной погрешностью порядка 4–6 град, что может быть связано с влиянием существенных ошибок начальной выставки по параметрам ориентации.

Как показано на рис. 4.27 СИПВ удалось определить малую угловую вибрацию по  $\vartheta_K$ , однако в пределах экспериментальной установки контроль ее точности не предусмотрен.

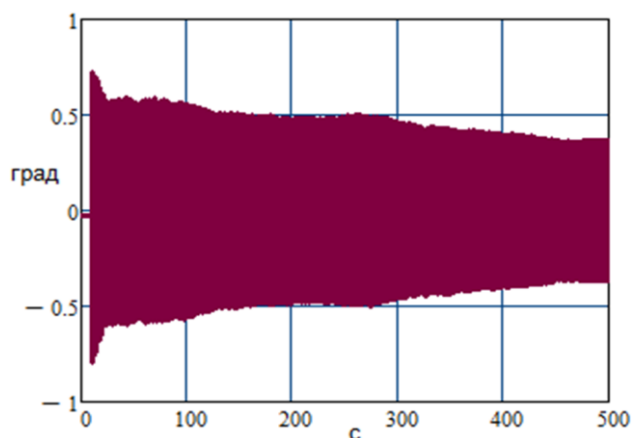


Рис. 4.27 Вычисленный угол вибрации по  $\psi_K$

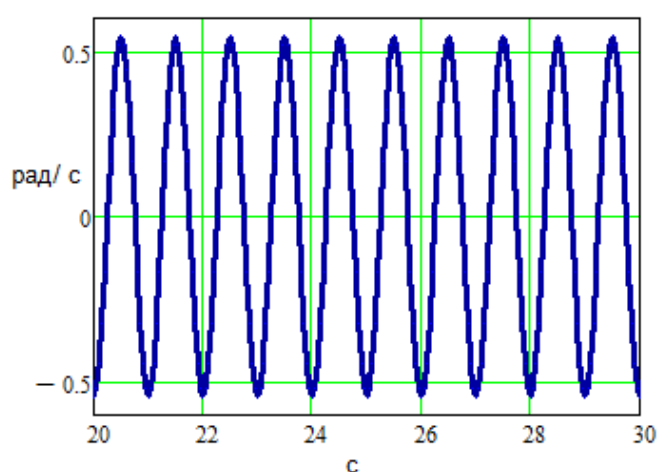


Рис. 4.28 Вычисленная угловая скорость вибрации вокруг оси  $Y$

Как показано на рис. 4.28 СИПВ удалось вычислить угловую скорость вибрации вокруг оси  $Y$ , однако в пределах экспериментальной установки контроль ее точности не предусмотрен, но внешний вид соответствует предполагаемому. Аналогично были определены проекции малой угловой скорости вибрации на остальные оси, определение их точности также не было предусмотрено, внешний вид оказался достаточно зашумленным, хотя близким к предполагаемому.

Для случая частоты 5 Гц и угла вибрации 1 град получились результаты аналогичные представленным выше, поэтому на рис 4.29 – 4.30 приведены лишь представляющие наибольший интерес результаты измерения виброперемещения по оси  $X$  и угловой вибрации по  $\psi_K$ .

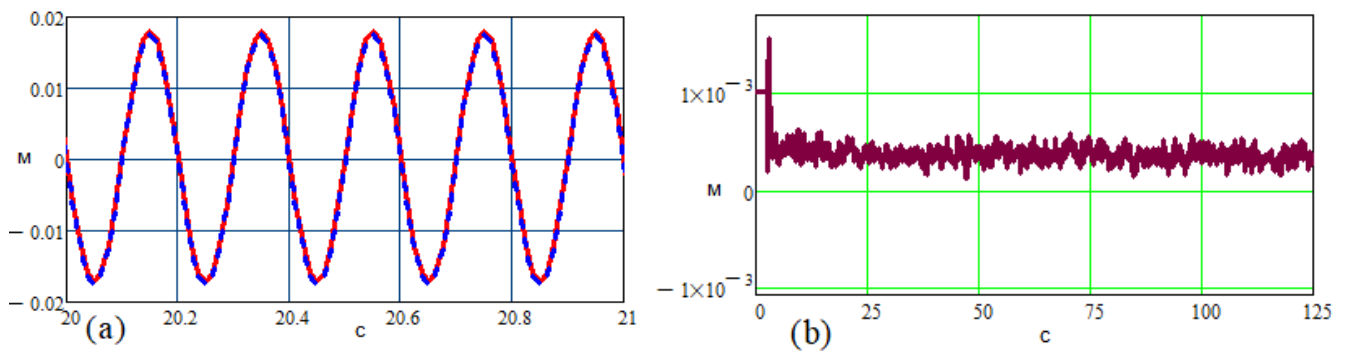


Рис. 4.29 Заданное (---) и вычисленное (—) виброперемещение по оси  $X$  (a), ошибка его определения (b)

Как показано на рис. 4.29 виброперемещение по оси  $X$  определяется с погрешностью порядка 0,5 мм.

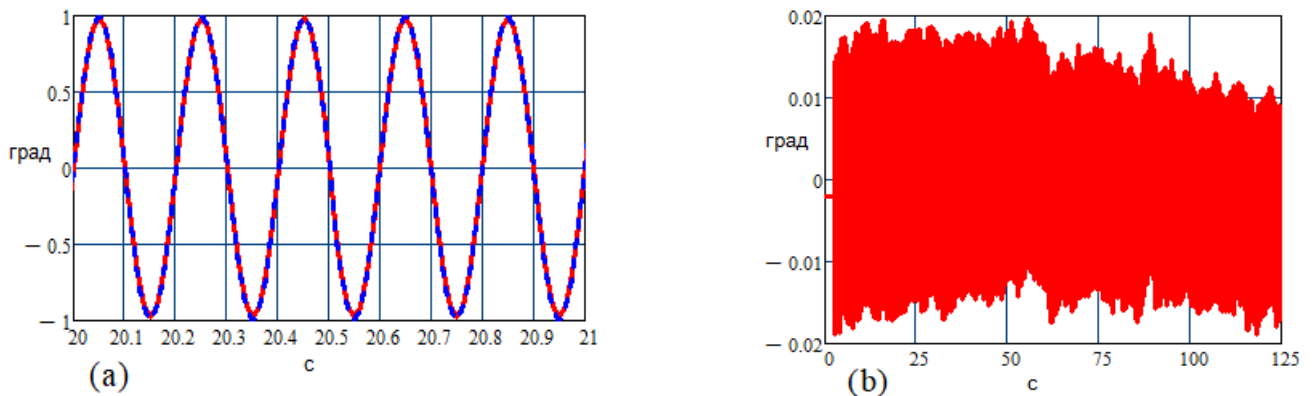


Рис. 4.30 Заданная (---) и вычисленная (—) угловая вибрация по  $\psi_k$  (a), ошибка его определения (b)

Как показано на рис. 4.30 угловая вибрация по  $\psi_k$  определяется с погрешностью в пределах  $\pm 0,02$  град. При этом ошибки определения параметров вертикальной вибрации для случаев 1 Гц и 5 Гц в целом оказались аналогичны друг другу.

#### 4.5 Заключение

В главе подробно описана экспериментальная установка, предназначенная для исследования точностных характеристик разработанного макета СИПВ, расположенного на высокоточном экспериментальном стенде. Представлено описание разработанного программного обеспечения экспериментальной установки, а также предложенная методика экспериментальных исследований макета СИПВ. Приведены и проанализированы результаты работы СИПВ в условиях заданных на высокоточном стенде горизонтальной и вертикальной

вибраций на частотах 1 Гц и 5 Гц. При этом результаты экспериментальных исследований подтвердили работоспособность СИПВ разработанного типа, а также показывали, что оцененные точностные характеристики ее макета при определении параметров вибрации балки экспериментальной установки являются вполне приемлемыми и соответствуют ожидаемым. Полученные точностные характеристики макета оказались близки как к теоретически предполагавшимся, так и к результатам выполненного имитационного моделирования, что подтверждает качество и достоверность выполненного исследования. Таким образом, представленные результаты экспериментального исследования макета СИПВ на практическом уровне подтверждают перспективность и целесообразность построения предложенной информационно-измерительной системы на базе МИИБ и ДП для измерения параметров вибрации элементов конструкции различных объектов, включая ЛА.

## Заключение по работе

В работе получены результаты аналитических, имитационных и экспериментальных исследований разработанной СИПВ нового типа, подтверждающие перспективность ее построения для решения задач комплексного измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА с приемлемой точностью.

1. Проведен аналитический обзор методов и средств измерения параметров вибрации, современных подходов к построению информационно-измерительных систем для измерения вибрации элементов конструкции ЛА. Продемонстрированы достоинства и недостатки традиционных подходов к построению существующих СИПВ. Обоснована актуальность построения СИПВ, обеспечивающей комплексность измерения параметров линейной и угловой вибрации с потребной точностью в различных условиях эксплуатации конструкции, в том числе в полете.

2. Предложены способ и схема построения системы для комплексного высокоточного измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА, выбраны ее рациональные структура и состав, обеспечивающие увеличение информативности, уменьшение массогабаритных характеристик, стоимости и энергопотребления. В их основе – использование нескольких МИИБ для определения параметров ориентации и навигации исследуемых элементов конструкции с коррекцией алгоритмов в каналах определения этих параметров по измерениям ДП и НК, с последующим сравнением информации в каналах и выделением на основе этого сравнения собственно информации о параметрах линейной и угловой вибрации элементов.

3. Разработаны обобщенные математические модели, базовые алгоритмы работы СИПВ и ее элементов. Разработаны линейные модели ошибок каналов определения параметров ориентации и навигации элементов вибрирующей конструкции по показаниям МИИБ, а также алгоритм начальной выставки каналов, на их основе построен алгоритм оценивания параметров и коррекции каналов с включением в систему ОФК по замкнуто-разомкнутой схеме, что

обеспечивает системе устойчивость и минимизацию погрешностей.

4. Разработаны алгоритмы выделения линейных и угловых параметров вибрации крыла ЛА в его ССК, включая виброперемещение, виброскорость, виброускорение, углы вибрации, угловую скорость вибрации, на основе сравнения информации, получаемой в каналах определения параметров ориентации и навигации элементов вибрирующей конструкции.

5. Разработано программное обеспечение и методика, проведено имитационные моделирования СИПВ, установленной на вибрирующем крыле, для анализа ее работы в различных условиях эксплуатации. В ходе имитационного моделирования (при измерении параметров линейной и угловой вибрации с типичными уровнями амплитуд в относительно широком диапазоне частот: доли Гц – первые сотни Гц) подтверждена работоспособность и приемлемые точностные характеристики СИПВ с относительно точными и грубыми МИИБ в режимах стоянки, полета по маршруту и маневренного полета. Результаты имитационного моделирования подтвердили перспективность применения СИПВ для комплексного измерения параметров вибрации элементов конструкции ЛА в его основных эксплуатационных режимах, включая маневренный полет.

6. Разработаны и созданы макет СИПВ, установка для экспериментальных исследований, программное обеспечение и методика экспериментальных исследований точностных характеристик СИПВ на неподвижном основании. Проведены экспериментальные исследования макета СИПВ в условиях горизонтальной и вертикальной вибрации. Полученные точностные характеристики макета близки к характеристикам, полученным в результате имитационного моделирования, что подтверждает достоверность выполненного исследования.

## Библиографический список использованной литературы

1. Kryszinski T., Mechanical vibrations: Active and passive control [Text]/ T. Kryszinski, F. Malburet. – John Wiley & Sons Vol, 2010. – 367 p.
2. Tony L. Mechanical vibrations: modeling and measurement [Text]/ L. Tony, K. Schmitz, S. Scott . – Springer Nature, 2011. – 439 p.
3. Бернс В.А. Идентификация дефектов летательных аппаратов по параметрам вибраций в процессе эксплуатации/ В. А. Бернс, Е. А. Лысенко, Д. А. Маринин [и др.] // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 2(27). – С. 24-42.
4. Грибков В.А. Виброизмерительная аппаратура: структура, работа датчиков, калибровка каналов [Текст]/ В.А. Грибков, Д.Н Шиян. – М.: Изд-во МГТУ им. НЭ Баумана, 2011. – 109, [3] с.
5. Елисеев Д. П. Повышение виброустойчивости микромеханического гироскопа RR-типа : дис. – СПб. – 2015.
6. Киселев Ю. В. Вибрационная диагностика систем и конструкций авиационной техники [Электронный ресурс] : [учебник]/ Ю. В. Киселев, Д. Ю. Киселев, С. Н. Тиц. – М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). – Самара : [Изд-во СГАУ], 2012. – 207 с.
7. Комаров В. А. Прогнозирование деформаций крыльев/ В. А. Комаров, М. Ю. Лаптева // Общероссийский научно-технический журнал "Полет". – 2011. – №3. – С. 8-12.
8. Косицын А.В. Метод вибродиагностики дефектов упругих конструкций на основе анализа собственных форм колебаний/ А.В. Косицын // Приборы и методы измерений. – 2011. – № 2. – С. 129-135.
9. Лаптева М.Ю. Прогнозирование деформаций крыла: обеспечение достоверности/М.Ю. Лаптева // Известия Самарского научного центра РАН. – 2010. – Том 12 (33) №1 (2). – С. 412-416.
10. Лаптева М.Ю. Разработка методики прогнозирования и учёта деформаций крыла на ранних стадиях проектирования с использованием модели тела переменной плотности. дис. – СамГТУ. – 2012.

11. Парпуц А.А. Вибрационные испытания конструкций летательных аппаратов/ А.А. Парпуц, Е.С. Панкеев В.М. Мусонов // Актуальные проблемы авиации и космонавтики: материалы XI Международной научно-практической конференции, посвященной празднованию 55-летия Сибирского гос. аэрокосмического ун-та им. академика М.Ф. Решетнева. В 2-х т. – 2015. – Т. 1. – С. 714–715.
12. Петрухин В. В. Основы вибродиагностики и средства измерения вибрации. Учебное пособие [Текст]/ В. В. Петрухин, С. В. Петрухин. – Вологда : Инфра-Инженерия, 2010. – 624 с.
13. Шевяков, В. И. К вопросу обеспечения безопасности полетов в условиях обледенения / В. И. Шевяков // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. – 2011. – С. 148-152.
14. Шкаликов В. С. Измерение параметров вибрации и удара : [Учеб. пособие] [Текст] / В. С. Шкаликов, В. С. Пеллинец, Е. Г. Исакович, Н. Я. Цыган. – М. : Изд-во стандартов, 1980. – 278 с.
15. Литвинов, А. Н. Технологическая вибрация как метод повышения эксплуатационной надежности изделий различного назначения / А. Н. Литвинов, М. А. Литвинов // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". – 2012. – Т. 2. – С. 137-138.
16. Макина, О. Ю. Совершенствование методов обеспечения вибрационной надежности силовых установок летательных аппаратов : специальность 05.22.14 "Эксплуатация воздушного транспорта" : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Макина Ольга Юрьевна. – Москва, 2005. – 20 с.
17. Alvarez-Montoya J. In-flight and wireless damage detection in a UAV composite wing using fiber optic sensors and strain field pattern recognition/ J. Alvarez-Montoya, A. Carvajal-Castrillón, J. Sierra-Pérez// Mechanical Systems and Signal Processing. – 2020. – №136. – p. 106526.
18. Eken S. Free vibration analysis of composite aircraft wings modeled as thin-walled beams with NACA airfoil sections/ S. Eken// Thin-Walled Structures. – 2019. – №139.



– p. 362-371.

19. Тиц, С. Н. Контроль наличия повреждений авиационных конструкций из композиционных материалов по вибрационным характеристикам : специальность 05.07.07 "Контроль и испытание летательных аппаратов и их систем" : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Тиц Сергей Николаевич. – Самара, 2009. – 20 с.

20. Ендогур, А. И. Идеология проектирования авиационных конструкций из полимерных композиционных материалов / А. И. Ендогур, В. А. Кравцов // Труды МАИ. – 2015. – № 81. – С. 4.

21. Фейгенбаум Ю. М. Композиционные материалы и история их внедрения в авиационные конструкции / Ю. М. Фейгенбаум, С. В. Бутушин, Д. Г. Божевалов, Ю. С. Соколов// Научный вестник ГосНИИ ГА. – 2015. – № 7(318). – с. 24-37.

22. Pang Z.Y. In-Flight Wing Deformation Measurement System for Small Unmanned Aerial Vehicles/ Z.Y. Pang, C.E. Cesnik, E.M. Atkins// 55th AIAA/ASME/ASCE/AHS/SC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. – 2014. – p. 0330.

23. Veerman H.P.J. High Accuracy In-Flight Wing Deformation Measurements based on Optical Correlation Technique/ H.P.J. Veerman, H. Kannemans, H.W. Jentink// 19th SFTE (EC) Symposium, Manching (Germany) .– 2008.– DOI:10.1007/978-3-642-34738-2\_3.

24. Янчич, В. В. Пьезоэлектрические виброизмерительные преобразователи (акселерометры) [Текст] : [монография] / В. В. Янчич. – М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. авт. образовательное учреждение высш. проф. образования "Южный федеральный ун-т", НКТБ "Пьезоприбор", Фак. высоких технологий. – Ростов-на-Дону : Изд-во Южного федерального ун-та, 2010. – 303 с.

25. Durana G. Use of a novel fiber optical strain sensor for monitoring the vertical deflection of an aircraft flap/ G. Durana [et al.]// IEEE sensors journal. – 2009. – №9(10). – p. 1219-1225.

26. Ma Z. Fiber Bragg gratings sensors for aircraft wing shape measurement: Recent

applications and technical analysis /Z. Ma , X. Chen// Sensors.– 2019.– №19(1).– р. 55.

27. Лиманова Н. И. Помехоустойчивый бесконтактный оптоэлектронный датчик положения для автоматизированных систем контроля уровня вибраций/ Н. И. Лиманова// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. С. П. Королева.– 2006.– №2.– С. 62-65.

28. Чедрик А. В. Применение оптимизационных методов при проектировании динамически-подобной модели крыла малого удлинения / А. В. Чедрик // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2011.– № 4-5.– С. 2580-2582.

29. Кочегаров И. И. Бесконтактное измерение вибрации / И. И. Кочегаров, С. А. Моисеев // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". – 2015. – Т. 2. – С. 301-303.

30. Шульженко Н. Г. Помехоустойчивые измерители вибрации / Н. Г. Шульженко, Л. Д. Метелев, В. И. Цыбулько [и др.] // Вибрация машин: измерение, снижение, защита : Материалы 2-й Международной научно-технической конференции, Донецк, 25–26 мая 2004 года. – Донецк: Донецкий национальный технический университет, 2004. – С. 35-39.

31. Буйносов А. П. Блок для экспериментальных исследований вибрации узлов электропоезда в эксплуатации / А. П. Буйносов, Д. С. Денисов // Научно-технический вестник Поволжья. – 2015. – № 5. – С. 147-149.

32. Абрамов, С. В. Повышение информативной способности вихретоковых датчиков / С. В. Абрамов // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 4(10). – С. 76-81.

33. Жуков А. Г. Оценка динамического состояния роторного оборудования методом анализа вектора виброскорости / А. Г. Жуков, А. К. Адаменков, А. А. Сальников, С. И. Рясный // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Обеспечение безопасности АЭС. – 2012. – № 32. – С. 49-53.

34. Распопов, В. Я. Микромеханические приборы. Учебное пособие / В. Я. Распопов. – Москва : Машиностроение, 2007. – 400 с.

35. Алешин Б. С. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии [Текст] / Б. С. Алешин, А. И. Черноморский, А. А. Афонин, К. К. Веремеенко [и др.]. – Москва: Физматлит, 2006 (М.: Типография "Наука" РАН). – 422 с.
36. Albarbar A. Performance evaluation of MEMS accelerometers/ A. Albarbar, A. Badri [et al.]// Measurement. – 2009. – № 42(5) . – p. 790-795.
37. Albarbar A. Suitability of MEMS accelerometers for condition monitoring: An experimental study/ A. Albarbar, S. Mekid [et al.]// Sensors. – 2008. – № 8(2) . – p. 784-799.
38. Badri A.E. J.K. Sinha, and A. Albarbar, A typical filter design to improve the measured signals from MEMS accelerometer/ A.E. Badri, J.K. Sinha[et al.]// Measurement. – 2010. – № 43(10) . – p. 1425-1430.
39. Ratcliffe C. Investigation into the use of low-cost MEMS accelerometers for vibration-based damage detection/ C. Ratcliffe, D. Heider [et al.]// Composite Structures. – 2008. – № 82(1) . – p. 61-70.
40. Ribeiro R.R. Evaluation of low-cost MEMS accelerometers for SHM: frequency and damping identification of civil structures/ R.R. Ribeiro, R.d.M. Lameiras// Latin American Journal of Solids and Structures. – 2019. – №16(7).
41. Thanagasundram S. Comparison of integrated micro-electrical-mechanical system and piezoelectric accelerometers for machine condition monitoring/ S. Thanagasundram, F.S. Schlindwein// Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. – 2006. – 220(8) . – p. 1135-1146.
42. Tomaszewski D. Analysis of the use of integrated IMU module for vibration measurements/ D. Tomaszewski, M. Smieja// Proceedings of the International Conference on Environmental Engineering ICEE. – 2014. – № (9) . – p.1.
43. Varanis M. MEMS accelerometers for mechanical vibrations analysis: A comprehensive review with applications/ M. Varanis, A. Silva [et al.]// Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. – 2018. – № 40(11) . – p.1-18.

44. Боронахин А. М. Использование МЭМС-датчиков для решения задач мониторинга состояния рельсового пути / А. М. Боронахин, Д. Ю. Ларионов, Л. Н. Подгорная [и др.] // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2017. – № 9-2. – С. 111-123.
45. Chu A. Accelerometer selection based on applications/ A. Chu// Endevco technical paper TP291. – 2012.
46. Collette C. Sensor fusion methods for high performance active vibration isolation systems/ C. Collette, F. Matichard // Journal of sound and vibration. – 2015. – № 342. – p. 1-21.
47. Kaswekar P. Sensor fusion based vibration estimation using inertial sensors for a complex lightweight structure/ P. Kaswekar, J. Wagner// DGON Inertial Sensors and Systems Symposium (ISS) IEEE . – 2015. – p. 1-20.
48. Hernandez W. Improving the response of accelerometers for automotive applications by using LMS adaptive filters/ W. Hernandez, J. De Vicente [et al.]// Sensors. – 2010. – №10(1). – p. 313-329.
49. Hernandez W. Improving the Response of Accelerometers for Automotive Applications by Using LMS Adaptive Filters: Part II/ W. Hernandez, J. De Vicente [et al.]// Sensors. – 2010. – №10(1). – p. 952-962.
50. Hall D.L. An introduction to multisensor data fusion/ D.L. Hall, J. Llinas// Proceedings of the IEEE. – 1997. – №85(1) . – p. 6-23.
51. Петренко Н. А. Анализ мультисенсорных систем и сенсорного слияния данных / Н. А. Петренко ; науч. рук. Р. А. Багутдинов // Молодежь и современные информационные технологии : сборник трудов XV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, 04-07 декабря 2017 г., г. Томск. – Томск : Изд-во ТПУ. – 2018. – С. 73-74.
52. Collette C. Vibration control of flexible structures using fusion of inertial sensors and hyper-stable actuator-sensor pairs/ C. Collette F. Matichard// proceedings of ISMA 2014 including USD 2014. – 2014. – С. 1073-1084.
53. Tjepkema D. Sensor fusion for active vibration isolation in precision equipment/ D. Tjepkema, [et al.]// Journal of Sound and Vibration. – 2012. – № 331(4) . – p. 735-749.

54. Wu B. Fusion of high-dynamic and low-drift sensors using Kalman filters/ B. Wu, T. Huang // Sensors. – 2019. – №19(1) . – p. 186.
55. Rahul R. Sensor Fusion for Operational Mode Shape Analysis of Multi DoF Systems/ R. Rahul, R. Rajpal//Materials Today: Proceedings. – 2018. – № 5(11) . – p. 24871-24879.
56. Yan W. Sensor validation and fusion for gas turbine vibration monitoring/ W. Yan, K.F. Goebel // System Diagnosis and Prognosis: Security and Condition Monitoring Issues III International Society for Optics and Photonics. – 2003. – № 5107. – pp. 106-117.
57. Luo R.C. Multisensor fusion and integration: approaches, applications, and future research directions/ R.C. Luo, K.L. Su [et al.]// IEEE Sensors journal. – 2002. – № 2(2). – p. 107-119.
58. Chaudhury S.B. Vibration monitoring of rotating machines using MEMS accelerometer// S.B. Chaudhury. M. Sengupta [et al.]// International journal of scientific engineering and research. – 2014. – № 2(9) . – p. 5-11.
59. Raj V.P. Induction motor fault detection and diagnosis by vibration analysis using MEMS accelerometer/ V.P. Raj, K. Natarajan [et al.]// International Conference on Emerging Trends in Communication, Control, Signal Processing and Computing Applications (C2SPCA) IEEE. – 2013. – p. 1-6.
60. Aggarwal P. MEMS-based integrated navigation [Text] / P. Aggarwal [et al.]. – Artech House, 2010. – 208 p.
61. Sokolović V. INS/GPS navigation system based on MEMS technologies/ V. Strojniški [et al.]// Vestnik-Journal of Mechanical Engineering, 2015. – № 61(7-8) . – p. 448-458.
62. Тимошенко С. П. Применение МЭМС-сенсоров в системах навигации и ориентации подвижных объектов / С. П. Тимошенко, А. П. Кульчицкий // Известия высших учебных заведений. Электроника. – 2012. – № 6(98). – С. 51-56.
63. Godha S. Performance evaluation of low-cost MEMS-based IMU integrated with GPS for land vehicle navigation application/ S. Godha // UCGE report. – 2006. – 20239.

64. Guner U. Design and implementation of adaptive vibration filter for MEMS based low cost IMU/ U. Guner, H. Canbolat [et al.]// 9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO) IEEE. – 2015. – p. 130-134.
65. Hemerly E.M. MEMS IMU stochastic error modelling/ E.M. Hemerly// Systems Science & Control Engineering. – 2017. – № 5(1) . – p. 1-8.
66. Li Z. GPS/INS/Odometer integrated system using fuzzy neural network for land vehicle navigation applications/ Z. Li // The Journal of Navigation. – 2014. – № 67(6). – p. 967-983.
67. Martin H. A new approach to better low-cost MEMS IMU performance using sensor arrays/ H. Martin, P.D. Groves [et al.] // Proceedings of the 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS). – 2013. – p. 2125-2142.
68. Sahawneh L. Development and calibration of low-cost MEMS IMU for UAV applications/ L. Sahawneh, M. Jarrah// 5th International Symposium on Mechatronics and Its Applications IEEE. – 2008. – p. 1-9.
69. Skog I. Calibration of a MEMS inertial measurement unit/ I. Skog, P. Händel// XVII IMEKO world congress. – 2006. – p. 1-6.
70. Syed Z.F. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems/ Z.F. Syed, P. Aggarwal [et al.]// Measurement science and technology. – 2007. – № 18(7) . – p. 1897-1907.
71. Шаврин, В. В. Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах / В. В. Шаврин, А. С. Конаков, В. И. Тисленко // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – № 1-2(25). – С. 265-269.
72. Грязин, Д. Г. Методы и средства контроля динамических характеристик инерциальных микромеханических датчиков и модулей / Д. Г. Грязин // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2017. – Т. 60. – № 8. – С. 797-800.
73. Аш Ж. Датчики измерительных систем: В 2 кн. [Текст]/ Ж. Аш с соавт. ;

Перевод с фр. А. С. Обухова. – М. : Мир, 1992. – 480 с.

74. Мехеда, В. А. Тензометрический метод измерения деформаций : учебное пособие / В. А. Мехеда ; В. А. Мехеда ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. проф. образования "Самарский гос. аэрокосмический ун-т им. С. П. Королева (Нац. исслед. ун-т). – Самара : Изд-во СГАУ, 2011. – 54 с.

75. Pisoni A.C. Displacements in a vibrating body by strain gage measurements/ A.C. Pisoni, Hauf, D. E. [et al.]// Proceedings-SPIE of the International Society for Optical Engineering. – 1995. – p 119-126.

76. Fu G. An optical approach to structural displacement measurement and its application/ G. Fu, A.G. Moosa// Journal of Engineering Mechanics. – 2002.– №128(5) .– p. 511-520.

77. Анискович В. А. Измерение деформаций с использованием волоконно-оптических датчиков в процессе прочностных испытаний анизотропных конструкций из композиционных материалов / В. А. Анискович, О. Н. Будадин, Н. Л. Заикина [и др.] // Контроль. Диагностика. – 2018. – № 7. – С. 44-49.

78. Ануфриев В. Методы обработки сигналов индуктивных датчиков линейных и угловых перемещений / В. Ануфриев, А. Лужбинин, С. Шумилин // Современная электроника. – 2014. – № 4. – С. 30-33.

79. Бадеев А. В. Оптоэлектронный датчик перемещений / А. В. Бадеев, Т. И. Мурашкина // Датчики и системы. – 2003. – № 5. – С. 30-32.

80. Petreski Z. Development of system for displacement measurement of a cantilever beam with strain gauge sensor/ Z. Petreski, G. Tasevski// Mechanical Engineering Scientific Journal. – 2015. – № 33(2) . – p. 115–120.

81. Dos Santos F. L. The use of strain gauges in vibration-based damage detection/ F. L. Dos Santos [et al.]// Journal of Physics: conference series. – 2015. – № 628 (1) . – p. 012119.

82. Hatch M. R. Flex circuit vibration sensor/ M. R. Hatch [et al.]// United States patent US 5, 526, 208. – 1996.

83. Manning W.J. Vibration control of a flexible beam with integrated actuators and

sensors/ W.J. Manning [et al.]// Smart Materials and Structures. – 2000 . – № 9(6) . – p. 932-940.

84. Malzahn J. Input shaping and strain gauge feedback vibration control of an elastic robotic arm/ J. Malzahn [et al.]// Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol) IEEE.– 2010 . – p. 672-677.

85. Feng D. A vision-based sensor for noncontact structural displacement measurement/ D. Feng [et al.]// Sensors.– 2015.– №15(7) .– p. 16557-16575.

86. Hild F. Digital image correlation: from displacement measurement to identification of elastic properties—a review/ F. Hild, S. Roux// Strain.– 2006.– №42(2) .– p. 69-80.

87. Бростилова Т. Ю. Волоконно-оптический датчик деформации / Т. Ю. Бростилова, С. А. Бростилов, Т. И. Мурашкина // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1(1). – С. 93-99.

88. Алешин Б. С. Проектирование бесплатформенных инерциальных навигационных систем[Текст]/ Б. С. Алешин [и др.]– М. : Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. – 394 с.

89. Бакитько Р. В. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования [Текст] / Р. В. Бакитько [и др.] .–М. : Радиотехника, 2005.– 687 с.

90. Баженов С. В. Принципы построения и функционирования ГЛОНАСС/GPS - технологий / С. В. Баженов, С. Д. Коровин, В. И. Макеев [и др.]. – Омск: Сибирское отделение академии военных наук, 2012. – 75 с.

91. Spilker Jr J.J. Global Positioning System: Theory and Applications, Volume I [Text]/ J.J. Spilker [et al.]. – USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.– 793 p.

92. Schmidt G.T. INS/GPS integration architectures/ G.T. Schmidt, R.E. Phillips// NATO RTO lecture series, RTO-EN-SET-116, low-cost navigation sensors and integration technology, 2010.– p 5-18.

93. Пролетарский А. В. Способы коррекции навигационных систем и комплексов летательных аппаратов / А. В. Пролетарский, К. А. Неусыпин // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. – 2012. – № 3(3). – С. 44.



94. Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации: Автономные системы [Текст]/ В.Д. Андреев.– Изд-во "Наука", физико-математической литры. – 1966. – 579 с.
95. Mohamed A. Adaptive Kalman filtering for INS/GPS / A. Mohamed, K. Schwarz// Journal of geodesy. – 1999. – № 73(4) . – p. 193-203.
96. Веремеенко К. К. Анализ состояния разработок интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем / К. К. Веремеенко, Б. В. Кошелев, Ю. А. Соловьев // Новости навигации. – 2010. – № 4. – С. 32-41.
97. Суворов, М. А. Анализ вариантов интегрированных навигационных систем / М. А. Суворов // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 1-1. – С. 408.
98. Ye W. Enhanced Kalman filter using noisy input Gaussian process regression for bridging GPS outages in a POS/ W. Ye [et al.]// The Journal of Navigation.– 2018.– № 71(3) .– p. 565-584.
99. Shen Z. Low cost two-dimension navigation using an augmented Kalman filter/Fast Orthogonal Search module for the integration of reduced inertial sensor system and Global Positioning System/ Z. Shen [et al.]// Transportation Research Part C: Emerging Technologies.– 2011.– №19(6) .– p. 1111-1132.
100. Мишин А. Ю. Малогабаритная бесплатформенная инерциальная система на микромеханических датчиках / А. Ю. Мишин, Е. Ю. Кирюшин, А. И. Обухов, Д. В. Гурлов // Труды МАИ. – 2013. – № 70. – С. 16.
101. Wendel J. An integrated GPS/MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter/ J. Wendel [et al.]// Aerospace science and technology. – 2006. – № 10(6) . – p. 527-533.
102. Abdel-Hamid W. Accuracy enhancement of integrated MEMS-IMU/GPS systems for land vehicular navigation applications[Text]/ W. Abdel-Hamid [et al.]// Canada: University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, 2004. – 232 p.
103. Кузнецов А. С. Выбор геометрических параметров крыла с комплексным учётом аэродинамической и весовой эффективности : специальность 05.07.02 "Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов" : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических

- наук / Кузнецов Антон Сергеевич. – Самара, 2012. – 16 с.
104. Абашев, О. В. Система экспресс-анализа массы крыла на основе искусственной нейронной сети : специальность 05.13.12 "Системы автоматизации проектирования (по отраслям)" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Абашев Олег Викторович. – Москва, 2011. – 149 с.
105. Kuntoji N. Study of Aircraft Wing with Emphasis on Vibration Characteristics/ N. Kuntoji, D. Kuppast// Int. J Eng Res Appl. – 2017. – №7(4) . – p. 1-8.
106. Demirtaş A. Free vibration analysis of an aircraft wing by considering as a cantilever beam/ A. Demirtaş, M. Bayraktar// Selçuk Üniversitesi Mühendislik, Bilim Ve Teknoloji Dergisi. – 2019. – №7(4) 7(1) . – p. 12-21.
107. Комаров В. А. Оценка эффекта учета деформаций крыла на ранних стадиях проектирования / В. А. Комаров, А. С. Кузнецов, М. Ю. Лаптева // Труды МАИ. – 2011. – № 43. – С. 13.
108. Федоров, Д. С. Комплекс стендовых ресурсных испытаний натурной конструкции самолета-штурмовика / Д. С. Федоров, С. А. Буданов // Труды МАИ. – 2014. – № 74. – С. 6.
109. Simsiriwong J. Experimental vibration analysis of a composite UAV wing/ J. Simsiriwong, R.W. Sullivan/ Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2012. – № 19(1-3) . – p. 196-206.
110. Афонин А. А. Об одной концепции векторных гравиметрических измерений/ А. А. Афонин, А. В. Тювин, А. И. Черноморский // Авиакосмическое приборостроение. – 2005. – № 3. – С. 24–29.
111. Челноков, Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения / Ю. Н. Челноков. – Москва : ООО Издательская фирма "Физико-математическая литература", 2006. – 512 с.
112. Лурье А. И. Аналитическая механика [Текст]/ А. И. Лурье.– М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
113. Дмитроченко Л. А. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы : Учеб. пособие[Текст] / Л. А. Дмитроченко, В. П. Гора, Г. Ф. Савинов. –

М.: МАИ, 1984. – 63 с.

114. Афонин, А. А. Полный замкнуто-разомкнутый алгоритм бесплатформенного гравиинерциального комплекса / А. А. Афонин, А. С. Сулаков // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 4. – С. 62-68.

115. Brown R.G. Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises [Text]/ R.G. Brown, P.Y. Hwang. – John Wiley & Sons New York, NY, USA, 2012. – 400 p.

116. Chui C.K. Kalman filtering with Real-Time Applications [Text]/ C.K. Chui, G. Chen. – Springer Nature, 2017. – 241 p.

117. Ривкин С. С. Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерциальных навигационных системах [Текст] / С. С. Ривкин. – Ленинград: Судостроение, 1973. – 146 с.

118. Ривкин С. С. Статистическая оптимизация навигационных систем [Текст] / С. С. Ривкин, Р. И. Ивановский [и др.]– Ленинград: Судостроение, 1976. – 280 с.

119. Савинов Г.Ф. Применение методов оптимальной фильтрации при построении навигационных комплексов Текст. / Савинов Г.Ф. Учеб. пособие. – М.: МАИ, 1980. – 73 с.

120. Браммер, Карл. Фильтр Калмана - Бьюси : Детерминир. наблюдение и стохаст. фильтрация / К. Браммер, Г. Зиффлинг; Пер. с нем. В. Б. Колмановского. - М. : Наука, 1982. - 199 с.

121. Дмитроченко Л. А. Основы проектирования алгоритмов инерциальных навигационных систем : Учеб. пособие / Л. А. Дмитроченко, Г. Ф. Савинов; Моск. авиац. ин-т им. Серго Орджоникидзе. – М. : МАИ, 1987. – 66 с.

122. Афонин А.А. О коррекции параметров ориентации, навигации и гравиметрии в замкнутой схеме включения фильтра Калмана навигационного комплекса/ А.А. Афонин, А.С. Сулаков // Авиакосмическое приборостроение. – 2011. – № 8.– С. 17–24.

123. Yates Jr E.C. AGARD standard aeroelastic configurations for dynamic response. Candidate configuration I.-wing 445.6/ E.C. Yates Jr // NASA-TM.–1987.– No 100492.

124. Shokrieh M.M. Wing instability of a full composite aircraft/ M.M. Shokrieh,

F.T.Behrooz// Composite structures.– 2001.– №54(2-3), p.335-340.

125. Афонин А. А. Аппаратный и алгоритмический способы уменьшения погрешностей инерциальных датчиков гравиинерциальных комплексных систем / А. А. Афонин, А. В. Тювин, А. С. Сулаков // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 12. – С. 42-52.

126. Sense, I. MPU-6000 and MPU-6050 product specification revision 3.4. Inven Sense Inc, дата обращения 14-06-2022, [https://store.invensense.com/datasheets/invensense/MPU-6050\\_DataSheet\\_V3](https://store.invensense.com/datasheets/invensense/MPU-6050_DataSheet_V3), 204.

127. St 2356 Serie Dual Axis Motion Simulator. – дата обращения 14-06-2022, <https://blms.ru/f/st2356.pdf>.

128. STM32F0x0 Value Line. – дата обращения 14-06-2022, <https://www.st.com/resource/en/datasheet/stm32f030f4.pdf>.

129. Афонин, А. А. О применении алгоритмов оценивания и коррекции в системе измерения параметров вибрации элементов конструкции летательного аппарата / А. А. Афонин, А. С. Сулаков, М. Ш. Маамо // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 4(84). – С. 73-84.

130. Афонин, А. А. Анализ возможностей Замкнуто-разомкнутой схемы коррекции системы для измерения вибраций элементов конструкции самолета / А. А. Афонин, А. С. Сулаков, М. Ш. Маамо // Южно-Сибирский научный вестник. – 2021. – № 6 (40). – С. 62-68.

131. Афонин А.А. исследование точностных характеристик микромеханической инерциальной системы измерения параметров вибрации крыла самолета в маневренном полете /А.А. Афонин, М.Ш. Маамо, А.С. Сулаков // Южно-Сибирский научный вестник. – 2022. – № 3 (43). – С. 37-44.

132. Афонин, А.А. О некоторых вопросах построения алгоритма начальной выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы/ А.А. Афонин, А.С. Сулаков, М.Ш. Маамо, Н. А. Шаповалов // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2022. – в печати.

133. Afonin, A.A. Application of Optimal Kalman Filter to Improve the Accuracy of Aircraft Wing Vibration Parameters Measurement System/ A.A. Afonin, A.S. Sulakov,

M.S. Maamo// Journal of Physics: Conference Series. –2021 . – № 2096 (1). – p. 012182.

134. Maamo, M. S. Promising wing vibration measurement system using MEMS IMUS and Kalman filter correction /M.S. Maamo, A.A. Afonin, A.S. Sulakov //International Journal of Applied Mechanics and Engineering .–2022. – № 27 (2) . – pp 143-157.

135. Maamo, M. S. Aircraft wing vibration parameters measurement system using MEMS IMUs and closed-loop optimal correction/ M.S. Maamo, A.A. Afonin, A.S. Sulakov // Aerospace Systems (Springer Nature). – 2022. – <https://doi.org/10.1007/s42401-022-00145-x>.

136. Afonin, A.A. The development and evaluation of a combined initial alignment algorithm for strapdown inertial navigation system/ A.A. Afonin, A.S. Sulakov, M.S. Maamo, N. A. Shapovalov// Journal of Physics: Conference Series. –2022. – in print.

137. Maamo, M. Sh. Evaluating the effectiveness of Fast Orthogonal Search algorithm in Nonlinear System Identification / M. Sh. Maamo, N. A. Shapovalov // XLVI Gagarin Science Conference: Сборник тезисов докладов, Москва, 27 декабря 2019 года – 17 апреля 2020 года. – Москва: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2020. – С. 1687-1688.

138. Маамо, М. Ш. About the development of vibrations measurement system of an aircraft wing using MEMS IMUs // XLVII Gagarin Science Conference : Сборник тезисов работ XLVII Международной молодёжной научной конференции, Москва, 20–23 апреля 2021 года. – Москва: Издательство "Перо", 2021. – P. 1484-1485.

139. Маамо, М. Ш. Система измерения параметров вибрации крыла самолета на основе микромеханических инерциальных измерительных блоков и технологии слияния сенсорной информации / М. Ш. Маамо // Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов: Сборник докладов I Международной научно-практической конференции. В 2 томах, Томск, 27–29 апреля 2021 года. – Томск: Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 2021. – С. 173-177.

140. Маамо, М. Замкнуто-разомкнутая схема коррекции в системе измерения параметров вибрации крыла самолета / М. Маамо, А. А. Афонин, А. С. Сулаков // Авиация и космонавтика : Тезисы 20-ой Международной конференции, Москва, 22–26 ноября 2021 года. – Москва: Издательство "Перо", 2021. – С. 241-243.
141. Маамо, М. Ш. MEMS IMU errors estimation and correction for measuring low-frequency vibrations of aircraft wing// XLVIII Gagarin Science Conference: Сборник тезисов работ XLVII Международной молодёжной научной конференции, Москва, 12–15 апреля 2022 года. – в печати.
142. Маамо, М. Ш. Разомкнутая схема коррекции микромеханической системы измерения параметров вибрации элементов конструкции самолета при наземных испытаниях/ М. Ш. Маамо // Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов: Сборник докладов II Международной научно-практической конференции, Томск, 26–28 апреля 2022 года. – С. 515-519.